Anleitungen

für den

Unterricht
an den k. u. k. Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten

im Anschlusse an die Lehrpläne (Dienstbücher F – 6).

Mathematik.

(Für die Militärrealschulen und Kadettenschulen.)

Herausgegeben vom k. u. k. Kriegsministerium.

WIEN.
In Kommission bei L. W. Seidel & Sohn, k. u. k. Hofbuchhändler.
1913.

Anleitungen

für den

Unterricht
an den k. u. k. Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten

im Anschlusse an die Lehrpläne (Dienstbücher F – 6).

Mathematik.

(Für die Militärrealschulen und Kadettenschulen.)

Herausgegeben vom k. u. k. Kriegsministerium.

WIEN.
In Kommission bei L. W. Seidel & Sohn, k. u. k. Hofbuchhändler.
1913.

Druck: Christoph Reisser's Söhne, Wien V.

Inhaltsverzeichnis.

I. Allgemeine Bemerkungen.

II. Besondere Bemerkungen.

III. Behandlung des Lehrstoffes in den einzelnen Jahrgängen.

A. Unterrealschule.

B. Oberrealschule.

Anleitung*)

für den Unterricht in der Mathematik.

I. Allgemeine Bemerkungen.

1. Der mathematische Unterricht hat die Aufgabe, einerseits an der Ausbildung des Denkvermögens der Zöglinge mitzuwirken, anderseits ihnen jene Summe bleibenden mathematischen Wissens und Könnens zu vermitteln, welche zur Aufnahme militärtechnischer Studien erforderlich ist. **Aufgabe und Ziel des mathematischen Unterrichtes.**

Die Auswahl und Gliederung des Lehrstoffes ist so getroffen, daß der Unterricht in den ersten drei Jahrgängen

---

*) Bei der Bearbeitung wurden benützt:

Instruktionen für den Unterricht an den Realschulen. Wien 1905.

Normallehrplan der Realschulen. Wien 1909.

Instruktionen für den Unterricht an den Gymnasien. Wien 1900.

Bergmann: Der mathematische Unterricht an den Realschulen. Heft I der Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich. Hölder, Wien 1910.

Dintzl: Der mathematische Unterricht an den Gymnasien. Heft III der Berichte über den mathematischen Unterricht in Österreich. Hölder, Wien 1910.

Höfler: Didaktik des mathematischen Unterrichtes. Teubner, Leipzig 1910.

Reidt-Schotten: Anleitung zum mathematischen Unterricht. Berlin 1900.

Hočevar: Lehrbücher der Arithmetik und Geometrie.

Jakob-Schiffner-Travniček: Lehrbücher der Arithmetik und Geometrie.

Močnik-Zahradniček: Lehrbücher der Arithmetik.

Močnik-Spielmann: Lehrbücher der Geometrie.

der Unterrealschule eine Vorschule der Zahlen- und Raumlehre bildet. In der Zahlenlehre knüpft er an die aus der Volksschule hergebrachten Kenntnisse an. Neben der Vertrautheit mit den besonderen Zahlen und ihren einfachsten Eigenschaften, neben der Einsicht in die leichtesten Rechenregeln, strebt er eine ruhige Sicherheit im numerischen Rechnen an und erhebt sich allmählich bis zu den Anfängen der Buchstabenrechnung als abschließender und zusammenfassender Darstellung der bisherigen Rechengesetze.

In der Raumlehre leitet er den Zögling zum bewußten Anschauen der Raumformen an. Unter Verwertung der von den übrigen Lehrfächern (Geographie, Naturgeschichte etc.) und vom gewöhnlichen Leben nahegelegten Raumvorstellungen führt er dem Zöglinge die planimetrischen und stereometrischen Grundgebilde vor und erklärt die einfachsten, gegenseitigen Beziehungen derselben, soweit zu ihrer Erkenntnis die unmittelbare Anschauung ausreicht.

Der mathematische Unterricht auf dieser Stufe bezweckt auch die Gewöhnung an den sinngemäßen und sicheren Gebrauch der arithmetischen und geometrischen Kunstsprache, ohne vorzeitige Erzwingung formeller Definitionen.

Vom IV. Jahrgange ab ist der Sinn für die wissenschaftliche Verknüpfung mathematischer Einzelbegriffe und Einzelsätze in Arithmetik und Geometrie (unter Verzicht auf rein deduktive Darstellung) anzubahnen und allmählich auch das Erfassen und Anwenden des Funktionsbegriffes zu entwickeln.

Der Zeitaufwand für Arithmetik und Geometrie ist so bemessen, daß der Unterricht in der Raumlehre im ersten Jahrgange der Unterrealschule vier Wochen nach dem Schulanfange beginne und von da ab bis zum Schlusse des vierten Jahrganges eine Stunde wöchentlich der Geometrie, in der Oberrealschule jedoch gleichviel Stunden der Geometrie wie der Arithmetik gewidmet werden, wobei dann gewöhnlich die Stunden für die beiden Fächer abwechseln.

Lehrvorgang.

2. Die Erfahrung, daß das gegenständliche Interesse des Zöglings gewonnen wird, wenn er bei der Entwicklung der Begriffe und Gewinnung von Erkenntnissen mitwirken kann, sowie die Natur der Mathematik führen dahin, im allgemeinen die fragend-entwickelnde Methode anzuwenden. Sie wird darin ihren Ausdruck finden, daß der Lehrer, von bereits Bekanntem ausgehend, durch passend gewählte Fragen, die er immer an die ganze Klasse zu richten hat, das Interesse und den Wetteifer der Zöglinge anregt und sie auf diesem Wege zur Erkenntnis der neuen Wahrheit hinleitet. Diese Fragen werden sich, wo es nur angeht, und namentlich auf der Unterstufe, an praktische Beispiele (Modelle) anlehnen. Hieraus erwächst auch der Vorteil, daß die Mathematik mit anderen Wissenszweigen, von denen die militärischen nach Tunlichkeit zu berücksichtigen sind, verknüpft wird und der Zögling zu der Überzeugung gelangt, daß es sich in der Mathematik nicht um reine Spekulation, sondern um die Erwerbung von Kenntnissen handelt, von welchen in vielen Lagen nützlicher Gebrauch gemacht werden kann.

Der Entwicklung an praktischen Beispielen wird die Verallgemeinerung und die Festlegung der Regel oder die Formulierung des Lehrsatzes folgen sowie die Untersuchung für die Gültigkeit oder Ungültigkeit der Umkehrung. Hieran schließen sich Aufgaben, bei deren Lösung die entwickelten Sätze in mannigfacher Kombination zur Anwendung gelangen. Sie sind vom Lehrer sorgfältig vorzubereiten und müssen insbesondere nach Abschluß größerer Abschnitte in reicher Zahl vorgenommen werden. Durch ihre zweckmäßige Auswahl wird der ganze Inhalt und der didaktische Erfolg des Mathematikunterrichtes weit mehr bestimmt als durch Ausmaß und Formgebung des theoretischen Lehrstoffes. Die Auswahl muß, wie schon erwähnt, sorgfältig sein, weil durch zu schwierige oder zu leichte Aufgaben die quantitativen Grenzen des von den Zöglingen zu Verlangenden verschoben werden könnten. Noch bedenklicher aber wären Abirrungen in qualitativer Hinsicht, wie alle bloß formalistischen Beispiele, Operationen mit komplizierten Ausdrücken, Konstruktionen und Berechnungen von Dreiecken aus irgendwelchen fernliegenden Bestimmungsstücken, Auflösung gekünstelter Gleichungen u. dgl., die besondere Übung oder Kunstgriffe erfordern. Die Absicht des Lehrplanes verlangt statt dessen vielseitige Anwendungen, wie sie die verschiedenen Schulfächer und die Bedürfnisse des Lebens darbieten.

Um die Zöglinge zu einem planmäßigen Arbeiten zu erziehen, halte man sie an, auf Grund der Bedingungen der Aufgabe die Mittel und den Weg zu ihrer Lösung anzugeben, ehe die Durchführung der Aufgabe begonnen wird. Nach der Auffindung des Resultates wird — namentlich auf der Oberstufe — die Diskussion, beziehungsweise Determination folgen, welche ganz besonders geeignet ist, den jugendlichen Geist zu mathematischem Denken anzuleiten.

Die stete Rücksichtnahme auf den didaktischen Grundsatz, daß der Unterricht in einem fortlaufenden Zusammenarbeiten des Lehrers mit dem Schüler besteht und die hiedurch bedingte Lehrmethode werden es mit sich bringen, daß nicht Forderungen an den Zögling gestellt werden, welche dessen dem Lebensalter entsprechende Geisteskräfte übersteigen. Es betrifft dies auch die Forderung nach formgerechten Definitionen mathematischer Begriffe. Diese sind auf der Unterstufe durchwegs entbehrlich und auch auf der Mittel- und Oberstufe mit umso größerer Vorsicht einzuführen, je allgemeiner und primitiver die Begriffe sind, z. B. Grade, Zahl, Größe. Viel sicherer als bloßes Nachsagen fertiger Definitionen läßt der sachgemäße Gebrauch der Kunstausdrücke in mannigfaltigen Anwendungen und Abänderungen erkennen, ob der Zögling Inhalt und Umfang der Begriffe richtig erfaßt hat.

Eine sorgfältige Anordnung in der

Durchführung einer Aufgabe ist nicht außer acht zu lassen. Nicht nur, daß man damit in bezug auf den Ordnungssinn erziehlich wirkt, gewinnt die Durchführung an Übersichtlichkeit und beugt Fehlern vor, welche sich bei einer ungeordneten Darstellung nur zu oft einschleichen. Mit Konsequenz fordere man z. B. Bruchstrich horizontal, Gleichheitszeichen unter Gleichheitszeichen, Figur links, Beweis oder rechnerische Durchführung rechts, Zwischenresultate unterhalb der Figur etc. Flüchtigkeit oder Schleuderhaftigkeit in Ziffern, Buchstaben oder Figuren sind absolut nicht zu dulden.

Einer einheitlichen Bezeichnungsweise geometrischer Gebilde ist Beachtung zu schenken und ist in dieser Hinsicht mit dem Lehrer der darstellenden Geometrie das Einvernehmen zu pflegen.

Ein wichtiges Moment des mathematischen Unterrichtes bildet die *sprachliche Schulung* des Zöglings. Sowie sich der Lehrer bei Erklärungen und Fragestellungen einer korrekten, präzisen Sprache zu bedienen hat, muß er auch von den Zöglingen sprachrichtige, klare Antworten verlangen. Abgesehen davon, daß der klare Inhalt des Gegenstandes dies erfordert, muß schon aus erziehlichen Rücksichten darauf geachtet werden, weil eine klare Ausdrucksweise im praktischen Leben von Wichtigkeit ist.

Die Bedeutung, beziehungsweise Ableitung der nichtdeutschen, mathematischen Fachausdrücke muß den Zöglingen erklärt werden.

Nicht unwesentlich zur Belebung des Unterrichtes werden *historische Bemerkungen* beitragen, die an passenden Stellen und der Unterrichtsstufe entsprechend eingestreut werden. Diese Bemerkungen werden sich aber nicht etwa darauf beschränken, anzuführen, von wem dieses oder jenes Operationszeichen oder Symbol zuerst gebraucht, dieser oder jener Satz gefunden wurde, sie werden auch berühmte Probleme wie Quadratur des Kreises, Delische Aufgabe etc. berühren.

Schul-arbeiten. 3. Die Schularbeiten haben vornehmlich die Bestimmung, die Zöglinge nach und nach dahin zu bringen, über einen größeren Stoff ohne jede Beihilfe so zu verfügen, daß sie einschlägige Aufgaben innerhalb einer festgesetzten Zeit zu lösen vermögen. Dem Lehrer übermitteln diese Arbeiten ein Gesamtbild über den Wissensstand der Klasse und tragen auch zur Bildung eines sicheren Urteiles über den Fortgang der einzelnen Zöglinge bei. Vor allem möge daran festgehalten werden, daß sich für den genannten Zweck nur solche Aufgaben eignen, welche der durchschnittlichen Begabung der Klasse entsprechen. Auf gar keinen Fall dürfen sie die Anwendung besonderer Kunstgriffe enthalten. Auch Nachweise theoretischer Lehrsätze sind auszuschließen. Nach der Rückstellung der sorgfältig korrigierten Arbeiten werden die Aufgaben auf der Tafel durchgeführt und hiezu jene Zöglinge herangezogen, welche minder gut gearbeitet haben. Hiebei macht der Lehrer auf wiederholt gemachte Fehler aufmerksam und bespricht die eventuell verschiedenartigen Lösungen. Für den jungen Lehrer dürfte es empfehlenswert sein, sich für die Aufgaben der Schularbeiten ein eigenes Heft anzulegen, in welchem er bei den einzelnen Beispielen die am häufigsten gemachten Fehler vermerkt.

Übungs-aufgaben. 4. Zur Selbstbeschäftigung der Zöglinge und der damit zusammenhängenden Wiederholung und Durchübung des Lehrstoffes werden von Stunde zu Stunde kleine Übungsaufgaben gestellt, welche in der Unterrealschule einen Teil des Übungsstoffes jener Stunde bilden, für welche sie aufgegeben waren, in der Oberrealschule jedoch in genannter Stunde in der Regel nur kurz besprochen werden. Dieselben sind in ein besonderes Heft einzutragen, in welches der Lehrer zeitweise Einsicht nehmen muß. Unter allen Umständen wird er sich dieses Heft von jedem Zögling, der zur Tafel gerufen wird, vorlegen lassen. Auf die gewissenhafte Durchführung der Aufgaben sowie auf die äußere Form ist

Gewicht zu legen. Um einem unselbständigen Arbeiten — zu welchem in der Massenerziehung die Versuchung nahe liegt — einigermaßen zu begegnen, wird es sich empfehlen, insbesonders unfleißige Zöglinge unvermutet zur Tafel zu rufen und von ihnen eine der Übungsaufgaben ohne Nachhilfe arbeiten zu lassen. Damit wird man erreichen, daß sie sich in der Folge mit den Aufgaben eingehend beschäftigen werden.

II. Besondere Bemerkungen.

Arithmetik. 1. Der Fortschritt in den Oberklassen ist wesentlich bedingt durch den Unterricht in der Unterrealschule. Nur wenn dieser die Begriffe gründlich vorbereitet und auf eine verständnisvolle Anwendung und Gewandtheit in der Durchführung der Operationen hinwirkt, werden die Zöglinge den in die Tiefe gehenden Ausführungen in den höheren Jahrgängen ohne große Anstrengung folgen können. Durch viele Übungen muß insbesondere darauf hingearbeitet werden, daß die Zöglinge Sicherheit und Fertigkeit im Rechnen mit Dezimalzahlen und mit gemeinen Brüchen erlangen. Das gleiche gilt für das Auflösen von Klammern, für das Rechnen mit allgemeinen Brüchen und für die Auflösung von Gleichungen.

Mit großer Sorgfalt ist das Kopfrechnen zu pflegen, in welchem die Zöglinge schon auf der Unterstufe Sicherheit erlangen müssen. Dieselbe kann nur durch unausgesetzte Übung erreicht werden. Nicht nur, daß die Ableitung der Rechenregeln an Kopfrechnungen erfolgt, werden in jeder Mathematikstunde einige der Durchübung des Lehrstoffes entsprechende Aufgaben mittels Kopfrechnens gelöst. Neben Beispielen, wie sie im praktischen Leben wirklich vorkommen, wird man auch solche wählen, in welchen Daten der verschiedenen Wissenszweige, insbesondere der militärischen, verwertet werden. Auch in den höheren Jahrgängen werden sich für das Kopfrechnen Gelegenheiten genug ergeben, die man nicht ungenutzt vorübergehen lassen darf.

Geometrie. 2. Wie bereits eingangs erwähnt, ist der Unterricht in der Geometrie der Unterstufe ein propädeutischer, der auf

Anschauung beruht. Von den Hilfsmitteln zur Veranschaulichung der geometrischen Lehren wird daher auf dieser Stufe der weitgehendste Gebrauch gemacht. Zu diesen Hilfsmitteln gehören vor allem Modelle (Körper- und Flachmodelle), die der Zögling womöglich selbst anzufertigen hat. An ihnen soll er geometrische Gebilde benennen, beschreiben, sie mit ähnlichen Formen der Natur, Kunst etc. vergleichen, ihre Größenverhältnisse abschätzen und messen lernen. An ihnen und deren zeichnerischen Versinnlichung werden die Hauptsätze der Raumlehre entwickelt, die durch praktische Anwendungen auf Konstruktionsaufgaben und Berechnungen sowie auch durch praktische Betätigungen, wie Vermessungen im Lehrsaale und im Gelände zum bleibenden Eigentum der Zöglinge werden.

Im IV. Jahrgange der Unterrealschule beginnt der systematische Unterricht in der Geometrie, der den Zögling in den Stand setzen soll, für Lehrsätze und Aufgaben, welche unmittelbare und einfache Anwendungen bereits verstandener und gekannter Sätze sind, selbst die Beweise oder die Auflösungen zu finden. Um dieses Ziel zu erreichen, sind in erster Linie alle künstlichen Beweise unbedingt zu vermeiden; wissenschaftlich bildend sind für den Zögling nur die einfachen, in ihrem ganzen Verlaufe übersichtlichen Beweise, in denen er die nach den vorhergegangenen Sätzen natürlich zu erwartenden, durch das Verhältnis von Voraussetzung und Behauptung bedingten Vermittlungsglieder der Schlußreihe erkennt. Weiters muß sich der Lehrgang auf die zum systematischen Gefüge des ganzen erforderlichen Lehrsätze beschränken und deren Kenntnis vornehmlich durch ihre Anwendungen auf Aufgaben festigen.

Dem engen Kontakte zwischen dem Arithmetik- und Geometrieunterrichte (geometrische Veranschaulichung der Rechengesetze, Ineinandergreifen von Rechnung, Messung und Konstruktion) ist eine große Aufmerksamkeit zuzuwenden. Es wird dies umso leichter sein, als in jedem Jahrgange Arithmetik und Geometrie in der Hand eines Lehrers vereinigt sind.

Elemente der Funktionslehre.

3. Der Umstand, daß der Funktionsbegriff alle Teile der Mathematik, der Naturwissenschaften etc. durchdringt, erfordert die Aufnahme der Elemente der Funktionslehre in den Mittelschulunterricht. Mit vorbereitenden Betrachtungen wird schon bei den einfachen Schlußrechnungen auf der Unterstufe begonnen werden, indem man an konkreten Beispielen darauf hinweist, daß mit der Änderung einer der gegebenen Größen sich auch das Ergebnis der Rechnung ändert. Eine weitere Anregung zum funktionalen Denken bietet sich in der Raumlehre bei Umfangs-, Flächen- und Raumausdehnungen, indem die Aufmerksamkeit des Zöglings auf das Wachsen (Abnehmen) einer Größe in linearem, beziehungsweise quadratischem oder kubischem Verhältnisse lenkt. Im IV. Jahrgange wird bei der Behandlung der Lehre von den Gleichungen — nach vorheriger Darstellung empirischer Funktionen — zur Erklärung und Darstellung der linearen Funktion geschritten, woran sich die graphische Auflösung zunächst einer linearen Gleichung mit einer Unbekannten und dann auch eines linearen Gleichungsystems mit zwei Unbekannten schließen wird. In den höheren Jahrgängen folgt die Erörterung der Potenz-, Exponential- und logarithmischen Funktion, sowie der goniometrischen Funktionen und deren graphische Darstellungen, die man die Zöglinge auf sogenanntem Millimeterpapier durchführen läßt. Den Abschluß finden die Elemente der Funktionslehre in den ersten Anfängen der Differential- und Integralrechnung und deren einfachsten Anwendungen.

Geometrisches Zeichnen auf der Unterstufe.

4. Nach dem Lehrplane schließt sich im II. und III. Jahrgange der Unterstufe an den Mathematikunterricht das geometrische Zeichnen an, welches vom Lehrer

der Mathematik gelehrt, aber gesondert klassifiziert wird. Durch dasselbe soll der Zögling eine gewisse Fertigkeit in der zeichnerischen Durchführung von Konstruktionsaufgaben erlangen, die auch eine Bedingung für das raschere Fortschreiten des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie bildet. Es ist naheliegend, daß man die Zöglinge zunächst über die beim geometrischen Zeichnen vorkommenden mechanischen Verrichtungen, wie Anheften oder Aufspannen des Zeichenblattes etc., sowie über den Gebrauch des Schlaglineals, der Dreiecke und des Reißzeuges belehren wird. — Bei allen mit dem Zeichnen verbundenen Tätigkeiten der Zöglinge achte man darauf, daß die strengste Ordnung eingehalten werde. Bezüglich der graphischen Ausführung setze man genau fest, welche Linien voll auszuziehen, welche zu stricheln, welche zu punktieren oder zu strichpunktieren sind. Bei der Durchführung der Zeichnung wird sich wiederholt Gelegenheit bieten, die Zöglinge auf die Merkmale guter Zeichenrequisiten aufmerksam zu machen. Mit Zöglingen, welche geringe manuelle Fertigkeiten besitzen, wird sich der Lehrer intensiv beschäftigen müssen.

Die ersten Übungen im geometrischen Zeichnen sind bloß vorbereitende Übungen im Ziehen von Geraden und Kreislinien, wobei nur ein Verschieben des Schlaglineals am Reißbrett, des Dreiecks am Schlaglineale und ein Übertragen gleicher Strecken nötig ist. Der Lehrer zeichnet die einzelnen Muster, wie einfache Mäander, Banddurchschiebungen, Kreisreihungen u. dgl. möglichst korrekt an die Tafel, geht aber dabei entsprechend langsam vor, damit die Zöglinge, welche mitzeichnen müssen, nachkommen können. Der gleiche Vorgang wird auch in der Folge beibehalten, sei es, daß Konstruktionsaufgaben oder Zierformen durchgeführt werden.

Alle Aufgaben sind nach gegebenen Dimensionen zu arbeiten. Maßstab und Transporteur müssen in fortwährender Benützung stehen.

Der tadellosen Reinheit und korrekten Ausführung der Zeichnungen sowie dem sorgfältigen Beschreiben derselben ist die größte Aufmersamkeit zuzuwenden. Um den Zöglingen Gelegenheit zu geben, korrekt ausgeführte Zeichnungen zu sehen, sind solche in genügender Anzahl an den Wänden des Lehrsaales in Rahmen anzubringen.

Der Gleichmäßigkeit halber sollen alle Zeichenblätter einer Klasse dasselbe Format besitzen. Man lasse — falls nicht bereits vorgedruckt — in mäßiger Entfernung vom Rande (etwa 5 *cm*) ein Rechteck zeichnen und dieses entsprechend in Felder einteilen, in welche die einzelnen Figuren zu stehen kommen. Jedes Zeichenblatt soll mit der laufenden Nummer, der Angabe des Jahrganges (Klasse), dem Tage der Ablieferung und der Unterschrift des Zöglings versehen sein. Für die abgelieferten Zeichenblätter eines jeden Zöglings ist ein Umschlag anzulegen.

III. Behandlung des Lehrstoffes in den einzelnen Jahrgängen.

A. Unterrealschule.

I. Jahrgang.

a) **Rechnen.** Der Umstand, daß die Zöglinge ihre Vorbildung an verschiedenen Volksschulen erhalten und oft auch mit Sprachschwierigkeiten zu kämpfen haben, erfordert, daß der Rechenunterricht mit der ersten Grundlage des Rechnens überhaupt, d. i. mit dem Vor- und Rückwärtszählen um eine Einheit im ersten Hunderterkreise beginne. Auf dieses einfache Zählen folgt das Vor- und Rückwärtszählen in Intervallen (Zweier-, Dreier-, Viererzahlen u. s. w.) und anschließend — innerhalb eines kleinen Zahlenkreises — vornehmlich mittels des Kopfrechnens eine Wiederholung der in der Volksschule gelernten vier Grundrechnungsarten. Nach diesen Vorübungen wird man zur Erörterung des Grundgedankens des dekadischen Zahlensystems — auch ausgedehnt auf Dezimalen — schreiten und dabei gleichzeitig das Anschreiben und Aussprechen der Zahlen üben. Da längere Zeit vergeht, bis die Zöglinge hierin Geläufigkeit erlangt haben, empfiehlt es sich, um einer Ermüdung vorzubeugen, die römischen Zahlzeichen zu behandeln und im eigentlichen Gegenstande — unter Beachtung des methodischen Prinzipes die einzelnen Rechnungsarten zuerst im Kopf und dann schriftlich zu üben — zum Addieren und Subtrahieren innerhalb eines sich allmählich erweiternden Zahlenkreises überzugehen. Der Satz, daß der Wert einer Differenz nicht geändert wird, wenn man Minuend und Subtrahend um gleichviel Einheiten vergrößert oder verkleinert, wird durch Punkte, Striche u. dgl. bildlich veranschaulicht.

Wenn die Zöglinge das Anschreiben und Aussprechen der Zahlen in einem größeren Zahlenkreise beherrschen, wird man im Addieren und Subtrahieren fortschreiten und diese Rechnungsarten auch auf Dezimalen ausdehnen. Im Verlaufe der Übungen wird zeitweise durch Änderung einzelner Teile der Angaben auf die damit verbundene Änderung des Resultates hingewiesen.

Die Multiplikation wird mit der Wiederholung des kleinen Einmaleins eingeleitet. Die Erklärungen für diese Rechnungsart werden an einfachsten Beispielen mit kleinen Zahlen entwickelt. Besonders hervorzuheben ist, daß der Multiplikator nur eine unbenannte, der Multiplikand eine benannte oder unbenannte Zahl sein kann. Aus dieser Unterscheidung wird sich bei der Division die scharfe Trennung zwischen Teilung und Messung ergeben. Die Bedeutung der Multiplikation mit 1 oder 0 wird daraus abgeleitet, daß man einen Multiplikator folgeweise um 1 abnehmen läßt und die Werte der einzelnen Produkte vergleicht. In ungesuchter Art ergibt sich dann auch die Gültigkeit des Vertauschungsgesetzes für den Fall, als einer der Faktoren 1 oder 0 ist. Mit besonderer Sorgfalt leite man die Zöglinge an und gewöhne sie, den Stellenwert der höchsten und niedrigsten Stelle des Produktes vor Beginn der Durchführung der Multiplikation zu bestimmen. Zeitweise wird man auch nach dem Stellenwerte irgend einer Ziffer eines berechneten Teilproduktes fragen.

Die Erklärung für die Multiplikation mit einer Dezimalzahl wird von der Bedeutung der Multiplikation mit 0·1, 0·01, 0·001 etc. ausgehen, welche sich aus den nacheinander folgenden Multiplikationen mit den Stufenzahlen 1000, 100, 10, 1 ergibt. Während der vielfachen Übungen wird man Gelegenheit haben, die Zöglinge mit den Rechnungsvorteilen für jene Fälle bekannt zu machen, als der Multiplikator 11 oder seine erste oder letzte Ziffer 1 oder endlich, wenn er um einige Einheiten kleiner als eine Stufenzahl ist. Überdies wird es für die rasche Lösung namentlich von Kopfrechnungsaufgaben von Vorteil sein, nach und nach das sogenannte große Einmaleins mit den Zöglingen einzuüben. Selbstverständlich sind diese Übungen im Verlaufe des ganzen Rechenunterrichtes fortzusetzen.

Wie schon früher erwähnt, wird bei der Division zwischen Messung und Teilung zu unterscheiden sein. Auf den Unterschied dieser Begriffe werden die Zöglinge durch einfache Beispiele und durch graphische Darstellungen geführt. Eine bildliche Darstellung vermag auch am einfachsten den Satz zum Verständnis zu bringen, daß der Wert eines Quotienten nicht geändert wird, wenn man sowohl Dividend als auch Divisor mit derselben Zahl multipliziert oder dividiert. Damit die Zöglinge vor der Ausführung einer Division den Stellenwert der ersten geltenden Ziffer des Quotienten zu bestimmen vermögen, ist es nötig, die Division dekadischer Einheiten gründlich einzuüben. Bei der Bestimmung der ersten geltenden Quotientziffer halte man einen ganz bestimmten Vorgang ein. So wird man z. B. bei 153·4 : 0·83 sprechen: „8 in 1 nicht enthalten, 8 in 15 enthalten; 15 hat den Stellenwert der Zehner, 8 den der Zehntel. Zehner durch Zehntel geben Hunderter.“ Nun werden für den Quotienten die Stellen der Ganzen durch Punkte markiert und der Dezimalpunkt gesetzt. Sobald die Zöglinge in der Durchführung von Divisionen eine gewisse Sicherheit erlangt haben, kann man sie mit den Rechnungsvorteilen für die Multiplikation und Division durch 25 und 125 sowie durch Zahlen, die sich — vom Stellenwerte abgesehen — in zwei einzifferige Faktoren zerlegen lassen, bekannt machen.

Zur Durchübung aller vier Rechnungsarten werden hauptsächlich Beispiele mit benannten — vorläufig einnamigen — Zahlen verwendet. Derlei Beispiele bieten in ihrer Mannigfaltigkeit eine erfrischende Abwechslung und zugleich Gelegenheit, den Zöglingen das Wesentliche über das metrische Maß- und Gewichtssystem beizubringen.

Das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen wird sich auf einfache Aufgaben beschränken, die sich auf das metrische Maß- und Gewichtssystem, auf das Münzwesen sowie auf das Zeit-, Zähl- und Winkelmaß beziehen.

Was die Vorübungen im Bruchrechnen betrifft, sollen sich dieselben auf unmittelbare Anschauung stützen und zunächst durch das Kopfrechnen gelöst werden. Die Bildung von Lehrsätzen oder Regeln oder die Berufung auf solche ist hier ganz auszuschließen. Die Brüche werden als besondere Arten benannter Zahlen behandelt. Den Ausgangspunkt bildet die Teilung einer als Einheit angenommenen Größe in mehrere gleiche Teile (Falten eines Bogens Papier, Teilen einer Strecke etc.). Reiht man mehrere Einheiten (Ganze) aneinander, was am besten durch die bildliche Darstellung der natürlichen Zahlenreihe (Zahlenlinie) geschieht und teilt jede Einheit vorerst in Halbe und Viertel, sodann an einer zweiten Zahlenlinie in Drittel und Sechstel und so fort, so gelangt der Zögling an der Hand dieser bildlichen Versinnlichung zur Erkenntnis, daß man nicht nur nach Ganzen, sondern auch nach Teilen von Ganzen (nach Halben, Dritteln etc.) vor- und rückwärts zählen kann. Weiters lernt er an der Zahlenlinie, die nicht nur auf der Schultafel dargestellt wird, sondern die auch jeder Zögling in sein Heft sorgfältig einzeichnen muß, das Wesen eines Bruches, die Bedeutung des Zählers und Nenners, den Unterschied von echten und unechten Brüchen kennen und vermag einfache Aufgaben über die Formveränderung der Brüche und gemischter Zahlen sowie Aufgaben aus den vier Grundrechnungsarten leicht zu lösen. Bei den Übungen für Fünftel und Zehntel, denen man einige für Zwanzigstel, Fünfundzwanzigstel, Fünfzigstel und Hundertel anschließt, wird sich Gelegenheit ergeben, die Dezimalzahlen als Dezimalbrüche aufzufassen (Metermaßstab).

b) **Raumlehre.** Der Unterricht wird mit der Betrachtung verschiedener im Lehrsaale befindlicher Gegenstände beginnen. Sie haben bei der Verschiedenheit ihrer Größe, Form, Farbe etc. die Eigenschaft gemeinsam, daß sie einen Raum einnehmen; man nennt sie Körper. Nun frage man, ob und weshalb z. B. der Lehrsaal auch ein Körper sei, ob und weshalb die (in den Unterricht mitgebrachten) Modelle (Würfel, Quader, Zylinder, Kegel, Kugel) auch Körper seien u. dgl. Hierauf wird zur näheren Betrachtung des Würfels übergegangen, wobei sich durch entsprechende Fragestellungen die Begriffe Fläche, Linie (Kante), Punkt ergeben. In gleicher Weise werden der Reihe nach die anderen Modelle in den Kreis der Betrachtung gezogen. Durch Vergleichung der Begrenzungslinien gelangt man zum Begriffe der geraden und krummen Linie, durch Vergleichung der Begrenzungsflächen zum Begriffe der ebenen und krummen Fläche und vermag die Erklärung zu geben, was in der Raumlehre unter eckigen und runden Körpern verstanden wird. Von der Kante eines Würfels ausgehend werden die Benennungen Strecke, Gerade (Strahl), Halbstrahl festgelegt, ferner durch entsprechende Fragestellungen die Richtungen einer Geraden sowie die Sätze zur Erkenntnis gebracht, daß man durch einen Punkt beliebig viele, durch zwei Punkte nur eine einzige Gerade ziehen kann. (Prüfung eines Lineals, ob es geradlinig ist.) Anschließend lasse man Strecken vergleichen, messen sowie auch ihre Länge schätzen und die Schätzung durch Messung überprüfen. Dies erfordert die Erklärung von Maßstäben, Meßbändern und auch die Unterweisung in der Handhabung des Zirkels. Das Messen und Schätzen nehme man auch im Freien vor und übe dabei das Schrittmaß vergleichend mit dem Metermaße. Bei dem nun folgenden graphischen Rechnen mit Strecken zeige man, daß die Resultate auch mit Hilfe der Maßzahlen rechnerisch gefunden werden können.

Die Besprechung der Ebene und die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen erfolgt am Würfel und Quader (Lehrsaal). Die Zöglinge lernen dabei parallele, schneidende und windschiefe Gerade, parallele und einander schneidende Ebenen kennen, ferner, daß eine Ebene durch zwei einander schneidende oder zwei parallele Gerade bestimmt ist.

Den Erörterungen über den Kreis wird die Betrachtung der Kugel vorangehen. Ebene Schnitte einer Kugel (Modell, Globus) erzeugen an der Oberfläche Kreise, welche auch als Begrenzungslinien beim Zylinder und Kegel (Modelle) auftreten. Nun lasse man Kreise mit dem Zirkel zeichnen, dann mittels eines zu einer Schlinge zusammengeknüpften Fadens, der um einen Heftnagel gelegt ist, und leite hiebei die Grundeigenschaft des Kreises und die Beziehung zwischen Halbmesser und Durchmesser ab. Nach der Erklärung der Linien und Teile am Kreise gehe man zum Messen der Bogen und dem Rechnen mit denselben über. Es empfiehlt sich, auch Übungen im Schulparke vorzunehmen, wie: Abstecken eines kreisförmigen Beetes, Vergleich der Länge des abgeschrittenen oder mittels des Meßbandes abgemessenen Durchmessers mit der Länge des Umfanges etc. Bei dieser Gelegenheit kann man auch den Zöglingen die mechanische Konstruktion einer Ellipse zeigen mittelst einer zu einer Schlinge zusammengeknüpften Leine.

Die Erklärungen des rechten Winkels und des rechtwinkeligen Keils wird am Würfel oder Quader erfolgen. Die Behandlung des schiefen Winkels wird angeschlossen, indem man vorerst auf den durch das Ziehen einer Diagonale entstandenen schiefen Winkel hinweist und ihn dann durch Drehung entstehen läßt. (Anlegen des Zirkels an die entsprechende Kante des Modells und Drehen eines Zirkelschenkels.) Der schiefe Keil ergibt sich durch Drehung einer Halbebene (Drehen eines Buchblattes u. dgl.). Beim graphischen Rechnen mit Winkeln, wobei sowohl Zirkel als auch Transporteur zur Verwendung gelangen, wird man auf Neben- und Scheitelwinkel zu sprechen kommen und im Anschlusse Parallel- und Normalwinkel behandeln nebst deren praktischen Anwendung zum Ziehen von parallelen und normalen Geraden mit Hilfe zweier Dreiecke. Praktisch wird es sein, hier die Konstruktion des Quadrates und Rechteckes aus den Seiten sowie die Berechnung der Flächeninhalte dieser Vierecke vorzunehmen und dann auf die Oberflächen- und Volumsberechnung des Würfels und Quaders überzugehen. Von diesen Körpern lasse man überdies auch die Netze zeichnen und aus diesen die Körpermodelle formen.

Den Abschluß des Unterrichtsstoffes dieses Jahrganges bildet die Betrachtung des Dreiecks. Über die Summe der Innenwinkel wird zunächst das Aneinanderlegen der von einem dreieckigen Papierblatte abgeschnittenen Ecken, dann die Übertragung der Winkel sowohl mittels des Transporteurs als auch mittels des Zirkels Aufschluß geben. Ein praktischer Vorgang, um zur Winkelsumme zu gelangen, ist auch der folgende: Man zeichnet nach einer aus Kartonpapier hergestellten Schablone das Dreieck, schneidet von ihr zwei Ecken ab und legt dieselben an den dritten Winkel der Figur an. Dabei gelangt man auch zu dem Ergebnisse, daß ein Außenwinkel eines Dreiecks der Summe der ihm nicht anliegenden inneren Winkel gleich ist. — Nun betrachtet man das rechtwinkelige Dreieck in bezug auf seine Winkel und Seiten und dann ebenso das gleichseitige Dreieck. Auf die Konstruktion des letzteren kann der Zögling dadurch gebracht werden, daß man die Seite, über welche das gleichseitige Dreieck errichtet werden soll, in den Zirkel nimmt und mit dieser Spannung von den Endpunkten der gegebenen Seite aus den Ort sucht, wo der dritte Endpunkt des Dreiecks liegen dürfte. Um dem Zöglinge die Gleichheit der Winkel zu veranschaulichen, schneidet man ein solches Dreieck aus Papier aus und legt es mit den nicht entsprechenden Seiten in den Ausschnitt hinein.

Was das gleichschenkelige Dreieck anbelangt, wird man dessen Konstruktion aus den Seiten in gleicher Weise ableiten, wie jene des gleichseitigen. Die Gleichheit der Basiswinkel wird veranschaulicht, indem man das Dreieck aus Papier ausschneidet und gewendet in den Ausschnitt hineinlegt.

II. Jahrgang.

a) **Rechnen.** Der Entwicklung allgemeiner Regeln für das Rechnen mit Brüchen wird die Lehre von den Maßen und Vielfachen der Zahlen vorausgeschickt. Man erkläre zunächst die Begriffe Maß und Vielfaches einer Zahl und schließe daran die Erläuterung der Kennzeichen der Teilbarkeit und das Zerlegen in Primfaktoren. Die Bestimmung des größten gemeinsamen Maßes erfolgt mittels Zerlegens in Faktoren, und zwar zunächst an einer Reihe von Aufgaben im Kopfe und dann auch schriftlich. Das gleiche gilt für die Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen. Bei der schriftlichen Berechnung des g. g. M. und des k. g. V. kann man auch für das Produkt gleicher Faktoren die Potenzform als abgekürzte Schreibweise gebrauchen. Es wird sich empfehlen, für die schriftliche Bezeichnung des g. g. M. den Großbuchstaben M und für die des k. g. V. den Kleinbuchstaben v zu gebrauchen, da das große M an größtes Maß und das kleine v an kleinstes Vielfaches erinnert.

Die Lehre von den Brüchen wird mit der Wiederholung der im I. Jahrgange gewonnenen Begriffe des Bruches, seines Zählers und Nenners, der Einteilung in echte und unechte Brüche beginnen, woran sich die Betrachtung der Wertveränderung eines Bruches schließen wird. Zahlenlinien, welche Bruchzahlenreihen versinnlichen, werden hier gute Dienste leisten. Haben die Zöglinge die beiden Grundgesetze der Wertveränderung inne, wird die Formveränderung keine Schwierigkeit bieten. Damit die Zöglinge eine Fertigkeit im Erweitern und Abkürzen von Brüchen erlangen, ist es nötig, viele Beispiele sowohl im Kopfe als auch schriftlich durchzuführen.

Bei der Addition und Subtraktion der Brüche ist es angezeigt, sich anfangs — schon des Kopfrechnens wegen — auf Brüche zu beschränken, deren Nenner kleine Zahlen sind.

Die Erklärung für die Multiplikation mit einem Bruche wird von der Multiplikation mit einem Stammbruche ausgehen. Der gleiche Weg wird für die Erklärung der Division durch einen Bruch eingeschlagen.

Sowie beim Rechnen mit Ganzen und Dezimalzahlen werden auch zur Durchübung der vier Grundoperationen mit Brüchen hauptsächlich Textaufgaben verwendet. Eine solche Aufgabe, in welcher z. B. gleichartige, teils durch gemeine Brüche, teils durch Dezimalzahlen gegebene Mengen zu addieren sind, vermag auf die Notwendigkeit der Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalzahlen und umgekehrt hinzuweisen. Bei den Übungen in der Verwandlung periodischer Dezimalzahlen in gemeine Brüche lasse man in der Regel die Ableitung durchführen.

Die Schlußrechnung wird mit den an einfachen Beispielen entwickelten Begriffen der gerade und umgekehrt proportionalen Größen beginnen. Haben die Zöglinge diese Begriffe aufgefaßt, dann wird zur einfachen Regeldetri, die nur mittelst der Schlußrechnung gelöst wird, übergegangen. Für die Behandlung derselben wähle man: 1. Aufgaben, welche durch den Schluß von der Einheit auf eine Mehrheit, beziehungsweise durch den von einer Mehrheit auf ein Vielfaches derselben gelöst werden; 2. Aufgaben, deren Lösung durch den Schluß von einer Mehrheit auf die Einheit oder auf ein Maß der Mehrheit erfolgt; 3. Aufgaben, bei welchen der Schluß von einer Mehrheit auf eine andere mittelst der Einheit oder eines gemeinsamen Maßes zur Anwendung gelangt. Bei jeder dieser Aufgabengruppen wähle man zunächst Beispiele, in welchen alle Größen ganze Zahlen sind. Dann gehe man zu Aufgaben über, in welchen eine der gegebenen Größen eine Bruchzahl ist, dann zu solchen, in welchen zwei und schließlich zu solchen, in welchen alle drei gegebenen Größen Bruchzahlen sind. Bei allen Aufgaben achte man auf das richtige und bewußte Aussprechen der Schlüsse und frage vor der Durchführung der Rechnung nach dem beiläufigen Werte des zu erwartenden Resultates.

In die Lösung von zusammengesetzten Schlußrechnungen werden die Zöglinge mittels eines einfachen Beispieles eingeführt, in welchem lediglich auf die Einheit geschlossen zu werden braucht; wie etwa in: 5 Arbeiter verdienen in 6 Tagen 120 K; wieviel verdient 1 Arbeiter in 1 Tage? Nach der Lösung dieser Aufgabe frage man nach dem täglichen Verdienste von etwa 3 Arbeitern und schließlich in der noch erweiterten Aufgabe nach dem Verdienste von 3 Arbeitern in etwa 8 Tagen. In gleicher Weise gehe man bei Aufgaben vor, in welchen umgekehrt proportionale Größen vorkommen.

Von Prozentrechnungen werden nur jene von 100 behandelt. Aufgaben mit Prozenten in und auf 100 werden erst im IV. Jahrgange mittelst Gleichungen gelöst. Ein weites Anwendungsgebiet findet die Schlußrechnung in der einfachen Zinsenrechnung, bei welcher einzelne Beispiele auch mittels der Zerfällungsmethode gelöst werden.

b) **Raumlehre.** Der Unterricht wird von der Betrachtung symmetrischer Gebilde ausgehen, wobei von der Symmetrie zu einer Ebene auf jene zu einer Achse übergegangen und auf Grund der Anschauung die gegenseitige Beziehung symmetrisch zugeordneter Punkte gefunden wird. Der nun folgenden Betrachtung der Eigenschaften der Strecken-, beziehungsweise Winkelsymmetrale werden die elementaren Aufgaben, wie: Halbieren einer Strecke, Errichten einer Normalen, Halbieren eines Winkels etc. sowie die Konstruktion des Um- und Inkreises eines Dreiecks angeschlossen. Auch die Symmetrie des gleichschenkeligen und gleichseitigen Dreiecks kann an dieser Stelle erledigt werden.

Die Erläuterung der zentrischen Symmetrie wird von der Betrachtung zweier in einer Geraden liegenden Punkte ausgehen, die von einem in ihr liegendem Punkte (Zentrum) gleichweit abstehen. Durch eine Drehung um 180° können die beiden erstgenannten Punkte zur Deckung gebracht werden. Eine Reihe solcher Punktpaare führt zur Erklärung zentrisch-symmetrischer ebener Figuren, die man durch Drehung zur Deckung bringen kann. (Flachmodell.) Die zentrische Symmetrie von Körpern wird zunächst an einer Kugel gezeigt. Bei dieser Gelegenheit wird man namentlich die im Geographieunterrichte auftretenden Benennungen von Punkten, Linien und Flächenteilen an der Kugel erläutern. Die zentrische Symmetrie vom Würfel und Quader wird an Drahtmodellen zur Anschauung gebracht.

Im Anschlusse an die zentrische Symmetrie kann die Behandlung des Kreises vorgenommen werden. Da die Zöglinge bereits aus dem I. Jahrgange wissen, daß ein Außenwinkel eines Dreiecks der Summe der beiden ihm nicht anliegenden inneren Winkel gleich ist, wird es nicht schwer fallen, sie die Beziehung zwischen Peripherie- und Zentriwinkel auffinden zu lassen. Als konstruktive Anwendung des Winkels im Halbkreise werden die beiden Aufgaben dienen: Im Grenzpunkte eines Halbstrahles auf diesen eine Normale zu errichten und von einem Punkte außerhalb eines Kreises an diesen die Tangenten zu konstruieren.

Nach einer Wiederholung und Ergänzung der von den Zöglingen bereits erworbenen Kenntnissen über das Dreieck wird zur Konstruktion der Dreiecke aus Seiten und Winkeln geschritten, wobei die Zöglinge sozusagen von selbst zur Auffassung der Kongruenzsätze gelangen. Eine sehr anregende Anwendung finden die Kongruenzsätze im indirekten Messen, das im Freien vorgenommen wird. Einfache Vorrichtungen zum Messen von Horizontal- und Vertikalwinkeln sowie Schnüre und Meßbänder werden hinreichen, um einige einfache Aufgaben zu lösen.

Das Viereck wird nach vorheriger Entwicklung der Winkelsumme (Innen- und Außenwinkel) und Einteilung rücksichtlich der gegenseitigen Lage der Seiten in nachfolgender Reihe behandelt: Parallelogramm, Trapez, Deltoid. Der Entwicklung der Eigenschaften dieser Vierecke in bezug auf Winkel, Seiten, Diagonalen und Symmetralen folgen unmittelbar Konstruktionsaufgaben, bei welchen Erörterungen hinsichtlich der Anzahl der Bestimmungsstücke nicht fehlen werden. Im Anschlusse an Konstruktionsaufgaben über das Deltoid sind auch einige über das allgemeine Trapezoid durchzuführen. Für den Fall, als der Kreis schon behandelt worden ist, werden die Eigenschaften der Sehnen- und Tangentenvierecke in bezug auf die Summe je zweier Gegenwinkel, beziehungsweise Gegenseiten erörtert.

Beim Vielecke wird die Summe der Innen- und Außenwinkel sowie auch die Summe der von einer Ecke ausgehenden als auch aller Diagonalen entwickelt. Die Anzahl der Bestimmungsstücke für die Konstruktion (das Übertragen) eines Vieleckes wird sich aus der Zerlegung desselben in Dreiecke ergeben. Für die Behandlung des regulären Vieleckes wird es zweckdienlich sein, eine entsprechende Anzahl kongruenter, gleichschenkeliger Dreiecke, deren Winkel am Scheitel 90° oder 60° oder 45° etc. beträgt, so aneinander zu legen, daß ihre Scheitel zusammenfallen. Der Zögling lernt hiebei durch Anschauung die Symmetrieeigenschaften der regulären Vielecke kennen und findet leicht, daß sich einem solchen Vielecke ein Kreis um- und einschreiben läßt. Es ist naheliegend, dieser Erkenntnis die Konstruktion des einem Kreise eingeschriebenen regulären 4-, 8-, 6-, 3- und 12-Eckes folgen zu lassen. Die Konstruktion des regulären Fünf- und Zehneckes erfolgt mittels des Transporteurs; es wird aber auch nichts auf sich haben, wenn man die Konstruktion mittels Zirkels zeigt und die Begründung auf die Oberstufe verweist. Da es nicht selten vorkommt, daß Zöglinge die Begriffe gleichseitiges und regelmäßiges Vieleck identifizieren, ist es nötig, diesen Fehler an einem Modelle aufzuklären.

Am besten dürfte sich für diesen Zweck ein gewöhnlicher zusammenklappbarer Maßstab eignen.

Falls der Kreis nicht vor dem Dreiecke behandelt worden ist, wird er im Anschlusse an das Vieleck seine Erledigung finden.

Die Besprechung der geraden Formen des Prisma und Zylinders, der Pyramide und des Pyramidenstumpfes, des Kegels und Kegelstumpfes wird man auf ihre Entstehung, auf die Benennungen der vorkommenden Linien- und Flächenteile, endlich auf die Herstellung dieser Körper aus ihren Netzen beschränken.

III. Jahrgang.

a) **Rechnen.** Die Anfänge der allgemeinen Arithmetik, welche in diesem Jahrgange zur Behandlung kommen, haben dem Rechenunterrichte der vorangegangenen zwei Jahrgänge einen zusammenfassenden Abschluß zu geben. Durch das Übertragen von Rechnungsregeln aus der Wortsprache in die algebraische Zeichensprache wird den Zöglingen der Gebrauch der Buchstaben als allgemeine Zahlzeichen zum Verständnis gebracht. Dabei wird man Gelegenheit haben, den Begriff eines Zahlenausdruckes zu erklären und Substitutionen durchführen zu lassen. Im Anschlusse daran wird den Zöglingen an der Hand vieler Beispiele mit besonderen und allgemeinen Zahlen die Bedeutung und Anwendung der Klammern klar gemacht. Bei der nun folgenden Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen wird das Auflösen der Klammern zur Durchführung gelangen, und zwar zunächst unter Zergliederung der betreffenden — auch durch graphische Darstellungen versinnlichten — Rechengesetze. Erst wenn die Zöglinge ein sicheres Verständnis für das Auflösen von Klammern besitzen, kann man auch die sogenannten Klammerregeln anwenden lassen.

Die Erklärung der negativen Zahlen erfolgt zunächst durch die Betrachtung von entgegengesetzten

Größen (Wärme- und Kältegrade, Vermögen und Schulden u. dgl.) und dann durch die Darstellung auf der Zahlenlinie. Besonders hervorzuheben ist, daß bei relativen Zahlen, die man zu einer Menge vereinigt, je eine Einheit der einen Art, je eine Einheit der anderen Art tilgt. Aus diesem Gegensatze wird sich die Erklärung für die Addition und Subtraktion ungleichbezeichneter Zahlen ergeben.

Für die Durchübung der Multiplikation und Division mehrgliedriger Ausdrücke wähle man insbesonders Polynome, die nach Potenzen derselben Größe steigend oder fallend geordnet sind; dabei werden aber auch Beispiele gegeben, bei denen das Ordnen der Glieder der Operation selbst vorangeht.

Bei allen Rechnungsoperationen mit allgemeinen Zahlen werden häufig Proben, hauptsächlich mittels Substitutionen besonderer Zahlenwerte durchgeführt. Auch das Übertragen von Ausdrücken aus der Wort- in die algebraische Zeichensprache muß vielfach geübt werden.

An die Multiplikation von Polynomen wird sich naturgemäß das Quadrieren und Kubieren eines Binomes und Polynomes knüpfen. Da zu dieser Zeit der Unterricht in der Raumlehre bei den Flächen- und Rauminhaltsberechnungen angelangt ist, wird man das Quadrieren und Quadratwurzelziehen, das Kubieren und Kubikwurzelziehen besonderer Zahlen vornehmen. Der mathematische Lehrstoff dieses Jahrganges schließt überhaupt eine vielseitige Verbindung des arithmetischen und geometrischen Unterrichtes in sich. Die nächste Gelegenheit bieten hiezu die graphischen Darstellungen einzelner arithmetischer Sätze, wie z. B. für $a + (b + c)$, $a + (b - c)$, $a - (b + c)$ u. dgl., sowie für $(a b) n$, $(a + b)\ (c + d)$, $(a + b)\ (a - b)$, $(a \pm b)^2$ u. dgl. Des weiteren werden — wie bereits erwähnt — Flächen- und Volumsbestimmungen, das Quadrieren, Kubieren und Radizieren bedingen, Messungen an Linien und Flächen zum abgekürzten Rechnen mit Dezimalzahlen, wenn auch nicht die einzige, so doch die wesentlichste Anregung bieten; endlich wird die Berechnung einzelner Stücke geometrischer Gebilde, die Lösung einfacher Bestimmungsgleichungen erfordern, die man überdies auch als Anwendungen der Addition und Subtraktion, beziehungsweise der Multiplikation und Division in einfachen Formen behandeln wird.

Was inbesondere das abgekürzte Rechnen mit Dezimalzahlen anbelangt, wird das Unterrichtsziel darin zu bestehen haben, daß einerseits, wenn bei vollständigen Zahlen das Resultat der Rechnung auf eine bestimmte Anzahl von Stellen wünschenswert erscheint, der Zögling wisse, welche Stellenwerte der gegebenen Zahlen in Rechnung zu ziehen seien, anderseits, wenn unvollständige Zahlen zu verbinden sind, er zu entscheiden vermag, wieviel Stellen entwickelt werden, um das Resultat mit erreichbarer Genauigkeit zu erhalten. Das Verfahren der abgekürzten Division kann man auch beim Radizieren zur Anwendung bringen. Die Begründung wird an einem Beispiele aus dem Hinweise abgeleitet, daß die höchsten Dividend- und Divisorstellen der jeweiligen Divisionen den maßgebendsten Einfluß auf die Größe der zu entwickelnden Quotientstellen (Wurzelziffern) besitzen.

b) **Raumlehre.** In diesem Jahrgange gelangen die ebenen Figuren in Ansehung ihrer Flächeninhalte und die Körper bezüglich der Oberflächen- und Volumsmessung zur Behandlung. Den Ausgangspunkt bildet der Begriff flächengleicher Figuren. Anschauliche Beispiele bieten hiefür zunächst kongruente Dreiecke, dann solche Figuren (Flachmodelle), welche sich aus kongruenten Teilen zusammensetzen. Der nun folgenden Flächenvergleichung ebener Gebilde schließen sich die einfachsten Aufgaben über die Verwandlung und Teilung ebener Figuren an. Diese Aufgaben werden einen sehr anregenden und insbesondere für das geometrische Zeichnen geeigneten Übungsstoff bilden, umsomehr, als man es nicht unterlassen wird, sie auf Fälle anzuwenden, die im praktischen Leben häufig vorkommen. Bei den Verwandlungsaufgaben wird sich auch die Frage nach der Verwandlung von Figuren in Quadrate ergeben, was die Entwicklung des Satzes von der Flächengleichheit des Kathetenquadrates mit dem entsprechenden Rechtecke über der Kathetenprojektion veranlaßt, und was in weiterer Folge zum Pythagoreischen Lehrsatze führt, welcher überdies durch Flachmodelle zur Anschauung gebracht werden muß.

Eine große Sorgfalt wird der Vornahme und Durchübung der Umfangs- und Flächenberechnungen zugewendet, ebenso den sich anschließenden vielfachen Anwendungen des Pythagoreischen Lehrsatzes auf das gleichschenkelige, gleichseitige Dreieck, auf die Diagonalen eines Rhombus, Rechteckes etc. Bei den vielfältigen einschlägigen Rechnungsaufgaben wähle man vorerst kleine ganze Zahlen und dann erst unvollständige Zahlen, die sich bei Messungen an Figuren, Modellen etc. ergeben. Zeitweise wird eine Geometralzeichenstunde zu Vermessungen von Drei-, Vier- und Vielecken im Freien verwendet. Es wird dies auch Gelegenheit bieten, die gemessenen und berechneten Flächenstücke in einer der nächsten Unterrichtsstunden zeichnerisch herstellen zu lassen und die Merkmale der Ähnlichkeit von Abbildung und Original zu besprechen. — Bei der Vergleichung des Kreisumfanges mit dem Durchmesser wird man auf mechanischem Wege einen angenäherten Wert von π bestimmen, so z. B. durch das Abrollen einer Kreisscheibe auf einem Meterstabe, oder indem man einen Faden in mehreren Windungen um einen Zylinder legt und die Gesamtlänge des Fadens durch das Produkt aus Durchmesser und Anzahl der Windungen dividiert. Die geometrische Methode zur Berechnung der Zahl π mittels ein- und umgeschriebener Vielecke wird nur angedeutet.

Bei der Behandlung der Körper rücksichtlich der Oberflächen- und Volumsberechnung halte man nachstehende Reihenfolge ein: Prisma und Zylinder, Pyramide und Kegel und schließlich die Kugel, für welche die Maßformel für die Oberfläche ohne Begründung gegeben wird. Die Formeln für die Berechnung des Volumens von Würfel und Quader werden durch direkte Schichtung von Volumseinheiten gefunden. Die Formel für das Volumen eines beliebigen Prismas wird auf Grund des Cavalierischen Prinzips mit Hilfe eines Modells abgeleitet, das mit einem Quader gleiche Grundfläche und Höhe hat. Die Richtigkeit der Formel wird experimentell geprüft und zwar durch Abwägen der (aus gleichem Material hergestellten) Körper, überdies durch das gleich hohe Ansteigen von Wasser in einem kubizierten Gefäße, in das man die zu vergleichenden Körper einzeln versenkt. Die Formel für das Volumen einer vierseitigen regelmäßigen Pyramide wird aus dem Würfel abgeleitet, der in sechs kongruente Pyramiden zerlegt wird. Daß die erhaltene Volumsformel auch für andere Pyramiden Gültigkeit hat, wird, so wie beim Prisma, experimentell nachgewiesen. Zylinder und Kegel werden als Grenzformen von Prisma, beziehungsweise Pyramide behandelt. Die Kugel wird man aus unendlich vielen Pyramiden zusammengesetzt denken, deren jede einen sehr kleinen Teil der Kugeloberfläche zur Basis und den Kugelradius zur Höhe hat.

Mit der Berechnung der Rauminhalte werden auch Aufgaben über Gewichtsbestimmungen verbunden. Die Richtigkeit des Rechnungsresultates wird in einzelnen Fällen durch tatsächliches Wägen des Körpers kontrolliert.

IV. Jahrgang.

a) **Arithmetik.** Der Unterricht wird mit einer Wiederholung und Ergänzung der im III. Jahrgange vorgenommenen Anfänge der allgemeinen Arithmetik beginnen und hiebei hauptsächlich durch das Lösen von Bestimmungsgleichungen den Einblick in den Zusammenhang der Operationen und ihrer Gesetze vermitteln. Bei den einzelnen Operationen werden Hinweise auf die Veränderlichkeit des Resultates bei Änderung der Rechenelemente Anlässe zur Übung im funktionalen Denken bieten. Auch wird bei jeder einzelnen Rechnungsart die Verbindung von Gleichungen mit Ungleichungen zu erörtern sein.

Bei der Division von Polynomen übe man an einigen Beispielen die Hornersche Divisionsmethode und verwende sie auch bei binomischen Divisionen.

Die Lehre von den Maßen und Vielfachen wird mit der gründlichen Erörterung des dekadischen Zahlensystems eingeleitet, woran sich die Erklärung anderer Zahlensysteme und die Darstellung von Zahlen in solchen schließen wird. Als Übungen werden einige Beispiele für das Überführen einer Zahl des dekadischen in die gleichwertige eines anderen Systems, und umgekehrt, genügen. Dabei wird das System, dem eine Zahl angehört, durch einen — am besten in römischen Ziffern geschriebenen — Index kenntlich gemacht; z. B. $10_{\mathrm{VIII}} = 8_{\mathrm{X}} = 12_{\mathrm{VI}}$.

Die Kennzeichen der Teilbarkeit werden nur für die Zahlen 2, 2^2, 2^3, 5, 5^2, 5^3, 3, 9, 11, aufgestellt. Die Entwicklung erfolgt zuerst an einem besonderen Zahlenbeispiele und dann allgemein. Der Entwicklung des Kennzeichens für 9 kann die Erklärung der Neunerprobe angeschlossen werden.

Bei der Zerlegung von Ausdrücken in Faktoren beschränke man sich auf Polynome von der Form: $am+bm+cm$, $a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^2 - b^2$, $a^n \pm b^n$ und $x^2 + px + q$. Der letzte Ausdruck wird durch Ergänzung zum Quadrate eines Binoms auf die Form $a^2 - b^2$ gebracht.

Die Bestimmung des **g. g. M.** und des **k. g. V.** erfolgt in erster Linie mittelst der Methode des Zerlegens in Faktoren, dann aber auch mittelst der Kettendivision. Beide Methoden werden sowohl an besonderen Zahlen als auch an algebraischen Ausdrücken geübt; bei letztgenannten beschränke man sich jedoch auf Formen, die sich ohne weitläufige Rechnungen bewältigen lassen. Die sich anschließende

Lehre von den gemeinen Brüchen bildet keine Schwierigkeit, wenn der Lehrer bei allen Umformungen und Operationen von besonderen Brüchen ausgeht. Beim Abkürzen der Brüche wähle man auch einige Beispiele, die bei der Substitution bestimmter Werte auf die Form $\frac{0}{0}$ führen. Den Übungen für die Division von Brüchen werden einige Beispiele mit sogenannten Doppelbrüchen angeschlossen, die am raschesten auf einfache Brüche dadurch zurückgeführt werden, daß man Hauptzähler und Hauptnenner mit dem k. g. V. der Spezialnenner multipliziert.

Bei der Behandlung der *Dezimalbrüche* beschränke man sich auf den Begriff des Dezimalbruches, auf seine Darstellung in der Form eines nach Potenzen von 10 geordneten Polynoms, endlich auf die Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche, wobei zu erörtern sein wird, in welchen Fällen endliche oder unendliche (periodische) Dezimalbrüche entstehen. Die Verwandlung periodischer Dezimalbrüche in gemeine Brüche wird an besonderen Zahlenbeispielen wiederholt und dann auch allgemein entwickelt. Zur Übung im Rechnen mit vollständigen und unvollständigen Dezimalzahlen werden Aufgaben aus verschiedenen Anwendungsgebieten herangezogen.

Da die Zöglinge einfache Formen von Gleichungen schon gelöst haben, wird die nun folgende systematische Behandlung der *Lehre von den Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten* das bereits Vorgeführte zu erweitern haben. Nachdem man an passenden Beispielen den Unterschied zwischen identischen und Bestimmungsgleichungen festgestellt hat, wird zur Auflösung von Gleichungen mit *einer* Unbekannten geschritten. Zahlreiche Übungen an numerischen und literalen Gleichungen werden die anzustrebende, unerläßliche Fertigkeit und Sicherheit in den für die Auflösung notwendigen Umformungen herbeiführen. Bei *Textgleichungen*, die mannigfachen Anwendungsgebieten zu entnehmen sind, ist anfänglich eine sehr eingehende Besprechung des Ansatzes erforderlich. Dieselben sind nicht in einem besonderen Abschnitte, sondern mit entsprechenden Formen angesetzter Gleichungen zu behandeln. Auch sei darauf hingewiesen, einfache angesetzte und Textgleichungen mittelst Kopfrechnens zu lösen. Was insbesonders die sogenannten Bewegungsgleichungen anbelangt, bei deren Lösung man sich stets eines Schaubildes bedienen wird, sind die Zöglinge daran zu gewöhnen, vorerst den Weg des einen, dann den des anderen Körpers zu verfolgen und schließlich die beiden Wege zu einander in Beziehung zu bringen. Man gehe von dem einfachsten Falle aus, bei welchem die Körper gleichzeitig und mit gleichen Geschwindigkeiten sich gegen einander bewegen. Hieran schließe man den Fall für den ungleichzeitigen Beginn der Bewegungen bei gleichen Geschwindigkeiten, sodann den für den gleichzeitigen Beginn bei verschiedenen Geschwindigkeiten und endlich jenen für den ungleichzeitigen Beginn bei verschiedenen Geschwindigkeiten. Wenn die Zöglinge diese Art von Aufgaben sicher zu lösen vermögen, gehe man zu Aufgaben über, in welchen die Bewegungen nach derselben Richtung erfolgen.

Beim Übergange zur Auflösung von Gleichungen mit zwei Unbekannten ist die geeignetste Gelegenheit gegeben, den Begriff einer Funktion zu erklären. Dabei wird man nach vorheriger Besprechung und Darstellung einiger empirischer Kurven zur Darstellung der linearen Funktion schreiten, und zwar zunächst zu $y = ax$ und dann zu $y = ax + b$. Selbstverständlich werden für a und b besondere Werte angenommen. Durch die Forderung, in der Geraden die Abszisse jenes Punktes zu bestimmen, dessen $y = o$ ist, wird der Zögling zur graphischen Lösung einer linearen Gleichung geführt.

Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten werden mittels der Komparations-, Substitutions- und der Methode der gleichen Koeffizienten, überdies auch graphisch zu lösen sein. Die Auflösung mittels Determinanten ist auszuschließen; nichtsdestoweniger wird man bei der

Lösung eines literalen Gleichungssystems die Aufmerksamkeit der Zöglinge auf den Aufbau der Wurzeln aus den Koeffizienten zu lenken haben. Bei der graphischen Lösung wird es von besonderem Werte sein, das Gesetz der gleichförmigen Bewegung graphisch darzustellen und die praktische Verwertung dieser Darstellung an einem Eisenbahngraphikon auseinander zu setzen. Es dürfte sich empfehlen, ein den Schulort enthaltendes Graphikon von jedem Zöglinge zeichnen zu lassen.

Sind die Zöglinge in der Auflösung eines Gleichungssystems mit zwei Unbekannten geübt, wird die Auflösung eines solchen mit mehr als zwei Unbekannten keine Schwierigkeit bieten, zumal, wenn die Zöglinge angehalten werden, rechts vom gegebenen Gleichungsysteme das abgeleitete anzuschreiben, überdies oberhalb des jeweiligen Gleichungsystems die zu eliminierende Unbekannte vorzumerken. — Sowohl bei Systemen mit zwei als auch bei solchen mit mehreren Unbekannten müssen die Zöglinge auf jene Ausnahmefälle aufmerksam gemacht werden, in welchen Gleichungen von einander abhängig sind oder einander widersprechen.

Einen Teil der Lehre von den Gleichungen wird jene von den Verhältnissen und Verhältnisgleichungen (Proportionen) zu bilden haben, nebst deren Anwendungen insbesondere auf Regeldetriaufgaben und die Zinsenrechnung.

b) **Planimetrie.** Durch den bisherigen auf Anschauung beruhenden Unterricht in der Raumlehre haben die Zöglinge eine solche Vorbildung erlangt, daß in diesem Jahrgange der Unterricht in der Planimetrie, der inhaltlich den Lehrstoff der Unterstufe umfaßt und daher nur eine Wiederholung und Vertiefung desselben zu bilden hat, einen wissenschaftlichen Charakter annehmen kann. Die Erkenntnis geometrischer Wahrheiten wird somit nicht aus der Anschauung allein, sondern auch aus dem logisch geführten Beweise gewonnen, welcher unter steter Mitwirkung der Zöglinge entwickelt wird. Für Sätze, welche dem Zöglinge mehr oder minder selbstverständlich erscheinen, wird die einfache Hervorhebung des Beweisgrundes genügen. Auf keinen Fall darf der äußere Formalismus in der mündlichen und schriftlichen Darstellung den Inhalt der geometrischen Wahrheit verdunkeln. Zur Förderung des Wissens und Könnens müssen den entwickelten Lehrsätzen Aufgaben (Übungssätze) zur selbständigen Lösung angeschlossen werden. Dieser Forderung muß schon in diesem Jahrgange und in gesteigertem Maße in der Oberrealschule entsprochen werden.

Der planimetrische Lehrstoff wird in diesem Jahrgange zu umfassen haben: die Gerade, den Winkel und die begrenzten ebenen Gebilde (Dreieck, Viereck, Vieleck, Kreis) unter Ausschluß der Ähnlichkeit und der Flächenmessung.

Für die Behandlung der einzelnen Teile des Lehrstoffes, dessen systematischer Aufbau sich auf die Axiome von der Geraden und der Parallelen zu stützen hat, mögen noch folgende Bemerkungen dienen: Die Beziehungen zwischen Normalwinkeln werden auf jene von Parallelwinkeln zurückgeführt (Drehung). Die Summe der inneren Winkel eines Dreiecks, eines Polygons überhaupt, kann aus der $4R$ betragenden Summe der Außenwinkel abgeleitet werden, die sich durch Parallelverschiebung der Schenkel nach einem gemeinsamen Scheitel ergibt. — Die Kongruenzsätze für das Dreieck werden so wie auf der Unterstufe aus der Konstruktion abgeleitet, was aber nicht ausschließt, daß diese Sätze auch in synthetischer Form entwickelt werden können. — Die Kongruenz der Vielecke wird sich aus jener der gleichliegenden Dreiecke ergeben, in welche sich die Vielecke durch die von einem Endpunkte ausgehenden gleichliegenden Diagonalen zerlegen lassen. Dabei wird auch die zur Konstruktion eines Vieleckes nötige Anzahl von Bestimmungsstücken zu erörtern sein.

Mit großer Sorgfalt werden Konstruktionsaufgaben behandelt, bei welchen zunächst die Methode der geometrischen Örter und die der Hilfsfiguren zur Anwendung gelangen. Die Zöglinge sind daran zu gewöhnen, sich bei jeder Aufgabe für die Analysis eine Figur anzulegen, in welcher die gegebenen Bestimmungsstücke besonders zu kennzeichnen sind. Sobald an dieser Figur der Weg für die Lösung gefunden ist, wird die Konstruktion sorgfältig durchgeführt und der Beweis und die Determination angeschlossen.

B. Oberrealschule.

I. Jahrgang.

a) **Arithmetik.** Nach einer an Beispielen vorgenommenen Wiederholung des arithmetischen Lehrstoffes des IV. Jahrganges wird zur Lehre von den Potenzen übergegangen, die zunächst für ganze positive Exponenten entwickelt wird. Die Bedeutung von a^1, a^0, a^{-n} kann dadurch abgeleitet werden, daß man die Reihe der Symbole .. a^5, a^4, a^3, a^2 auf a^1, a^0, a^{-1}, a^{-2} .. fortsetzt und jede folgende Potenz aus der vorhergehenden mittels der Division durch a entstehen läßt. Die Anwendung der negativen Exponenten bei der Darstellung von Dezimalzahlen sowie bei den Operationen mit Stellenwerten wird an einigen Zahlenbeispielen durchgeführt. Den Übungen über das Rechnen mit Potenzen, wobei auch Beispiele über das Quadrieren und Kubieren von besonderen Zahlen und Polynomen nicht fehlen werden, werden einige Exponentialgleichungen angeschlossen, die sich auf die Form $a^x = 1 = a^0$ bringen lassen.

Bei der Lehre von den Wurzeln empfiehlt es sich, die Erklärung der irrationalen Zahl jener des Begriffes einer Wurzel unmittelbar folgen zu lassen. Eine Wurzel, in der Form einer Potenz mit gebrochenem Exponenten darzustellen, wird zunächst an einer Form abgeleitet, in welcher der Wurzelexponent ein Faktor des Potenzexponenten ist. Die erhaltene Gleichung, beziehungsweise deren Umkehrung, lasse man allgemein als Definitionsgleichung für Potenzen mit gebrochenen Exponenten gelten und zeige an den bereits erwiesenen Lehrsätzen über Wurzeln, daß die erwähnte Festsetzung auf keinen Widerspruch führt. An der graphischen Darstellung der Exponentialfunktion — am besten für die Basis 2 — werden die Werte von Potenzen mit ganzen, gebrochenen sowie auch irrationalen Exponenten zur Veranschaulichung gebracht.

Die Erklärung des Vorganges beim Quadrat- und Kubikwurzelziehen von Polynomen wird von der Betrachtung der Bestandteile des Quadrates, beziehungsweise Kubus eines Binomes auszugehen haben. Zur Einübung des entwickelten Verfahrens werden einige Aufgaben, auch solche, bei denen die Glieder des Polynomes Brüche sind, durchgeführt; überdies wird man es nicht unterlassen, eine Reihe besonderer Zahlenbeispiele durchführen zu lassen.

Bei der Umformung von irrationalen Wurzelausdrücken beschränke man sich auf die am häufigsten vorkommenden Fälle. Im Anschlusse werden irrationale Gleichungen gelöst, die auf den 1. Grad führen.

Die Forderung des Ausziehens der Quadratwurzel aus einer negativen Zahl wird zum Begriffe der imaginären Zahl führen, welche auch geometrisch versinnlicht wird. Bei der geometrischen Darstellung der komplexen Zahl wird sich der Übergang von der reellen und imaginären Zahlenlinie zur Zahlenebene ergeben.

Die Lehre von den Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten gibt vorzügliche Gelegenheit, den ganzen bisher erledigten Stoff wirksam zu wiederholen. Außer der Auflösung solcher Gleichungen wird man auch den Haupteigenschaften ihrer Wurzeln die nötige Aufmerksamkeit zuwenden. Bei der Behandlung von Textgleichungen bieten sich mannigfache Gelegenheiten zur Diskussion der Wurzeln und zur Ausscheidung unbrauchbarer Lösungen. Die graphische Darstellung der quadratischen Funktion wird von $y = x^2$ zu

$y = a x^2$ und schließlich zu $y = a x^2 + b x + c$ übergehen. Die graphische Lösung quadratischer Gleichungen wird in zweifacher Art geschehen, indem man entweder die Abszissen jener Punkte sucht, in welchen die Kurve die Abszissenachse schneidet, oder indem man das Gleichungstrinom $x^2 + p x + q$ in eine quadratische ($y = x^2$) und eine lineare Funktion ($y = - p x - q$) zerfällt, diese Funktionen graphisch darstellt und die Abszissen der Schnittpunkte dieser beiden Linien bestimmt. Für die Darstellung der Funktion $y = x^2$ lasse man die Zöglinge eine Schablone anlegen, die sie bei der graphischen Lösung quadratischer Gleichungen verwenden werden.

Von Gleichungen höheren Grades werden nur jene behandelt, welche sich unmittelbar als quadratische auffassen oder durch eine einfache Substitution auf solche zurückführen lassen (reziproke Gleichungen).

Von quadratischen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten werden nebst den homogenen hauptsächlich jene Formen behandelt, welche in der analytischen Geometrie bei Untersuchungen über Kegelschnitte auftreten. Bei quadratischen Gleichungssystemen mit mehr als zwei Unbekannten beschränke man sich auf einige einfache Aufgaben.

In die theoretischen Grundlehren der Logarithmen müssen die Zöglinge auf das sorgfältigste eingeführt werden, sollen sie das darauf beruhende Rechnen mit Verständnis betreiben. Ein vorzügliches Hilfsmittel für den Überblick und den Verlauf der logarithmischen Funktion bietet die graphische Darstellung, welche zuerst für die Funktion der Basis 2 und dann für die Basis 10 durchgeführt wird. An dem Schaubilde der Funktion sieht der Zögling, daß der Logarithmus von 1 gleich Null, der eines echten Bruches eine negative Zahl ist etc., und erhält Aufschluß, worauf die Berechnung der angenäherten Werte der Proportionalteile beruht. Neben der theoretischen Vertrautheit mit den Logarithmen bildet ihre Verwertung für das Ziffernrechnen ein ebenso wichtiges Ziel. Vielfältige Übungen, welche hauptsächlich praktische Aufgaben betreffen, werden die nötige Sicherheit im Gebrauche der Logarithmentafeln herbeiführen.

b) **Planimetrie.** Nach einer Wiederholung des bisherigen planimetrischen Lehrstoffes in seinen Hauptsätzen und Anwendungen auf Konstruktionsaufgaben schreite man zur Erklärung von Streckenverhältnissen. Dabei wird man zunächst kommensurable Strecken vergleichen und finden, daß ihr Verhältniswert rational ist, und dann inkommensurable Strecken, deren Verhältniswert zu einer irrationalen Zahl führt. Beispiele für inkommensurable Strecken sind die Seite eines Quadrates und dessen Diagonale, oder die Seite eines regulären Zehneckes und der Radius des Umkreises.

Durch die Gleichheit zweier Streckenverhältnisse entsteht eine Streckenproportion, die zur Behandlung des Strahlenbüschels führt, das von parallelen Transversalen geschnitten wird*) Die Proportionalität der Strecken findet ihre nächste Anwendung in der Konstruktion der vierten geometrischen Proportionalen, in der Teilung einer Strecke nach einem gegebenen Verhältnisse, weiters in der harmonischen Teilung einer Strecke, woran sich der Satz über die durch die Symmetralen eines Dreieckswinkels und seines Nebenwinkels sich ergebende innere und äußere Teilung der Gegenseite schließen wird.

Die Ähnlichkeitssätze für Dreiecke werden in derselben Reihe vorgenommen wie die Kongruenzsätze, die sich aus jenen Sätzen als spezielle Fälle (Modulus gleich 1) ergeben. Man verabsäume nicht, ganz besonders darauf hinzuweisen, daß bei ähnlichen Figuren nicht nur das

---

*) Es empfiehlt sich, die Abschnitte, welche vom Scheitel des Strahlenbüschels ausgehen, Scheitelabschnitte, die auf den Transversalen liegenden, Transversalabschnitte, und die, welche zwischen den Transversalen liegen, Zwischenabschnitte zu nennen.

Verhältnis homologer Seiten, sondern das Verhältnis beliebiger homologer Strecken (Höhen, Transversalen etc.) konstant ist. Bei der Behandlung der Ähnlichkeit der Vielecke wird auch die perspektivische Lagenbeziehung (Ähnlichkeitspunkte) zu besprechen sein. Eine ganz besondere Sorgfalt ist den Streckenproportionen am rechtwinkligen Dreiecke (Höhen- und Kathetensatz) und am Kreise (Potenz) zuzuwenden. Im unmittelbaren Anschlusse an ihre Entwicklungen sind sie für die Konstruktion der mittleren geometrischen Proportionalen zu verwerten.

Die Ähnlichkeitslehre wird eine sehr anregende Anwendung in Vermessungen im Gelände finden, dann in Konstruktionsaufgaben mittels der Methode der ähnlichen Figuren und der Methode der algebraischen Analysis.

Der nun folgende Teil des Lehrstoffes über die Flächengleichheit und Flächenberechnung ebener Figuren bietet reiche Gelegenheit für vielfältige Rechnungs- und Konstruktionsaufgaben, bei welch letzteren auch die Methode der algebraischen Analysis zur Anwendung kommen wird. Daß der Pythagoreische Lehrsatz mit aller Gründlichkeit behandelt werden wird, braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden. Seine Erweiterung auf die Flächenbeziehung von ähnlichen Figuren, die man über den Seiten des rechtwinkeligen Dreieckes errichtet, ist nicht zu übersehen.

Bei den Maßbestimmungen am Kreise wird der elementare Vorgang für die Berechnung der Zahl π erörtert und eine der angenäherten Rektifikationen des Kreises — am besten die von Kochansky — gezeigt und auf ihren Genauigkeitsgrad rechnerisch geprüft.

c) **Stereometrie.** Dem systematischen Stereometrieunterrichte wird die Behandlung der Begriffe und Gesetze über die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen durch den Unterricht in der darstellenden Geometrie abgenommen, so daß mit der Erörterung der körperlichen Ecke, namentlich des Dreikants begonnen werden kann. Auf eine eingehende Behandlung der Kongruenz und Symmetrie der körperlichen Ecke wird verzichtet. Der Erörterung der allgemeinen Eigenschaften der Pyramide und deren Stumpf sowie des Prisma lasse man den Eulerschen Satz über die Polyeder folgen und im Anschlusse daran die Untersuchung der regulären Körper in bezug auf die Anzahl der Seiten, Ecken und Flächen. Modelle dieser Körper sind von den Zöglingen anzufertigen. Nach der Entwicklung der allgemeinen Eigenschaften von Kegel und Kegelstumpf, Zylinder und Kugel schreite man zur Oberflächen- und Volumsmessung der Körper. Bei der Berechnung der Mantelfläche von Kegel und Kegelstumpf empfiehlt es sich, auch die Formel $M = 2\pi\varrho h$ zu entwickeln, worin ϱ den Radius jener Kugel bedeutet, die den Mantel im sogenannten Mittelschnitte berührt. Diese Formel wird dann zur Bestimmung der Kugelzone, der Kugelkappe sowie der Kugeloberfläche verwendet.

Die Volumsmessung wird mit dem Cavalierischen Satz eingeleitet, der durch die Überlegung als richtig erkannt wird, daß man die zu vergleichenden Körper in unendlich dünne Platten zerlegt denkt, die paarweise einander gleich sind.

Über Oberflächen- und Volumsberechnungen sind möglichst viele und mannigfach kombinierte Aufgaben zu lösen, wobei sich — in den letzten Wochen des Schuljahres — auch Gelegenheit bieten wird, das logarithmische Rechnen anzuwenden.

II. Jahrgang.

Mit Rücksicht auf das Verhältnis des für diesen Jahrgang vorgeschriebenen arithmetischen und geometrischen Lehrstoffes und im Hinblicke auf die Bedürfnisse des physikalischen Unterrichtes, ist es ratsam, in den ersten vier bis sechs Wochen des Schuljahres sämtliche mathematischen Lehrstunden der Trigonometrie zu widmen.

a) **Arithmetik.** Bei der Behandlung der Exponentialgleichungen wähle man zunächst Aufgaben, die sich leicht auf die Form $a^{f(x)} = a^n$ bringen lassen, dann solche, die mit Hilfe von Logarithmen zu lösen sind. Auch die Auflösung von Exponentialgleichungsystemen mit zwei Unbekannten wird an einigen Beispielen geübt. Bei den logarithmischen Gleichungen wähle man vorerst Beispiele, in welchen $\log x$ als Unbekannte und aus ihrem Werte erst x bestimmt wird, dann solche, die leicht auf die Form $\log f(x) = \log n$ gebracht werden können, und endlich auch einige Aufgaben über logarithmische Gleichungsysteme mit zwei Unbekannten.

Ausgehend von einfachen, speziellen Zahlenfolgen, deren Gesetzmäßigkeit sofort auffällt, werden die Zöglinge in die Lehre von den arithmetischen und geometrischen Reihen eingeführt. Die arithmetischen Reihen beginne man etwa mit der Betrachtung der Reihe der ungeraden Zahlen, die geometrischen etwa mit 1, 2, 4 . . und 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ . . und gehe von diesen und ähnlichen Beispielen zur allgemeinen Darstellung und Entwicklung von a_n und s_n über. Die Beziehung, daß jedes Glied einer arithmetischen, beziehungsweise geometrischen Reihe das arithmetische, beziehungsweise geometrische Mittel seiner beiden Nachbarglieder ist, wird besonders hervorzuheben sein. Die fallende unendliche geometrische Reihe gibt auch Gelegenheit, den Begriff der Grenze möglichst klar zu machen. Die graphische Veranschaulichung der Reihe 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ . . . wird dabei gute Dienste leisten. Es ist selbstverständlich, daß man hier die Konvergenz und Divergenz unendlicher Reihen zur Sprache bringt und an einem Beispiele wie $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ . . darauf hinweist, daß bei anderen als geometrischen unendlichen Reihen die Begriffe fallend und konvergent nicht unbedingt verbunden sein müssen. Eine gute Anwendung finden die fallenden geometrischen Reihen in der Verwandlung periodischer Dezimalbrüche in gemeine Brüche und in manchen interessanten geometrischen Aufgaben. Das Interpolieren der

Reihen wird von den Zöglingen leicht aufgefaßt, sofern man bei der Erklärung von speziellen Beispielen ausgeht.

Für die Anwendung der Reihen steht ein reiches Übungsmaterial aus verschiedenen Wissenszweigen zur Verfügung. Neben einfachen Aufgaben, bei welchen die zu berechnenden Größen direkt aus den Formeln für a_n und s_n zu suchen sind, werden insbesondere Fälle behandelt, bei denen die zu bestimmenden Größen erst aus anzusetzenden Gleichungen gefunden werden müssen.

Was die Behandlung der Zinseszinsen- und Rentenrechnung anbelangt, wird — nach einer kurzen Wiederholung der einfachen Zinsenrechnung, wobei auch das Wesen von Sparkassen, Banken etc. zur Sprache kommt — vorerst an einem speziellen Beispiele und dann allgemein der Endwert eines auf Zinseszinsen angelegten Kapitals bei ganzjähriger Verzinsung abgeleitet. Diese Grundaufgabe wird nun mit ihren drei inversen Fällen an mannigfachen Beispielen nicht nur über Geldbeträge, sondern auch über Bevölkerungszuwachs, Waldbestand u. dgl. zur praktischen Anwendung gebracht. Im Verlaufe der Übungen wird auch der Fall erörtert, in welchem die Anzahl der Jahre eine gemischte Zahl ist und schließlich die Variante der Grundaufgabe, bei welcher die Zinsen nach halben, drittel, . . . n^{tel} Jahren dem Kapitale zugeschlagen werden.

Für die Erörterung der Rentenrechnung empfiehlt sich folgender Vorgang: Man entwerfe an einer vertikalen Geraden ein Zeitbild, schreibe links davon die Werte der — auf einen Zeittermin diskontierten — Einzahlungen und rechts die — auf denselben Zeittermin diskontierten — Auszahlungen. Die Summe der Einlagen muß der Summe der Ausgaben gleich sein.

b) **Ebene Trigonometrie.** Wegen der großen Bedeutung für viele Teile der Mathematik und der vielfältigen praktischen Anwendungen wird der Behandlung der Goniometrie und Trigonometrie die größtmögliche Sorgfalt zuteil werden.

An praktische Aufgaben anknüpfend beginne man mit der Erklärung der goniometrischen Funktionen für spitze Winkel und schreite nach Gewinnung der Grundformeln sogleich zur trigonometrischen Auflösung des rechtwinkligen Dreieckes, wobei zunächst die natürlichen Werte der Funktionen verwendet werden, welche anfänglich — wenn auch sehr ungenau — durch direkte Messung aus einem auf Millimeterpapier gezeichneten von 5 zu 5^0 geteilten Kreisquadranten vom Radius $r = 10$ *cm* zu bestimmen und dann aus den in den meisten Logarithmentafeln vorkommenden „Tabellen der natürlichen trigonometrischen Zahlen" zu entnehmen sind. Die Funktionswerte der Winkel von 30^0, 60^0, 45^0 werden aus rechtwinkligen Dreiecken direkt abgeleitet. Zur Benützung der Logarithmen der Funktionswerte wird erst in weiterer Folge geschritten. Im Anschlusse an die Auflösung des rechtwinkligen Dreieckes kann die des gleichschenkligen Dreieckes und der regelmäßigen Polygone erfolgen.

Unter Zugrundelegung eines rechtwinkligen Koordinatensystems gehe man nun an die Erklärung der Funktionsbegriffe für beliebige Winkel. Über Vorzeichen, Wachstum oder Abnahme der Funktionen in den einzelnen Quadranten wird die Darstellung der Funktionen am Kreise sowie die graphische Darstellung der Sinus-, Kosinus-, Tangens- und Kotangenslinie Aufschluß geben. Die letztgenannten Linien werden insbesondere den periodischen Charakter der Funktionen veranschaulichen.

Die Zurückführung der Funktionen aller Winkel auf die Funktionen spitzer Winkel bildet die nächste Aufgabe, an welche sich die weiteren Entwicklungen anzuschließen haben, deren Ausgangspunkt das Additionstheorem der goniometrischen Funktionen ist. Entsprechend der Natur des Gegenstandes räume man der analytischen Deduktion den Vorrang ein, unterlasse aber nicht, die Allgemeingültigkeit der Hauptformeln auch auf geometrischem Wege zu erweisen. Vielfältiges Üben, nicht Memorieren, muß schließlich dazu führen, daß die Hauptformeln zum bleibenden, sicheren Eigentum der Zöglinge werden; Stoff zu solchen Übungen bieten nebst Aufgaben über Umformungen goniometrischer Ausdrücke die goniometrischen Bestimmungsgleichungen, bei welch letzteren die Zöglinge darauf aufmerksam zu machen sein werden, daß wegen des periodischen Charakters der Winkelfunktionen genannten Gleichungen unendlich viele Wurzeln entsprechen.

Falls die Auflösung des gleichschenkligen Dreieckes und der regelmäßigen Polygone nicht unmittelbar im Anschlusse an das rechtwinklige Dreieck behandelt wurde, wird dieselbe die nächste Aufgabe des Unterrichtes zu bilden haben.

Die Auflösung des schiefwinkligen Dreieckes erfordert die Entwicklung des Sinus-, Kosinus- und Tangenssatzes, ferner der Mollweideschen Gleichungen, der Halbwinkelsätze und der verschiedenen Formeln für den Inhalt der Dreiecksfläche. Nach der ausführlichen und gründlichen Erledigung der Hauptfälle werden mannigfach kombinierte Aufgaben über Dreiecksauflösungen durchgeführt. Einzelne derartige Aufgaben werden nicht bloß auf rechnendem Wege, sondern auch, wo dies von Interesse ist, durch geometrische Konstruktion gelöst. Dadurch erwächst dem Zögling eine bessere Einsicht in die Natur der Aufgabe, insbesondere hinsichtlich der Möglichkeit ihrer Lösung, der Anzahl der möglichen Auflösungen und des Zusammenhanges zwischen den Daten und dem Resultat. Ein reiches Übungsmaterial für die Anwendung der Trigonometrie bieten weiters Aufgaben über das Viereck, den Kreis, dann Aufgaben aus der praktischen Geometrie, mathematischen Geographie, Physik und Stereometrie. Bei der Durchführung der Aufgaben ist auf eine praktische, wohlgeordnete Führung der Rechnung zu achten.

c) **Sphärische Trigonometrie.** Dieselbe beginne man mit der Erklärung des sphärischen Winkels, gehe hierauf zur Erörterung des sphärischen Dreieckes über und führe die Zöglinge auf Grundlage dessen, was sie über die dreiseitige Körperecke kennen gelernt haben, in die wesentlichsten Eigenschaften derselben ein. Die Flächenformel für das sphärische Dreieck wird an einem aus drei gleichen Kreisscheiben leicht herzustellenden Modelle abgeleitet.

Nun schreite man zur Ableitung der Formeln für die Auflösung des rechtwinkligen sphärischen Dreieckes. Bei den hierauf folgenden Aufgaben für die Auflösung spezieller Dreiecke (auch gleichschenklige) wird von der Napierschen Gedächtnisregel Gebrauch gemacht. Es trägt zur Belebung des Unterrichtes bei, wenn auch Aufgaben gewählt werden, die die Zöglinge in der darstellenden Geometrie konstruktiv gelöst haben, wie: Bestimmung des Spurenwinkels einer Ebene nebst Varianten dieser Aufgabe, Bestimmung der Flächenwinkel der regulären Polyeder u. dgl. Den letztgenannten Aufgaben wird sich die Berechnung der Oberflächen und Rauminhalte dieser Körper anschließen.

Für die Auflösung der schiefwinkligen Dreiecke werden zunächst nur der Sinussatz und die beiden Kosinussätze entwickelt. Die bei der Anwendung der letzteren auftretenden, für die direkte logarithmische Berechnung ungeeigneten Ausdrücke können durch die Einführung von Hilfswinkeln umgeformt werden. Für den Fall, als alle drei Winkel (Seiten) zu berechnen sind, werden die Halbwinkel-, beziehungsweise Halbseitensätze entwickelt. Für die Anwendung der Auflösungsfälle bietet die Stereometrie, die Geographie, die sphärische Astronomie eine Fülle lehrreicher und praktischer Aufgaben. Bei all denselben kommt es in erster Linie darauf an, daß der Zögling eine gewisse Sicherheit im Übertragen der gegebenen oder von ihm durch Messung erhaltenen stereometrischen oder astronomischen Daten in die von der sphärischen Trigonometrie vorausgesetzten Dreiecke erlange.

III. Jahrgang.

Diesem Jahrgange fällt die Aufgabe zu, einerseits den mathematischen Lehrstoff der Oberstufe zum Abschlusse zu bringen, anderseits durch eine Wiederholung des gesamten Lehrstoffes eine Befestigung und Vertiefung des mathematischen Wissens der Zöglinge zu erzielen.

a) **Arithmetik.** In den Elementen der Kombinationslehre wird man sich auf Bildung und Anzahl der Permutationen, Kombinationen und Variationen bei verschiedenen und wiederholten Elementen beschränken. Im Anschlusse wird die Bildung eines Produktes binomischer Faktoren mit einem gemeinsamen Gliede durchgeführt. Dadurch ist die natürliche Grundlage für die Entwicklung des binomischen Lehrsatzes unter Voraussetzung ganzer positiver Exponenten geschaffen. Auf die Eigenschaften der Binomialkoeffizienten lasse man sich nur so weit ein, als es das praktische Bedürfnis erfordert; es wird genügen, ihre Symmetrie, ihr Anwachsen gegen die Mitte, ihre Darstellung durch Fakultäten und ihre sukzessive Berechnung durch bloßes Summieren (Pascalsches Dreieck) zu zeigen.

Der Unterricht in den Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird — von speziellen Beispielen ausgehend — zunächst den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit erklären und in einer Reihe einfacher Aufgaben zur Anwendung bringen. Der Erörterung und Anwendung der zusammengesetzten Wahrscheinlichkeit werden sich die Berechnung des mathematischen Hoffnungswertes und die einfachsten Aufgaben über Lebensversicherung anschließen. Bei der Lösung letztgenannter Aufgaben wird es vorteilhaft sein, die bei Versicherungsgesellschaften in Gebrauch stehenden und von den neueren Lehrbüchern aufgenommenen Sterblichkeitstafeln zu verwenden, welche Kolumnen für die „diskontierte Zahl der Lebenden“ und für die „Summe der diskontiert Lebenden“ enthalten.

Die Behandlung des für diesen Jahrgang bestimmten arithmetischen Lehrstoffes wird bei Verwendung von zwei Lehrstunden wöchentlich innerhalb der ersten drei Monate des Schuljahres erledigt sein. Von da ab weise man — bis zum Abschluß des Geometrieunterrichtes — der Geometrie vier und der Arithmetik eine Stunde wöchentlich zu, in welch letzterer die zusammenfassende Wiederholung, die im letzten Abschnitte dieser Anleitung näher skizziert ist, einsetzen wird.

b) **Analytische Geometrie.** Man leite den Unterricht mit der Betrachtung einer Strecke als relativer Größe ein, schließe hieran die Lagebestimmung von Punkten in der Geraden (Abszissenachse), dann die Bestimmung des Abstandes zweier solcher Punkte sowie auch die Berechnung der Lage eines Punktes, der einen solchen Abstand in einem bestimmten Verhältnisse teilt. Nun schreite man zur Lagebestimmung von Punkten in der Ebene, und zwar zunächst unter Gebrauch eines orthogonalen Koordinatensystems, dann aber auch bei Verwendung von Polarkoordinaten. Daran schließe man die Berechnung der Länge und Richtung einer Strecke sowie die Entwicklung der Flächenformel eines durch die Koordinaten der Eckpunkte gegebenen Dreieckes und Vieleckes. Schließlich wird auch die Aufgabe über die Teilung einer Strecke nach einem gegebenen Verhältnisse (auch harmonische Teilung) durchgeführt.

Bevor man zur analytischen Behandlung der Geraden übergeht, empfiehlt es sich, eine Reihe von Funktionen graphisch darzustellen und den Zusammenhang von Gleichung und geometrischer Darstellung einer Betrachtung zu unterziehen.

Die Gleichung der Geraden wird in den drei wichtigsten Formen — allgemeine Gleichung, Segment- und Normalgleichung — eingehend behandelt und in mannigfachen Aufgaben angewendet. Die Normalform wird insbesondere bei der Berechnung von Normalabständen sowie bei der Bestimmung von Winkelsymmetralen zur Anwendung gebracht.

Mit Rücksicht darauf, daß der Richtungskoeffizient von Tangenten auch mittels der Differentialrechnung zu bestimmen sein wird, ist es angezeigt, bevor man zur analytischen Behandlung des Kreises übergeht, den Begriff des Differentialquotienten zunächst an einer Reihe spezieller Beispiele, zu denen auch $y = \sin x$ und $y = \cos x$ gehören, klar zu machen und dann auch an der in allgemeiner Form gegebenen Funktion zu entwickeln. Im Anschlusse daran werden einfache Aufgaben über Maxima und Minima gelöst.

Für den Kreis, die Ellipse, Hyperbel und Parabel, welche Linien einzeln zu behandeln sind, werden die einfachsten Gleichungen aus deren geometrischer Definition abgeleitet. Aus diesen Gleichungen werden sich andere wichtige Gleichungsformen durch Transformation ergeben. Die Diskussion der Gleichung, die Beziehung der Kurve zur Geraden, die Erklärung des Tangentenproblems, die gegenseitigen Beziehungen konjugierter Durchmesser sind mit aller Gründlichkeit zu behandeln. Der Richtungskoeffizient der Tangente wird auch — wie bereits erwähnt — mittels der Differentialrechnung bestimmt. Die analytischen Untersuchungen werden durchwegs in rechtwinkligen Koordinaten geführt. Bezüglich des Polarsystems beschränke man sich darauf, den Zöglingen zu zeigen, daß bei entsprechender Wahl dieses Systems die Gleichungen der Ellipse, Hyperbel und Parabel durch eine Gleichung dargestellt werden können. Unter den mannigfachen Aufgaben, welche den Lehrstoff zur Anwendung bringen, werden auch Beispiele über geometrische Örter vorkommen. In schwierigeren Fällen muß dem Zögling die Lage des Koordinatensystems angegeben werden, damit er verhältnismäßig einfache Gleichungsformen erhalte, welche auf die ihm bekannten Formen leicht zurückführbar sind.

Den Abschluß des Unterrichtes in der analytischen Geometrie bildet die Bestimmung der Fläche einer Ellipse und eines Parabelsegmentes, woran sich die Erörterung und Anwendung der ersten Elemente der Integralrechnung schließen wird.

c) **Zusammenfassende Wiederholung.** Nach einem Überblick über die verschiedenen Arten von Zahlen und die Operationen der Arithmetik beginne man mit einer Wiederholung der Gleichungslehre, wobei auch graphische Darstellungen nicht fehlen werden. Dieselben werden Anlaß bieten, nicht nur den Differentialquotienten einiger Funktionen zu berechnen und ihn bei Aufgaben über Maxima und Minima zu verwerten, sondern auch — an die den Zöglingen bereits bekannte graphische Lösung der quadratischen Gleichungen anknüpfend — auf Grund geometrischer Betrachtungen die angenäherte Lösung von Gleichungen mittels der Regula falsi und der Newtonschen Methode zu erörtern. An die Gleichungslehre schließt sich die an praktischen Beispielen durchzuführende Wiederholung der Reihen, der Zinseszinsen- und Rentenrechnung, des binomischen Lehrsatzes u. s. w. Bei der Zinseszinsenrechnung kann man die Zöglinge mit der Formel für die kontinuierliche Verzinsung bekanntmachen. Die Wiederholung der Geometrie wird hauptsächlich an der Hand von praktischen Beispielen, die den verschiedenen Wissenszweigen zu entnehmen sind, durchgeführt. An einfachen Aufgaben wird auch die Anwendung des Integrals zu Flächen- und Volumsberechnungen geübt.

An einzelnen Stellen werden Erweiterungen und Vertiefungen des Lehrstoffes platzgreifen, für deren Begrenzung die durchschnittliche Begabung des Jahrganges maßgebend sein wird.

Leltári szám: K. 3.

Szerző: K. u. k. Kriegsministerium

Cim: Anleitung für den Unterricht

1. Tárgya: in der Mathematik.

Általános és részletes utasítások a mennyiségtan tanításához a régi (1913) katonai nevelő és képzőintézetek részére.

2. Nemzeti, vallási, honvédelmi stb. szempontból kifogástalan-e? Stílus szempontjából milyen?

Igen.

3. A középiskolai tárgyak tanításában hasznosítható-e? (Osztály, tantárgy — a vonatkozó részek lehetőleg lapszámmal)

Az általános és a mennyiségtani tudományágak szerinti utasításokat (5-16 oldal) minden mennyiségtan tanár; az évfolyamok szerinti részletes utasításokat (17-53 oldal) a megfelelő osztály mennyiségtan tanára.

4. Egyéb észrevétel:

A részletes utasítások az egyes évfolyamok mennyiségtani tananyagába is betekintést nyújtanak.

5. A tiszti könyvtár színvonalának általában megfelel-e vagy nem?

Igen.

Kelt, Kőszeg, 1944. jún. 25.

Faludi István őrgy.

aláírás.