

A VILLÁMÁRVÍZ KOCKÁZATÁNAK BECSLÉSE SZTOCHASZTIKUS MODELLEL

Fekete Árpád, Keve Gábor

adjunktus docens

Nemzeti Közszolgálati Egyetem Víz tudományi Kar

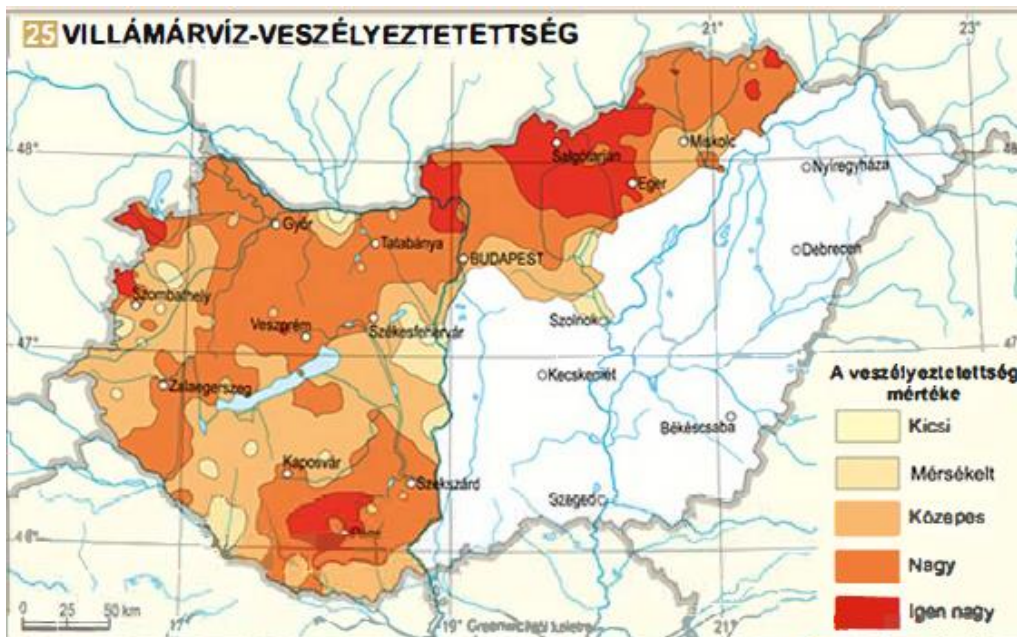
KIVONAT

Éghajlatunk változásával egyre gyakoribbá válnak a heves lefolyású és súlyos következményekkel járó időjárási események, melyeket nehéz előre megjósolni. Ilyenek például az intenzív konvektív csapadékesemények is, amelyek a hegy- és dombvidékeken hirtelen árvizet okoznak. Ezt a jelenséget a nemzetközi szakirodalom villámárvíznek (angolul flash flood) nevezi. Ennek következtében Magyarországon egyre fontosabbá válik a hegy- és dombvidéki folyók, patakok árvizeinek a vizsgálata, modellezése. A Dél-Dunántúlon, illetve Pécs környékén az utóbbi évtizedben több alkalommal is voltak villámárvíz jellegű árvízi események. Ezzel összefüggésben a Bükkösi-víz példáján mutatjuk be számítási modellünket a villámárvíz kockázatával kapcsolatban, mivel erre a vízfolyásra egyidejűleg rendelkezésünkre álltak a vízhozam és a csapadék adatok. A sztochasztikus modellünk a kétváltozós Markov-láncokat használja a vízhozam adatok előrejelzésében. A Markov-láncokat erre a célra már az 1960-as évektől használták. Alkalmazásuk nagy előnye, hogy az adatsorokra legjobban illeszkedő valószínűségi eloszlások nélkül is kiszámíthatók az adatsorokkal kapcsolatos események valószínűségei a jövőre vonatkozóan. A csapadék és a vízhozam egyidejű szerepeltetése a láncban, mint kétváltozós Markov-lánc csak az 1990-es évektől jelenik meg az árvizek sztochasztikus megközelítésében. Magyar nyelvű szakirodalomban eddig nem olvashattunk erről a módszerről és alkalmazásáról, ezért célunk ennek a valószínűségi számítási modellnek a szemléletes bemutatása és alkalmazása egy hazai vízfolyás (Bükkösi-víz) vízhozam adatainak előrejelzésében.

KULCSSZAVAK: Villámárvíz, sztochasztikus folyamat, kétváltozós Markov-lánc, kategorizáció, K-közép algoritmus

BEVEZETÉS

A klímaváltozással kapcsolatos kutatások alátámasztották, hogy a jövőben az extrém csapadékesemények gyakorisága várhatóan megnövekszik, vagyis a rövid időn belül, hirtelen nagy mennyiségű csapadék hullása valószínűbbé válik (*Bartholy és Pongrácz 2005*). A nagycsapadékok következtében kialakuló villámárvizek mind gyakoribbak nem csak világszerte, de Magyarországon is. A legjelentősebb villámárvizek az Északi-középhegység és a Dunántúli-dombság, kiemelten a Mecsek területéhez kötődnek (*Czigány és társai 2013*). Szemléletesen mutatja ezt a Magyarország Nemzeti Atlaszában közreadott villámárvíz-veszélyeztetettség térkép (*1. ábra*).



1. ábra. Villámárvíz-veszélyeztetettség Magyarországon (Kocsis 2018)

A Dél-Dunántúlon, illetve Pécs környékén az utóbbi évtizedben több alkalommal is voltak villámárvíz jellegű árvízi események (*Hegedüs és társai* 2013). A Dél-Dunántúl egyik legpusztítóbb hirtelen árvize 2010. május 15-17-én következett be, mivel a Mecsek felett egy heves, intenzív csapadékesemény alakult ki. Május 17-én Pécs-Meszés városrész utcáin árvíz vonult le, több ház és utcát megrongálva, míg Csikóstóttősen 65 embert telepítettek ki és a fő közlekedési utat több napra lezárták.

A Bükkösdi-víz árvize 1987. június 27-én elsodort számos házat és a vasúti töltés egy szakaszát Hetvehelyen, a Nyugat-Mecsekben, amikor 6 óra alatt 71-88 mm csapadék hullott (*Eszéky* 1987). Meg kell említeni, hogy a Bükkösdi-völgy felső szakaszán található települések többször is elöntésre kerültek, amióta különféle feljegyzések a rendelkezésünkre állnak. Ezekkel összefüggésben a lehetséges villámárvizek valószínűségeinek számításához, azaz a kétváltozós Markov modell bemutatásához a Bükkösdi-víz példáját választottuk ki. A Bükkösdi-víz területi elhelyezkedését és egy nagyvíz idején Hetvehelyen készült képét mutatja a 2. ábra.



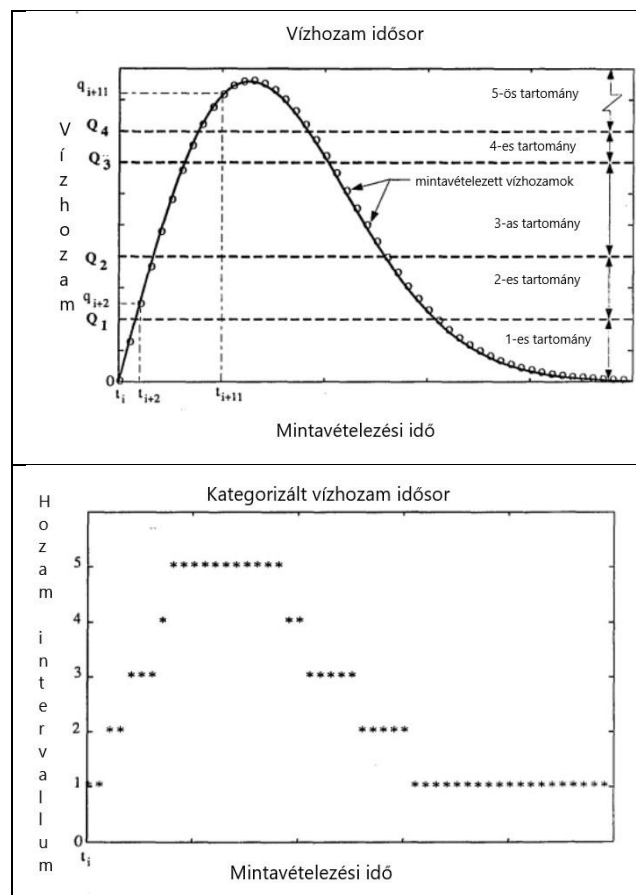
2. ábra. A Bükkösdi-víz területi elhelyezkedése és egy kép nagyvíz idején Hetvehelyen (fotó: Balatonyi L.)

A villámárvizek vizsgálatában a legfontosabb bemeneti paraméterek a csapadékadatok, bár finomabb modellezésekben peremfeltételként a talaj porozitását, előzetes nedvességtartalmát, a felszín hullámosságát, előzetes feltöltöttségét, a növényzet sűrűségét és telítettségét is figyelembe veszik (Pirkhoffer és társai 2010). Számításainkhoz mi csak a csapadék adatokat vesszük figyelembe. A lehulló csapadék hatással van a vízhozamra, így annak a valószínűségét fogjuk kiszámítani, hogy adott csapadék-vízhozam adatsor alapján a jövőben milyen kategóriába esik a lehetséges vízhozam a villámárvíz veszéllyel összefüggésben.

SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK – AZ ADATOK KATEGORIZÁLÁSA

Tekintsünk egy X valószínűségi változót. Tegyük fel, hogy az X kimeneteleit az X_1, X_2, \dots sorozat adja meg, ahol az alsó index az időt jelöli. Az ilyen sorozatot *sztochasztikus idősornak* nevezük. Az $\{X_t\}$ változók egy valószínűségi eloszlással rendelkező halmazát *sztochasztikus folyamatnak* nevezzük.

Esetünkben adott egy vízhozam idősor és adott számú vízhozam tartomány. Ezekhez a tartományokhoz egy pozitív egész számot rendelünk. Az idősor minden egyes eleme így azzal a számmal felírható, amely tartományba a vízhozam adat belesik (a tartományok között nyilván nem lehetnek átfedések). Így a vízhozam tartományok szerinti osztályozás eredménye egy másik idősor lesz. Ilyen osztályozást mutatunk példaként szemléletesen a 3. ábrán.



3. ábra. Kategorizálási eljárás vízhozam idősorra (szerzők)

A kategorizálási eljárás matematikailag felírva a következő:

$$X_t = \begin{cases} 1, & \text{ha } 0 \leq x_t \leq Q_1 \\ i, & \text{ha } Q_{i-1} < x_t \leq Q_i, \quad i = 2, 3, \dots, N-1 \\ N, & \text{ha } x_t > Q_{N-1}, \end{cases}$$

ahol az X_t változó a hozam intervallumot jelzi és $0 \leq Q_1 < Q_2 < \dots < Q_{N-1} < Q_N$ a vízhozam értékek a kategóriák határain. Az X_t idősor az $X = \{1, 2, \dots, N\}$ véges halmazból vesz fel értékeket.

A csapadék adatokat is hasonló módszerrel kategorizálhatjuk. A kategorizálás során természetes kérdésként adódik, hogy miként válasszuk meg a kategóriák számát (N) és a kategóriák határait. Erre a legjobb módszer a *K-közép algoritmus* (Hartigan 1975), mely a nem hierarchikus klaszterelemzési módszerek közül a legnépszerűbb. Ez az algoritmus az adatsor minden egyes elemét ahhoz a klaszterhez (kategóriához) sorolja, amelyiknek a középpontja a legközelebb esik az adott elemhez. A *K-közép algoritmus* tehát a legjobb particionálást keresi adott K számú klaszterhez az

$$E[P(n, K)] = \sum_{i=1}^n [x(i) - B[L(i)]]^2$$

kritérium alapján, ahol n az összes adat száma, melyet K darab klaszterbe csoportosítunk. Az $x(i)$ jelöli az i . adat értékét, $L(i)$ jelöli azt a klasztert, amelyhez az i . adat tartozik, míg $B[L(i)]$ az $L(i)$ klaszter értékeinek számtani közepe. Így a felírt kritérium az n darab adat K számú klaszterbe sorolásának teljes négyzetes hibáját adja meg. A kritérium alapján az a partíció a legjobb, amely minimalizálja a teljes négyzetes hibát.

A kategóriákat szubjektív módon is megalkothatjuk, de vigyázni kell, hogy minden kategóriába elegendő számú adat essen, különben hibás és félrevezető számítások adódhatnak.

A KÉTVÁLTOZÓS MARKOV-LÁNC

Mindenekelőtt röviden összefoglaljuk a Markov-láncokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat.

A *Markov-folyamat* olyan sztochasztikus folyamat, melyet az a tulajdonság jellemez, hogy a folyamat jövőbeli viselkedése alakulásának valószínűsége, ha a pillanatnyi állapot teljesen ismert, nem változik azáltal, hogy többet tudunk meg a múltbeli viselkedéséről (Karlin-Taylor 1985). Matematikai formában felírva Markov-folyamatot adunk meg, ha

$$P\{a < X_t \leq b | X_{t_1} = x_1, X_{t_2} = x_2, \dots, X_{t_n} = x_n\} = P\{a < X_t \leq b | X_{t_n} = x_n\} \quad (1)$$

minden $t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$ esetén. *Markov-láncnak* nevezzük a véges vagy megszámlálható (más szóval diszkrét) állapotterű Markov-folyamatokat. Az (1) alapján felírható tehát a diszkrét-idejű Markov-lánc definíciója:

$$P\{X_t = i | X_1 = i_1, X_2 = i_2, \dots, X_{t-1} = i_{t-1}\} = P\{X_t = i | X_{t-1} = i_{t-1}\}. \quad (2)$$

Azt mondjuk, hogy a folyamat a t időpontban az i állapotban van, ha $X_t = i$. A (2) egyenlet jobb oldalát egylépéses átmenet-valószínűségnek nevezzük és P_{ij} -vel jelöljük. Megjegyezzük, hogy itt *homogén Markov-láncot* tételezünk fel, azaz az egylépéses átmenet-valószínűségek függetlenek az időtől.

A P_{ij} számok mátrix formájában is elrendezhetők (Feller 1951). A $\mathbf{P} = (P_{ij})$ mátrixot a folyamat *átmenet-valószínűség mátrixának* nevezzük. A \mathbf{P} minden egyes P_{ij} eleme annak a valószínűségét jelenti, hogy az állapotok értéke az i -ből j -be megy át egy lépésben. Egy lépés egy időegy-

ségnek tekinthető. A P_{ij} mennyiségek nemnegatív számok, sorösszegük egységnyi, mert valamely esemény soronként biztosan bekövetkezik. A főátlóban szereplő értékek a helyben maradás valószínűségét adják meg és a mátrix egy sora eloszlást fejez ki.

A Markov-lánccal kapcsolatban célunk mindig a hosszútávú viselkedésük vizsgálata. Ez tulajdonképpen a \mathbf{P}^n vizsgálatát jelenti nagy n -ek esetén. Az egy lépéses átmenet-valószínűségi mátrixot addig hatványozzuk, amíg az oszlopainak elemei állandósulnak, azaz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n = \begin{bmatrix} P_0 & P_1 & \dots & P_n \\ P_0 & P_1 & \dots & P_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_0 & P_1 & \dots & P_n \end{bmatrix} = \mathbf{P}^*.$$

A \mathbf{P}^* mátrixot *határmátrix*nak nevezzük, a P_0, P_1, \dots, P_n valószínűségek azt fejezik ki, hogy mekkora valószínűséggel találjuk a rendszert hosszú állapotváltozások sorozata után az egyes $0, 1, \dots, n$ állapotokban (Kontur és társai 1993). A (P_0, P_1, \dots, P_n) eloszlást *invariáns (egyensúlyi) eloszlás*nak nevezzük.

Ha a Markov-lánccban két idősor adatait (esetünkben a vízhozam $\{X_t\}$ és a csapadék $\{Y_t\}$) is figyelembe vesszük, akkor a $\mathbf{Z}_t = (X_t, X_{t-1}, Y_{t-T})$ állapot változókkal egy *kétféle változós láncot* kapunk, melyre a Markov-tulajdonság alapján felírhatjuk a

$$P\{X_t = i | X_1 = i_1, X_2 = i_2, \dots, X_{t-1} = i_{t-1}, Y_1 = j_1, \dots, Y_{t-1} = j_{t-1}\} = P\{X_t = i | X_{t-1} = i_{t-1}, Y_{t-T} = j_{t-T}\}$$

egyenletet. A T a késleltetési időegységet jelöli a vízhozam és a csapadék adatok között. A lehulló csapadék mennyisége bizonyos idő eltelte után éreztetni hatását a vízhozam adatsoron. A késleltetési idő kiszámítására statisztikai képlet is rendelkezésre áll a csapadék és vízhozam adatsor alapján (Yapo 1993):

$$T = \min \left\{ i: \frac{\text{Cov}(x_t, y_{t-i})}{\sigma_x \sigma_y} \geq \frac{u_{1-p}}{\sqrt{n}} \right\}. \quad (3)$$

A fenti egyenlet tehát megadja azt a minimális pozitív késleltetést, amelynél a csapadék és a vízhozam értékek közötti keresztkorreláció szignifikáns $100(1-p)\%$ szinten. Az u_{1-p} értéke a standard normális eloszlás táblázatából visszakereshető a $\Phi^{-1} \left(1 - \frac{p}{2} \right)$ alapján. A (3) formulában σ_x és σ_y a két adatsor szórását, n az adatok számát jelöli.

MARKOV-LÁNCOK A HIDROLÓGIÁBAN

Az 1960-as évektől több külföldi kutató is modellezte Markov-lánccal a különböző időszakok csapadékos és csapadékmentes napjainak egymás után következő folyamatát (Gabriel és Neumann 1962, Haan és társai 1976, Chin 1977). Az átmenet-valószínűségi mátrix segítségével következtetéseket vontak le arról, hogy ez a fizikai rendszer milyen valószínűséggel található csapadékos, illetve csapadékmentes állapotban. Az utóbbi években különböző területek éves csapadékösszegeit is vizsgálták Markov-lánccal, amely témából több publikáció is született (Selvi és Selvaraj 2011, Yusuf és társai 2014, Fekete és Keve 2020).

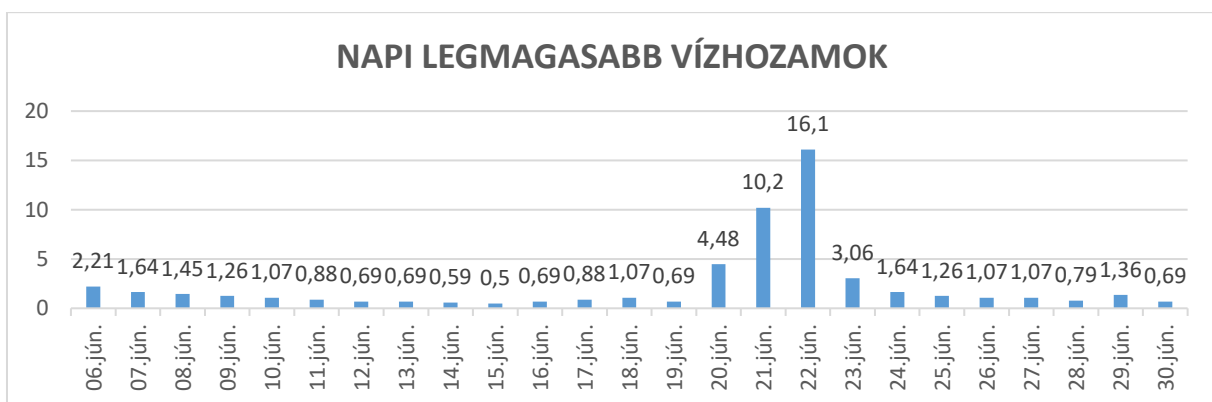
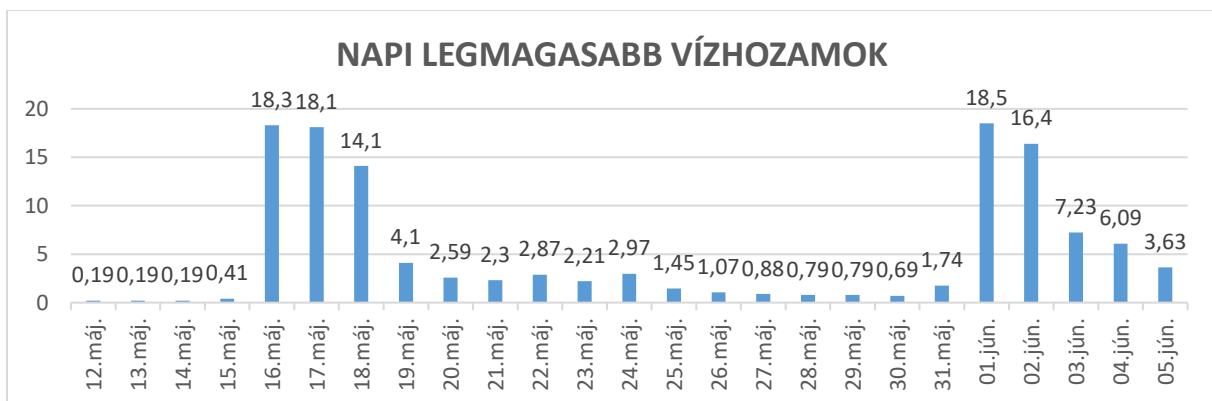
Igen elterjedt a Markov-lánccal használata tározók méretének számításához. A méretezési eljárás során különböző tározóméret és vízkivétel esetén azt számítják, hogy az ismertnek tekintett eloszlású hozzáfolyás alapján mekkora valószínűséggel kerül a tározó különféle telítettségi állapotokba és mekkora lesz a kiürülés valószínűsége (Kontur és társai 1993).

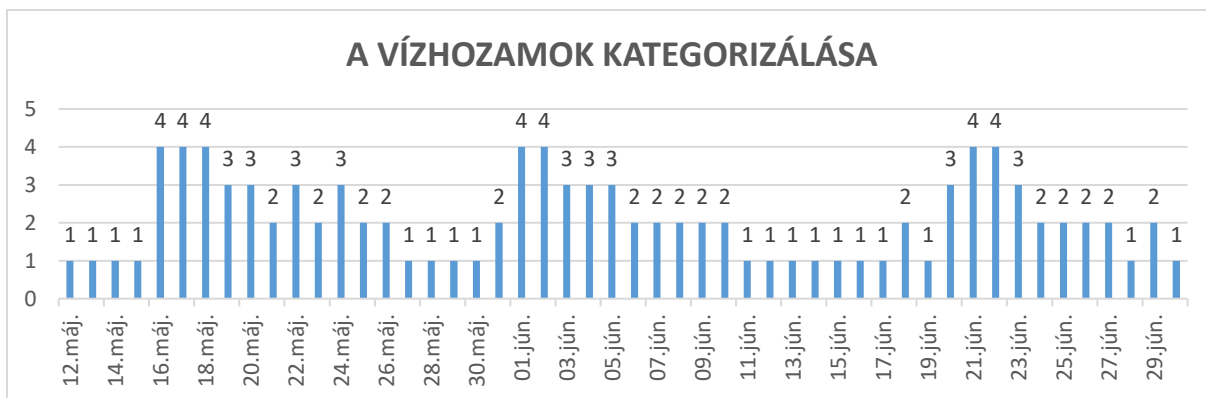
A Markov-lánccal már korábban is alkalmazták vízhozamok rövid, közép és hosszú távú előrejelzésére (Jackson 1974, Yakowitz 1985), valamint cikkünk témája is ehhez kapcsolódik.

ADATSOROK A SZÁMÍTÁSOKHOZ

A Bükkösi-víz szelvényben található a Dél-dunántúli Vízügyi Igazgatóság (DDVIZIG) szentlőrinci vízrajzi mérőállomása. A DDVIZIG-től kaptuk a vízhozam adatokat. Az állomás 1953 óta méri a vízállás-vízhozam adatokat, a vízfolyáson még Hetvehelyen van vízrajzi állomás. A csapadék adatokat az Országos Meteorológiai Szolgálat pécsi állomásáról vettük. (A pontosabb eredményekhez célszerűbb lenne a vízgyűjtőn elhelyezkedő csapadékmérő adatait felhasználni, de a számításokhoz csak a viszonylag közeli pécsi állomás adatai álltak rendelkezésre.) Vizsgálatunkhoz olyan 50 napos időszakot (2010.05.12.-06.30.) választottunk, amelyben változatos csapadék és ennek következtében vízhozam adatok szerepelnek. (Szeretnénk hangsúlyozni, hogy a jövőre vonatkozó sokkal pontosabb vízhozam előre jelzéshez érdemesebb lenne több év márciusától novemberéig elvégezni a számításokat, de itt most az elsődleges célunk a kétváltozós Markov modell bemutatása. Nagyobb mennyiségű adat esetén a számítási módszer leprogramozható.) Általánosságban elmondható, hogy éghajlatunk ingadozásához köthetően, a hirtelen árvizeket egyre inkább az jellemzi, hogy nem igazán évszaktól függők. Tavasz elejétől az ősz végéig bármikor bekövetkezhetnek és nincsenek biztosan előre jelezhető területek, ahol megtörténhetnek. Egyre többször jelennek meg hirtelen árvizek a tél végi-tavaszi eleji heves esőzésekkel együtt meginduló hóolvadás következtében is (Pirkhoffer és társai 2009).

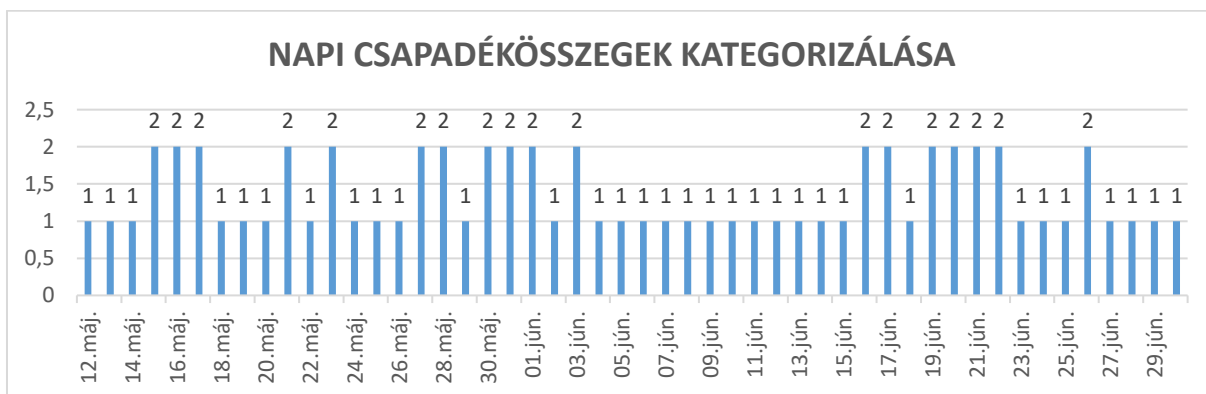
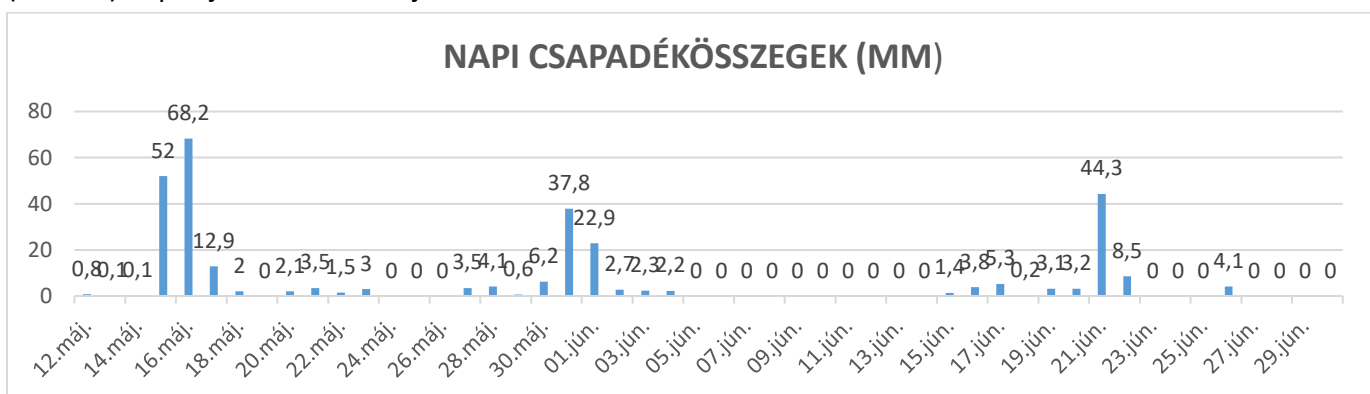
A 2010.05.12.-06.30. vízhozam adatsorból (m^3/s) a napi legmagasabb adatot választottuk ki. Ezeket az adatokat négy kategóriára osztottuk és a K-közép algoritmussal kijelöltük a kategóriák határait: [0; 1): 1; [1; 2,5): 2; [2,5; 9): 3; [9; ∞): 4. Az adatsort és kategorizálását mutatja a 4. ábra.





4. ábra. A Bükkösdí-víz szentlőrinci szelvényének napi legmagasabb vízhozamai [m³/s] és kategorizálása

A csapadék adatokat a rövid adatsor (30 nap) miatt csak két kategóriába osztottuk, az 1-es kategória a napi 3 mm csapadék alatti (száraz), míg a 2-es kategória a 3 mm csapadék feletti (nedves) napot jelöli. Ezt mutatja az 5. ábra.



5. ábra. A napi csapadékösszegek alakulása Pécsen és kategorizálásuk

A csapadék és vízhozam adatokat összehasonlítva azonnal látható, hogy $T=1$, azaz kb. 1 nap a késleltetési idő (valójában néhány óra, de a késleltetési időt napra kerekítettük a számításainkban). Ezt az eredményt a (3) formulával való számítás is alátámasztja.

SZÁMÍTÁSOK A KÉTVALTOZÓS MARKOV-LÁNCCLAL

A 4. és az 5. ábra kategorizálását figyelembe véve kiszámítjuk a $P\{X_t = j | X_{t-1} = i, Y_{t-1} = \text{száraz}\}$ és a $P\{X_t = j | X_{t-1} = i, Y_{t-1} = \text{nedves}\}$ átmenet-valószínűségeket, ahol $i, j=1, 2, 3, 4$. A száraz a napi 3 mm-nél kevesebb, a nedves a napi 3 mm-nél több csapadékot jelenti. (A

korábbi jelölések alapján 1-essel és 2-essel is lehet meg lehet ezeket nevezni.) Két 4x4-es átmenet-valószínűségi mátrixot kapunk, egyet a száraz és egyet a nedves feltétel esetén:

$$P(\text{száraz}) = \begin{pmatrix} \frac{9}{10} & \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ \frac{5}{12} & \frac{7}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{7} & \frac{2}{7} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 \end{pmatrix} \text{ és } P(\text{nedves}) = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}.$$

A számlálók az átmenet-gyakoriságokat mutatják, míg a nevezőkben az adott sor átmenet-gyakoriság összegei szerepelnek. Az érthetőség érdekében példaként értelmezzük a mátrixok első sorának elemeit. P(száraz) esetén a csapadék 1-es kategóriáját vesszük feltételként és összeszámláljuk, hogy a vízhozam ekkor hány alkalommal megy át 1-esből az 1-es kategóriába, ez a szám 9. Az 1-esből a 2-es kategóriába egy alkalommal, míg 1-esből a 3-as és 4-es kategóriába 0 alkalommal megy át. P(nedves) esetén a csapadék 2-es kategóriáját vesszük feltételként és összeszámláljuk, hogy a vízhozam ekkor hány alkalommal megy át 1-esből az 1-es kategóriába, ez a szám 3. Az 1-esből a 2-es kategóriába 2 alkalommal, míg 1-esből a 3-asba és a 4-esbe egy-egy alkalommal megy át. A mátrixok többi elemét hasonló számítások után kapjuk. Összehasonlítva a két mátrixot alapvető törvényszerűségeket vonhatunk le belőlük. A P(száraz) esetén a főátló feletti elemek egy kivételével, míg a P(nedves) esetén a főátló alatti elemek szintén egy kivételével zérusok. Logikus, hogy száraz nap után nem ugrik kategóriákat felfelé, míg nedves nap után nem ugrik kategóriákat lefelé a vízhozam.

A fenti mátrixok hosszú távú viselkedését vizsgálva a korábban ismertetett módon kiszámítjuk az invariáns eloszlásukat. A számításokhoz az EXCEL-t használtuk és a 16. hatványnál már megkaptuk az invariáns eloszlást, azaz

$$P^*(\text{száraz}) = (0,81; 0,19; 0; 0) \text{ és } P^*(\text{nedves}) = (0; 0; 0,29; 0,71).$$

A P(száraz) esetén tehát hosszú távon 0,81 a valószínűsége, hogy a vízhozam az 1-es, 0,19 a valószínűsége, hogy a 2-es és 0 a valószínűsége, hogy a 3-as, illetve a 4-es kategóriába essen. Nyilván villámárvizek szempontjából nekünk a P(nedves) mátrix hosszútávú viselkedése érdekes, ami azt mutatja, hogy a vízhozamok 0,29 és 0,71 valószínűséggel esnek a 3-as, illetve a 4-es kategóriába. Megállapítható, hogy a rendszer a 4-es vízhozam kategóriába nem csekély valószínűséggel kerül, azaz a villámárvíz kockázatának lehetősége fennáll a jövőben, ahogy a kiindulási adatsorunkkal számoltunk.

Természetesen a vízhozamok vizsgálatát egy folyó esetében végezhetjük a száraz és nedves peremfeltételek elhagyásával is, ekkor egy adatsor alapján arra következtethetünk, hogy hosszú távon milyen kategóriákba fog esni a vízhozam. Minél hosszabb az adatsor annál pontosabb lesz a következtetés. Esetünkben ez a mátrix

$$P = \begin{pmatrix} \frac{12}{17} & \frac{3}{17} & \frac{1}{17} & \frac{1}{17} \\ \frac{5}{16} & \frac{8}{16} & \frac{2}{16} & \frac{1}{16} \\ 0 & \frac{5}{9} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 0 & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}.$$

Az invariáns eloszlása: $P^* = (0,34; 0,33; 0,19; 0,14)$. Nyilvánvaló, hogy a P mátrix számlálóiban lévő elemek a P(száraz) és P(nedves) mátrix megfelelő helyein lévő számlálóinak összege. Önmagában a P mátrix vizsgálata általánosságban inkább azt mutatja meg, hogy az adott terület éghajlata adott

folyó esetén mekkora vízhozam értékeket eredményez kategóriánként. Mivel a villámárvizek keletkezésében a csapadék játssza a döntő szerepet, ezért indokolt inkább a P(nedves) átmenet-valószínűségi mátrixot és invariáns eloszlását számolni egy adott vízfolyás esetében. A számítás megerősítette, hogy dombvidéki folyó esetén nedves peremfeltétel mellett igen nagy a valószínűsége, hogy a vízhozam magas értéket érjen el, ezáltal megnőjön a villámárvíz kockázata.

ÖSSZEFOGLALÁS, KÖVETKEZTETÉSEK

Magyar nyelvű szakirodalomban még nem szerepelt adott folyó árvíz (vagy villámárvíz) kockázatának elemzése kétváltozós Markov-láncokkal. Kutatásunkban egy magyarországi esettanulmány (Bükkösdi-víz) kapcsán alkalmaztuk e módszert. Választásunk egyrészt azért esett erre a vízfolyásra, mert a vízgyűjtő területén az egyre inkább szélsőségesebbé váló időjárás következményeként gyakran fordult elő (legutóbb 1999, 2005, 2010, 2014, 2015, 2016 években) rövid ideig tartó, heves eső. Ezek a szélsőséges meteorológiai események villámárvizet okoztak. Az előre nehezen megjósolható, gyors lefolyású árvizek jelentős helyi vízkárokat okoztak a vízgyűjtő lakott, illetve mezőgazdasági művelésű területein egyaránt. Másrészt erre a vízfolyásra rendelkezésre álltak egyidejűleg a csapadék és a vízhozam adatok.

Először a vízhozam és csapadék adatokat kategorizálni kellett, melyben a K-közép algoritmust is célszerű alkalmazni. Hangsúlyozzuk, hogy viszonylag rövid (50 napos) adatsort vettünk alapul, hogy számításainkat számítógép használata nélkül is be tudjuk mutatni, elsődleges célunk a módszer demonstrálása volt. Több évre vonatkozó hosszabb adatsorokkal pontosabb képet kaphatunk egy adott folyó vízhozam előre jelzésére a csapadék ismeretében.

A Markov-láncok alapvető fogalmainak ismeretében, illetve a kétváltozós Markov-lánc felhasználásával kiszámítottuk a választott időszak csapadék és vízhozam adataira (már kategorizált) támaszkodva az átmenet-valószínűségi mátrixokat száraz és nedves peremfeltételek esetén. Vizsgálatainkban a nedves peremfeltétel volt érdekes, ez az alapja egy megnövekedett vízhozamnak, illetőleg villámárvíznek. A számításainkból kiderült, hogy a Bükkösdi-víz esetében nedves feltétel mellett hosszú távra igen nagy annak a valószínűsége, hogy a vízhozam a legfelső kategóriába kerüljön, azaz akár villámárvíz kockázat kialakuljon. Erre a kockázatra korábban más szakemberek (*Balatonyi 2016*) is felhívták a figyelmet. A Baranya-csatornán hasonló a helyzet ezért egy 1,9 milliárd forintos beruházás keretében 2019-re elkészült a tervezett 28 hektáros, 1 280 000 m³ térfogatú záportározó. A létesítmény megépítésének célja elsősorban a tavaszi árvízveszély csökkentése volt a víz visszatartásával, illetve az érkező vízhozam csökkentésével. Ez a tározó négyezer embert védhet meg a jövőben a felhőszakadások idején.

Az ismertetett módszerünknek vannak korlátai. A villámárvizek gyakran pár óra alatt képesek pusztítást végezni. Mivel nagyon nagy vízhozamok viszonylag rövid ideig tartanak (max. pár óra), célszerűbb volna a vizsgálatokat elvégezni a napi bontáson felül szűkebb bontásban is. Ez azonban a megnövekedett adatmennyiség miatt már kézi számítást nem tesz lehetővé, a bemutatott módszert programozni kell és számítógéppel kiszámolni az átmenet-valószínűségeket. (Másrészt részletes vízhozam és csapadék adatsornak kell egyidejűleg rendelkezésre állni.) Patrice Yapo végzett hasonló számításokat az oklahomai Bird Creek vízfolyás példáján (*Yapo 1993*).

A bemutatott sztochasztikus módszerrel további kutatásokban más dombvidéki vízfolyásokra is érdemes lenne meghatározni a villámárvíz kockázatot, ha rendelkezésre állnak az adott területre vonatkozó csapadék és vízhozam adatok.

Nagyobb síkvidéki folyók esetén ez a modell az árvíz prognózisában már problémás, bonyolultabb, magasabb rendű Markov-láncokat kell alkalmazni (*Yapo 1993*), de érdemes lenne ezt is egyszer magyar nyelvű szakirodalomban megismertetni.

IRODALOMJEGYZÉK

- Balatonyi L. (2016). Villámárvíz, mint potenciális természeti veszélyforrás: Monitoring alapú kisvízgyűjtő optimalizálás a hegy- és dombvidéki árvek pontosabb előrejelezhetőségéért. Budapest, Magyarország. GlobeEdit ISBN: 9783330806573
- Bartholy J., Pongrácz R. (2005). Tendencies of extreme climate indices based on daily precipitation in the Carpathian Basin for the 20th century. *Időjárás*, 109, 1-20.
- Chin, E.H. (1977). Modelling daily precipitation occurrence process with Markov chain. *Water Resources Research*, 13 (6), 949-956.
- Czigány Sz., Pirkhoffer E., Lóczy D., Balatonyi L. (2013). Flash flood analysis for Southwest-Hungary. Springer Geography, pp. 67-82., ISBN: 978-94-007-6300-5
- Eszékly O. (1987): A Bükkösi-víz felső vízgyűjtőjén tervezhető árvízcsúcs csökkentő tározók hidrológiai tanulmányterve. (Hydrological analysis of the proposed flood mitigation pool in the upper-catchment of the Bükkösi-víz) – Kézirat, Pécs
- Fekete Á., Keve G. (2020) A csapadékösszegek és az aszályos időszakok vizsgálata Markov-láncokkal. *Hidrológiai Közöny* 100. évf. 4. szám, 60-70.
- Feller W. (1951). The Problem of n Liars and Markov Chains. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 58, No. 9, pp. 606-608
- Gabriel, K.R., Neumann J. (1962). A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 88, 90-95.
- Haan, C.T., Allen D. M., Street J. O. (1976). A Markov chain model for daily rainfall. *Water Resources Research*, 12 (3), 443-449.
- Hartigan, J.A. (1975). Clustering Algorithms. Wiley, New York, pp. 84-112.
- Hegedüs P., Czigány Sz., Balatonyi L., Pirkhoffer E. (2013). Analysis of Soil Boundary Conditions of Flash Floods in a Small Basin in SW Hungary. *Central European Journal Of Geosciences*, 5:(1) pp. 97-111.
- Jackson, B. (1974). The use of streamflow models in planning. *Water Resources Research*, 11 (1), pp. 54-63.
- Karlin, S., Taylor H. (1985). Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Kocsis K. (szerk.) (2018). Magyarország Nemzeti Atlasza – Természeti környezet. Budapest, MTA CSFK Földrajztudományi Intézet. p. 187 http://www.nemzetiatlasz.hu/MNA/MNA_2_13.pdf (A letöltés dátuma: 2022.01.11.)
- Kontur I., Koris K., Winter J. (1993). Hidrológiai számítások. Budapest, Akadémiai Kiadó
- Pirkhoffer E., Czigány Sz., Geresdi I. (2009). Impact of rainfall pattern on the occurrence of flash floods in Hungary. *Zeitschrift für Geomorphologie*, 53, pp 139-157.
- Pirkhoffer E., Czigány Sz., Geresdi I. (2010). Villámárvizek modellezhetősége Magyarországon. in: Lóki J. & Demeter G. (szerk.): Az elmélet és a gyakorlat találkozása a térinformatikában. RexPo Kft., Debrecen, pp. 131-143. ISBN: 978-963-069341-7
- Selvi, S. T., Selvaraj R. S. (2011). Stochastic Modelling of Annual Rainfall at Tamil Nadu. *Universal Journal of Environmental Research and Technology*, Volume 1, Issue 4: pp. 566-570.
- Yakowitz, S. J. (1985). Markov flow models and the flood warning problem. *Water Resources Research*, 21 (5).
- Yapo, P. (1993). A Markov chain flow model with application to flood forecasting. *Water Resources Research*, 29 (7): 2427-2436.
- Yusuf A. U., Adamu L., Abdullahi M. (2014). Markov chain model and its application to annual rainfall distribution for crop production. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 3(2): 39-43.
- *** DDVIZIG (2022). Adatszolgáltatás, szentlőrinci vízrajzi mérőállomás.
- *** OMSZ adatbázis (2022). Napi csapadékösszegek, Pécs.