

A lineáris hálózatok számítási eljárásairól

„Mindent olyan egyszerűen kell csinálni, amennyire csak lehetséges, de semmivel sem egyszerűbben.”

Albert Einstein

Egyszerű elvek és ötletes megfontolások alakították ki a hálózatok analízisét. Ez a cikk a DC-analízis kialakulásának történetét felidézve vázolja az elért eredményeket. A különböző módszerek bemutatott alkalmazásai elgondolkodtatóak és meglepő felismerésekre vezethetnek.

Kulcsszavak: lineáris hálózatok, DC-analízis

Történeti aspektusok

Alexander Volta¹ 1800-ban mutatta be a Royal Society tudósainak az első galvánelemet, amit Luigi Galvani² híres békacombkísérletei nyomán fejlesztett ki. Ezzel kezdődött el az elektromos áram kutatása, törvényszerűségeinek feltárása és alapfogalmainak kialakítása. A hálózatszámítás nulladik alaptörvényét 1827-ben publikálta Georg Ohm.³ A szakirodalom Ohm-törvényként hivatkozik e felfedezésre, ami fogalmilag valójában nem törvény, hanem az ellenállás fogalmát bevezető definíció, aminek az a fő előnye, hogy az áramerősség és a feszültség között egy jól használható, egyszerű lineáris kapcsolatot teremt. Volta már 1802-ben hangot adott e sejtésének, amit bizonyítani nem tudott, hiszen az áramerősség fogalmi megalapozása még váratott magára, amit Hans Christian Ørsted⁴ és André-Marie Ampère⁵ végzett el az 1820-as években. A villamos áram extenzív (áramerősség) és intenzív (feszültség) alapmennyiségeinek fogalmi kialakítása és mérése egymással párhuzamosan ment végbe. A feszültség–áram karakterisztikák linearitása ugyan csak bizonyos korlátok között érvényes, de Ohm törvénye az idők folyamán mélyebb elméleti megalapozást is nyert, így a karakterisztika eltérése az egyenestől az ellenállás megváltozását jelenti.

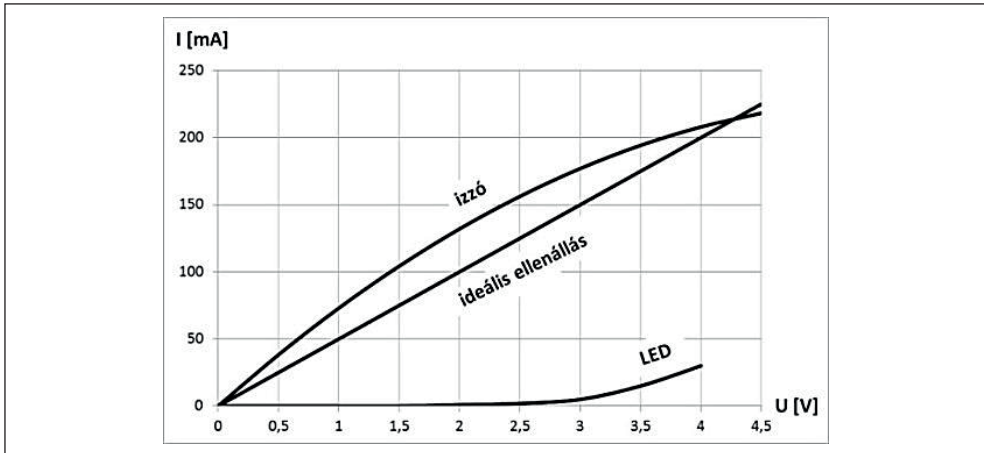
1 Alexander Volta (1800): *Volta describes the invention of the voltaic pile – the first electric battery. It draws attention to the striking analogy with the electric organs of the electric eel.* (Phil. Trans. R. Soc. London.)

2 Luigi Galvani: *De viribus electricitatis in motu musculari commentarius.*

3 Georg Ohm (1827): *Die galvanische Kette.*

4 Hans Christian Ørsted (1820): *Experimenta Circa Effectum Conflictus Electrici in Acum Magneticam.*

5 Ampère André-Marie (1827): *Mémoire sur la Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques.*



1. ábra: Néhány fogyasztó feszültség-áram karakterisztikája

Az 1. ábra három tipikus fogyasztói karakterisztikát mutat. A LED-nél eleinte az ellenállás értéke csaknem végtelen, majd rohamosan vezetni kezd, azaz ellenállása drasztikusan csökken, míg az izzó ellenállása eleinte kisebb, majd (a hőmérséklet emelkedése miatt) megnő, míg a harmadik fogyasztó egy ideális ellenállás karakterisztikáját vázolja.

A hálózatszámítás alaptörvényei

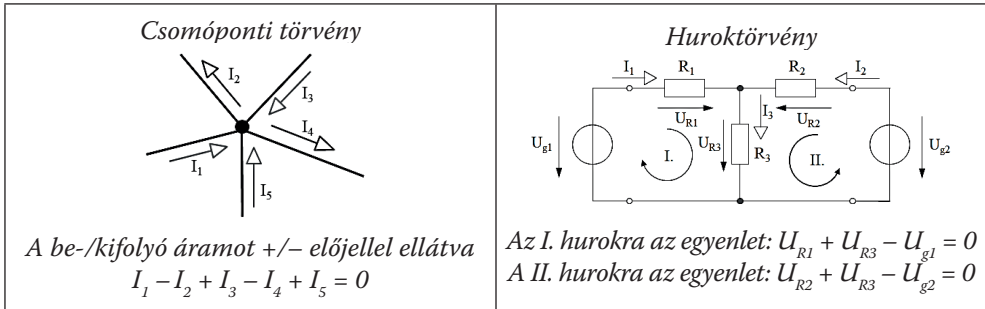
Több áramköri elemet (ellenállást, generátort...) tartalmazó összetett villamos hálózatok esetében szükség van a hálózatszámítási törvényekre, amiket már Ohm is felismert, de általános megfogalmazásukat Kirchhoff publikálta 1845-ben.⁶ A hálózatszámítás általános érvényű alapösszefüggéseit a következő két közismert Kirchhoff-törvény mondja ki:

Kirchhoff első törvénye, az ún. csomóponti törvény a töltésmegmaradás elvét fogalmazza át hálózatokra:⁷ *Az egy csomópontba befolyó áramok összege egyenlő a csomópontból kifolyó áramok összegével, azaz az egy csomópontba be- és kifolyó áramok (előjeles) algebrai összege zérus.*

Kirchhoff második törvénye, az ún. huroktörvény az energiamegmaradás elvét fogalmazza meg hálózatokra: *Bármely zárt hurokban a feszültségek (előjeles) algebrai összege zérus.*

⁶ Kirchhoff, Gustav Robert (1845): *Ueber den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine kreisförmige.*

⁷ A törvény alapja az, hogy egy villamos hálózat csomópontjaiban nem keletkezik és nem tűnik el töltés, valamint töltés-felhalmozódás sincsen. (A matematikában az ilyen pontokat forrásmentes helynek nevezik.)



2. ábra: A Kirchhoff-törvények szemléltetése

A két Kirchhoff-törvény és a „lineáris” Ohm-törvény alapján minden hálózatszámítási feladat elvégezhető. Mivel mindhárom törvény lineáris, így az ágakramokra és a hurokfeeszültségekre felírt egyenletek lineáris egyenletrendszert szolgáltatnak, melyek megoldása matematikai szempontból nem okoz gondot. A gyakorlatban egy hálózat esetén az első fontos lépés az egyenletrendszer szisztematikus felírása, amire három módszer alakult ki: a csomóponti potenciálok módszere, a hurokáramok módszere és az ún. faágfeszültségek módszere. A számítógépes szimulációk is e módszereket alkalmazzák, melyek pontosabb leírásához nélkülözhetetlen a gráfelmélet alkalmazása.⁸ Egy-egy konkrét kérdésre e módszerek alapján a válasz csak a teljes rendszert leíró egyenletrendszer megoldása után adható meg, így az egyes részegységek viselkedése elkülönülten nem látható át e módszer alapján.

Passzív kétpólusok: az ellenálláshű átalakítás elve

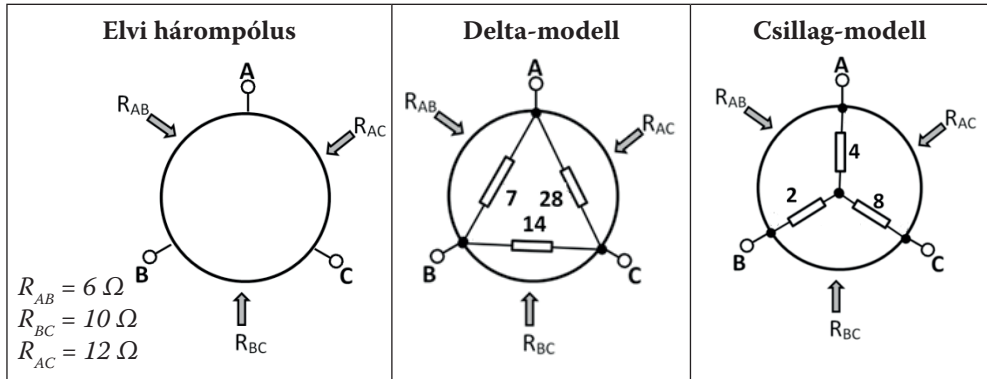
Már a kezdetektől előtérbe kerültek a Kirchhoff-törvények azon alkalmazásai, melyek részben egyszerűsítették a számítási eljárásokat, részben új szemléleti formákat is eredményeztek. Ezek egyik, ma már közismert módszere a sorosan, illetve párhuzamosan kapcsolódó fogyasztók ún. eredő ellenállással való helyettesítése, mely szerint az egymással sorosan/párhuzamosan összekapcsolt fogyasztók rendszere kicserélhető egy (eredő) ellenállással úgy, hogy a hálózat többi részének viselkedése közben ne változzék meg.

Az eredő ellenállás számítása meglehetősen széles körben alkalmazható, de van olyan konfiguráció, például a hídkapcsolás, melynél a soros/párhuzamos eredő számítása elakad. Az ellenálláshű átalakítás elve ezekben az esetekben is működik, csak nem kell feltétlenül kétpólust másik kétpólusra, hanem lehet például hárompólust egy másik hárompólusra vagy négypólust másik négypólusra cserélni. Egy ilyen átalakítás ekvivalenciájának feltétele, hogy *az átalakított és az eredeti hálózat ellenállása bármely két külső*

⁸ Vágó István: *Villamos hálózatok számítása a gráfelmélet alkalmazásával*. Akadémiai Kiadó, 2014.

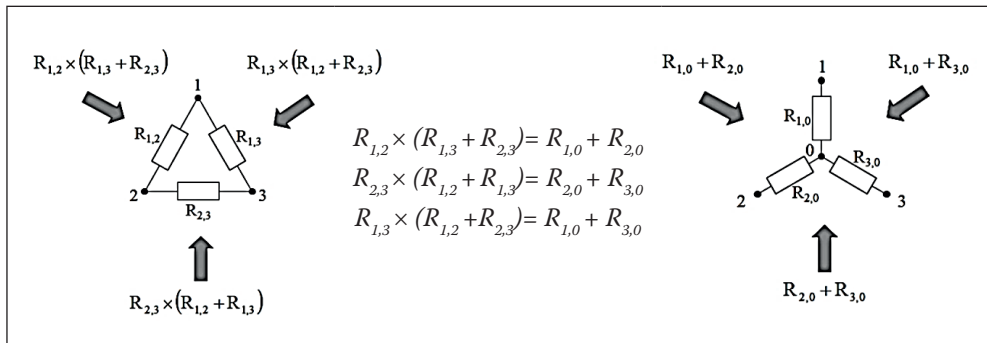
pontra nézve egyezzen meg! Ez az ellenállshű átalakítás elve.

A 3. ábra egy hárompólust tüntet fel két különböző realizációjával. Kívülről, az ABC pontok felől nem dönthető el, hogy melyik realizáció valósul meg, hiszen például egy U vizsgálófeszültséget kapcsolva az $A-B$ pontokra mindkét realizációnál $U_{AC} = 2/3 \cdot U$ feszültséget eredményez az $A-C$ pontok között.



3. ábra: Egy hárompólus delta- és csillag-modellje

Az ellenállshű átalakítás a 4. ábrán látható háromismeretlenes egyenletrendszer szolgáltatja a csillag–delta, illetve delta–csillag átalakításhoz, aminek betartásával a két konfiguráció bármikor felcserélhető egymással.

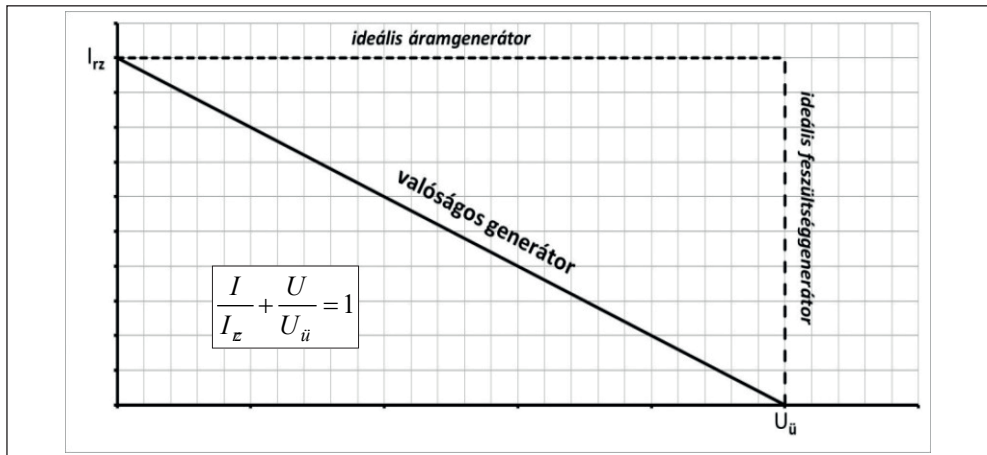


4. ábra Az ellenállshű delta–csillag átalakítás alapegyenletei

A csillag–delta, illetve delta–csillag átalakítás alkalmazásával a hídágak kiiktathatók, aminek következtében a soros/párhuzamos eredőre vonatkozó képletek már eredményre vezetnek, így a soros ágakra vonatkozó feszültség-, illetve a párhuzamos ágakra érvényes áramosztó-képlettel a hálózat bármely elemének feszültsége és árama egyszerűen számolható.

Aktív kétpólusok modelljei

A fogyasztók mellett fontos a valódi áramforrások, az ún. aktív kétpólusok karakterisztikájának jellemzése is. Egy aktív kétpólus feszültség–áram karakterisztikáját vázolja az 5. ábra. Egy generátor kapcsain mérhető feszültség és kiadott árama közti összefüggés többnyire közel lineáris, azaz üzemelésekor mind a kapcsokon mért feszültsége, mind a kiadott árama csökken az ideális feszültségforráshoz (U_{ii}), illetve áramgenerátorhoz (I_{rz}) képest.



5. ábra: Aktív kétpólus feszültség–áram karakterisztikája

Az aktív kétpólus karakterisztikájának Hesse-alakja, azaz tengelymetszetes egyenlete:

$$\frac{I}{I_{rz}} + \frac{U}{U_{ii}} = 1,$$

ami mutatja, hogy az aktív kétpólust a következő két mennyiség jellemzi:

U_{ii} üresjáratú feszültség ($I=0$ mellett, azaz terhelés nélküli kapocsfeszültség);

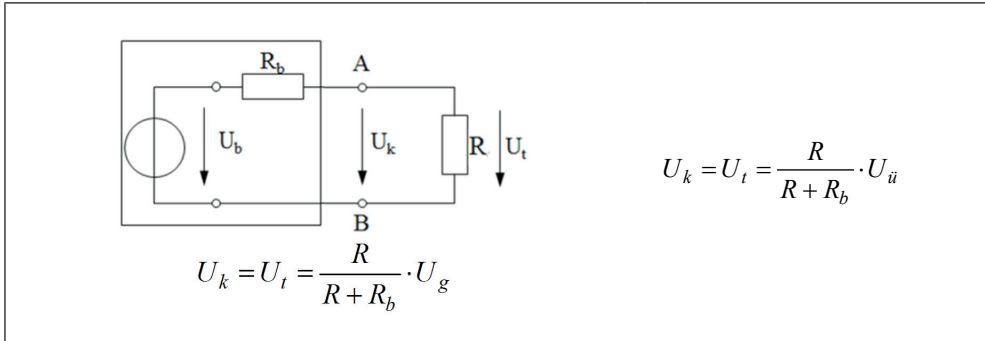
I_{rz} zárlati áram, ($U=0$, azaz rövidzár mellett leadott áram).

Fontos észrevétellé vált, hogy az aktív kétpólus lineáris karakterisztikája egyszerűen modellezhető egy olyan kétpólussal, ami egy U_{ii} feszültségű ideális feszültséggenerátorral sorosan kötött R_b ellenállásból áll. E helyettesítő képet már 1853-ban felfedezte és alkalmazta Hermann von Helmholtz,⁹ de nevét Leon Charles Thévenin¹⁰ francia mérnökről kapta, aki 1883-ban ismét felfedezte, hogy *bármilyen aktív lineáris hálózat két pontját ki-*

⁹ Helmholtz, H. (1853): *Über einige Gesetze der Vertheilung elektrischer Ströme in körperlichen Leitern mit Anwendung auf die thierisch-elektrischen Versuche*. Annalen der Physik und Chemie.

¹⁰ Thévenin, L. (1883): *Extension de la loi d'Ohm aux circuits électromoteurs complexes [Extension of Ohm's law to complex electromotive circuits]*. Annales Télégraphiques.

jelölve, e hálózat helyettesíthető egy ideális feszültséggenerátor és egy ellenállás soros kapcsolásával.



6. ábra: Aktív kétpólusok (Helmholtz-) Thévenin-modellje

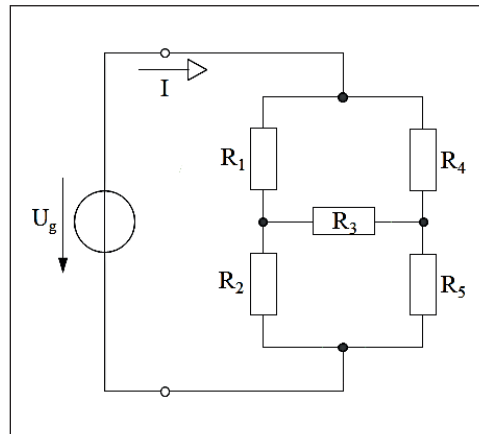
A modell paramétereit egyszerűen azonosíthatjuk:

1. Az U_{ii} üresjáratú feszültség mérése, illetve számítása terheletlen AB csatlakozás mellett ($R_{AB} = \infty$) történik;
2. az R_b belsőellenállás megállapításához az ideális generátorok kiiktatása után kell az R_{AB} eredő ellenállást kiszámolni.¹¹

Egy példa a számítási eljárások összehasonlításához

A 19. században kialakult hálózatszámítási módszerekkel egy hídkapcsolás hídárfeszültségének meghatározása többféleképpen is számolható. Az alábbiakban három különböző eljárást mutatunk be, melyek paraméteres megoldásaiból jobban megítélhető az egyes eljárások számolási igénye.

A hurokárámok módszeréhez megállapítható, hogy a hálózatban a csomópontok száma $N_{cs} = 4$; az ágak száma $N_a = 6$; azaz a független hurok száma: $N_h = N_a - N_{cs} + 1 = 3$. A kiválasztott 3 független hurok és a rájuk vonatkozó hurokegyenletek a következők:



7. ábra: Hídkapcsolás

¹¹ Méréskor a generátor nem iktatható ki, ezért egy ellenállásdekáddal olyan terhelést állítunk be, melynél a kapcsolófeszültség az üresjáratú feszültség fele. Ekkor az ellenállásdekádról közvetlenül leolvasható az R_b belső ellenállás értéke.

$U_g - R_1 - R_2$, hurokárama: J_1 ; $R_1 \cdot J_1 + R_2 \cdot (J_1 - J_3) = U_g$

$U_g - R_4 - R_5$, hurokárama: J_2 ; $R_4 \cdot J_2 + R_5 \cdot (J_2 + J_3) = U_g$

$R_3 - R_5 - R_2$, hurokárama: J_3 ; $R_2 \cdot (J_3 - J_1) + R_3 \cdot J_3 + R_5 \cdot (J_2 + J_3) = 0$

Az egyenletrendszer rendezett formája:

$$\begin{array}{rcl} (R_1 + R_2) \cdot J_1 - & - & R_2 \cdot J_3 = U_g \\ & (R_4 + R_5) \cdot J_2 + & R_5 \cdot J_3 = U_g \\ -R_2 \cdot J_1 + & R_5 \cdot J_2 + & (R_2 + R_3 + R_5) \cdot J_3 = 0 \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow J_1 = \frac{U_g + R_2 \cdot J_3}{R_1 + R_2} \\ \longrightarrow J_2 = \frac{U_g - R_5 \cdot J_3}{R_4 + R_5} \end{array}$$

A J_1 és J_2 változó eliminálásával:

$$-R_2 \cdot \frac{U_g + R_2 \cdot J_3}{R_1 + R_2} + R_5 \cdot \frac{U_g - R_5 \cdot J_3}{R_4 + R_5} + (R_2 + R_3 + R_5) \cdot J_3 = 0 ;$$

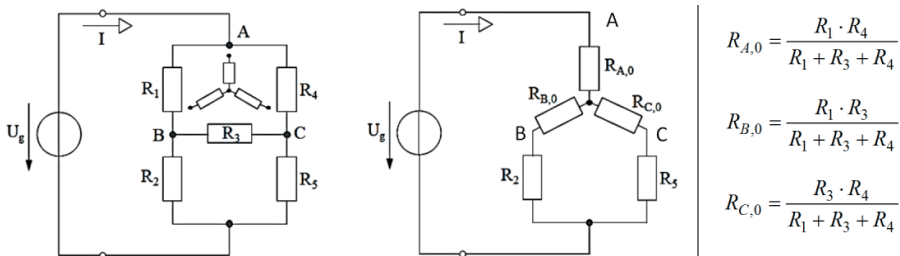
és $J_3 = I_3$,

$$J_3 = \frac{U_g \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right)}{\left[(R_2 + R_3 + R_5) - \frac{R_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_5 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \right]}$$

amiből a megoldás:

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = \frac{R_3 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right)}{\left[(R_2 + R_3 + R_5) - \frac{R_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_5 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \right]} \cdot U_g$$

Egy másik, a delta-csillag átalakítást alkalmazó megoldás látható a 8. ábrán.



Az átalakítás eredményeként: $R_e = R_{A,0} + \left\{ (R_{B,0} + R_2) \times (R_{C,0} + R_5) \right\}$, ami alapján

$$I = \frac{U_g}{R_e}.$$

Az I generátoráramból áramosztóval R_2 és R_5 árama számolható, amiből a B és C pont potenciálja:

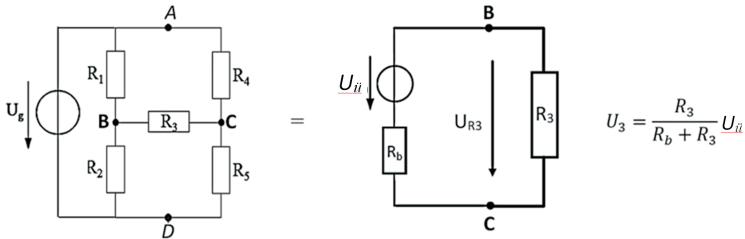
$$U_B = R_2 \cdot I_2 = R_2 \cdot \frac{U_g}{R_{A,0} + \left\{ (R_{B,0} + R_2) \times (R_{C,0} + R_5) \right\}} \cdot \frac{R_{C,0} + R_5}{(R_{B,0} + R_2) + (R_{C,0} + R_5)}$$

amiből az $U_{R_3} = U_{BC} = U_B - U_C = R_2 \cdot I_2$ feszültség:

$$U_C = R_5 \cdot I_5 = R_5 \cdot \frac{U_g}{R_{A,0} + \left\{ (R_{B,0} + R_2) \times (R_{C,0} + R_5) \right\}} \cdot \frac{R_{B,0} + R_2}{(R_{B,0} + R_2) + (R_{C,0} + R_5)}$$

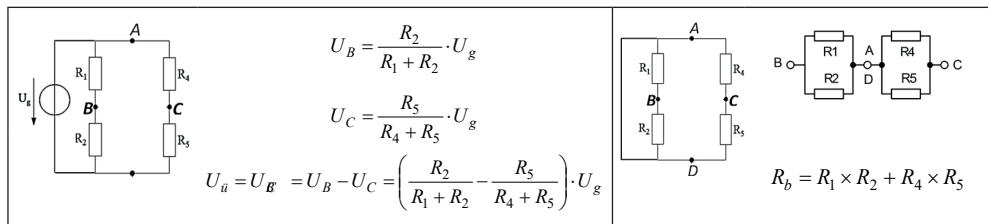
$$R_3 = \frac{U_g}{R_{A,0} + \left\{ (R_{B,0} + R_2) \times (R_{C,0} + R_5) \right\}} \cdot \left[\frac{R_2 \cdot (R_{C,0} + R_5)}{(R_{B,0} + R_2) + (R_{C,0} + R_5)} - \frac{R_5 \cdot (R_{B,0} + R_2)}{(R_{B,0} + R_2) + (R_{C,0} + R_5)} \right]$$

A hídág feszültsége az aktív kétpólusok Thévenin helyettesítőképe alapján is egyszerűen számítható a 9. ábra szerint.



9. ábra: Thévenin helyettesítőkép

A Thévenin-modellhez a BC pontok közötti U_{ii} üresjáratú feszültség a B és C pontok potenciálkülönbségeként adható meg, mely a 10. ábra szerint feszültségosztóval számolható. A generátor belső ellenállásának (R_b), számításához a feszültséggenerátor dezaktivizálását követően a 10. ábra szerinti ellenállás-hálózat eredőjét kell számítani.



10. ábra: Az U_{ii} üresjáratú feszültség és az R_b generátorellenállás számítása

Ezekkel az U_{R3} feszültség:

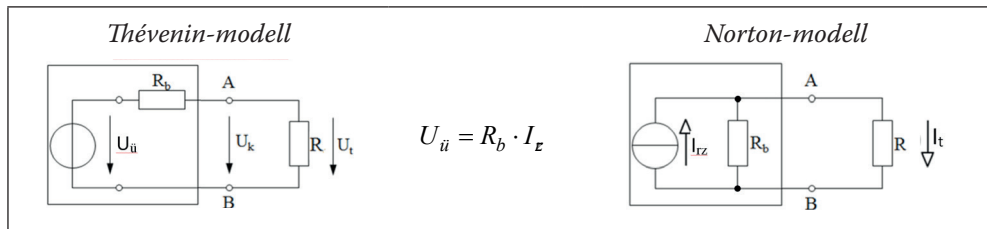
$$U_{R3} = \frac{R_3}{(R_1 \times R_2 + R_4 \times R_5) + R_3} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \right) \cdot U_g$$

Az egyes eljárások számolástechnikai igénye között láthatóan jelentős eltérés van.

A számítási módszerek fejlődése 20. század első felében

A lineáris hálózatokra szorítkozva a következő négy fejlődési vonal jelölhető meg a számolástechnika további fejlődésében:

1. A Thévenin-modell duális leírásaként megjelent az ún. Norton-modell, amely egy I_{rz} áramú ideális áramgenerátor és egy R_b ellenállás párhuzamos eredőjével helyettesíti az aktív kétpólust. Matematikailag a két modell ekvivalens egymással (11. ábra). Itt meg kell jegyezni, hogy e duális leírást 1926-ban egymástól függetlenül publikálta Edward Lawry Norton¹² és Hans Ferdinand Mayer¹³ is. (E tudománytörténeti sztoriról pontos képet fest Don H. Johnson 2003-as cikke.¹⁴)



11. ábra: Aktív kétpólusok duális modelljei

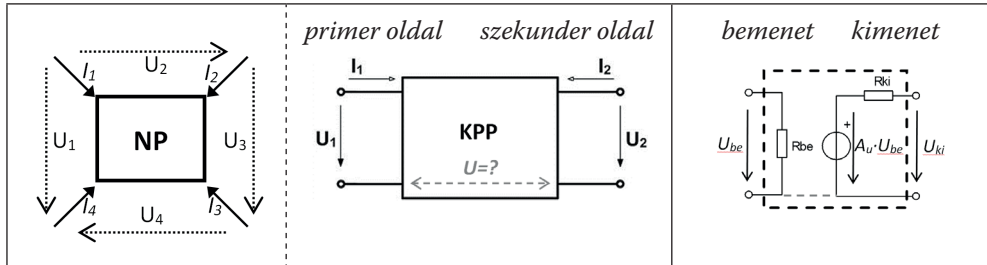
2. Az egyre összetettebb hálózatoknál a figyelem középpontjába került a négypólus-szemlélet és annak egyszerűsített verziói, így a kétpóluspár- és az egyszerűsített transzfermodell. (Az egyszerűsített kétpóluspár-modellnél külön kell foglalkozni a két oldal között fellépő szinteltolódással és zavarási jelenségekkel, míg a transzfermodell az ok-okozat szemléleten alapulva nem veszi figyelembe a kimeneti oldal visszahatását a bemenetre, továbbá csak annyira jó közelítés, amennyire helytálló a feszültséggenerátoros táplálás feltételezése!) A különböző átviteli tényezők közül fontossá váltak az erősítési és csillapítási tényezők és logaritmikus jellemzéseik. A telefonkábelek csillapítási jellemzőjeként vezették be a Bell Telep-

12 Norton, E. L. (1926): *Design of finite networks for uniform frequency characteristic.*

13 Mayer, H. F. (1926): *Ueber das Ersatzschema der Verstärkerröhre.*

14 Johnson, Don H. (2003): *Origins of the Equivalent Circuit Concept: The Current-Source Equivalent.*

hőne Laboratórium mérnökei a *transmission unit (TU)* egységet, amit Alexander Graham Bell tiszteletére 1923 körül neveztek át *decibelnek*.



12. ábra: A négypólus szemlélet és egyszerűsített verziói

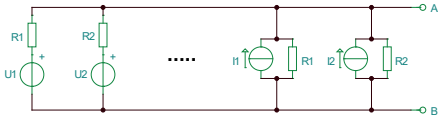

3. A villamosenergia-rendszerek kialakulása miatt fontossá vált a többgenerátoros rendszerek modellezése, amire lineáris közelíthetőség esetén érvényes a szuperpozíció elve, miszerint az egyes generátorok egymástól függetlenül fejtik ki hatásukat, amiket külön-külön kiszámolva már csak az egyes részhatásokat kell összegezni az eredőhöz.
4. Egyre fontosabbá vált a hálózatok tranzienis jelenségeinek és frekvenciafüggő viselkedésének vizsgálata.

Aktív kétpólusok eredője: Millmann-tételek

A sorosan/párhuzamosan kapcsolt aktív kétpólusok is helyettesíthetők eredő aktív kétpólussal, ám e módszer szisztematikus kifejtése meglepő módon a 20. század második felére maradt, így didaktikai felhasználása Jacob Millman¹⁵ nevéhez kötődik, aki a Columbia Egyetem professzoraként 8 sikeres tankönyvet is írt az elektronika témakörében.

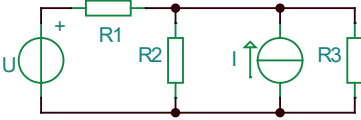
Valódi generátorok eredőjének egyszerű számításához soros kapcsoláskor célszerűbb a Thevenin-modellt alkalmazni, mivel soros kapcsolásnál a feszültségek összegződnek, míg párhuzamos kapcsolásukkor az áramösszegződés miatt kedvezőbb a Norton-modell használata. Az eredő számítására vonatkozó tétel általános alakja a 13. ábrán látható.

¹⁵ Millman, Jacob – Halkias, Christos C. (1967): *Electronic Devices & Circuits*. McGraw-Hill.

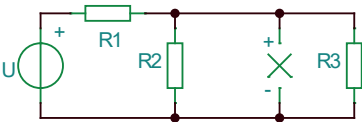
<p style="text-align: center;">Millman-tétel: (párhuzamos generátorok eredője)</p> <p>Az i index a feszültséggenerátorokra, a k index az áramgenerátorokra vonatkozik, így U_i a feszültséggenerátorok feszültségeit, I_k az áramgenerátorok áramait, az R_i a feszültséggenerátorok soros ellenállásait, R_k pedig az áramgenerátorok párhuzamos ellenállásait jelöli.</p>  $R_e = R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n$ $I_0 = \sum_i \frac{U_i}{R_i} + \sum_k I_k$ $U_0 = I_0 \cdot R_e = \left(\sum_i \frac{U_i}{R_i} + \sum_k I_k \right) \cdot R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n$	<p style="text-align: center;">Duális Millman-tétel: (soros generátorok eredője)</p>  $R_e = \sum_i R_i + \sum_k R_k$ $I_0 = \frac{\sum_i U_i + \sum_k R_k \cdot I_k}{\sum_i R_i + \sum_k R_k}$ $U_0 = \sum_i U_i + \sum_k R_k \cdot I_k$
---	--

13. ábra: A Millmann-tételek

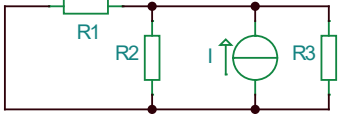
Egy többgenerátoros áramkör R_2 ellenállása áramának kiszámítását mutatja a 14. ábra a szuperpozíció elvével, majd a 15. ábra a Millmann-tétel felhasználásával.



generátorok dezaktivizálása:



$$I'_{R2} = \frac{U}{R_1 + R_2 \times R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

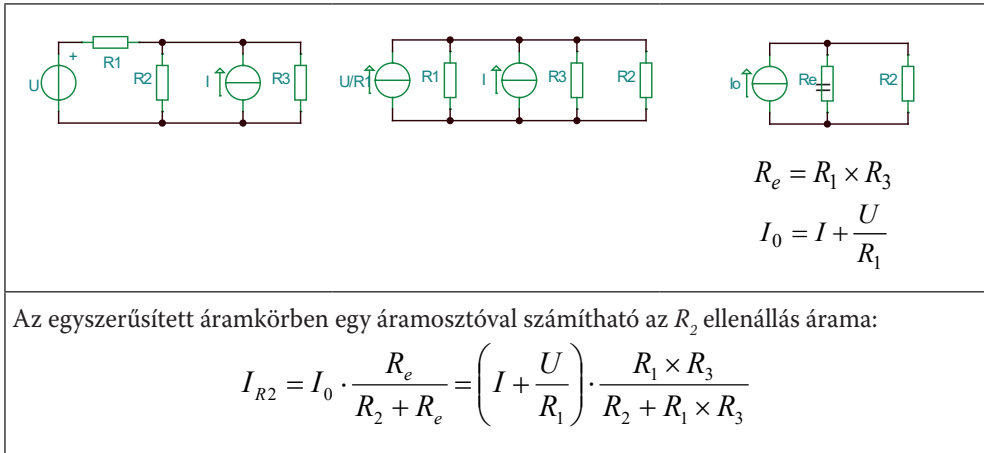


$$I''_{R2} = I \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_1 \times R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_{R2} = I'_{R2} + I''_{R2} = \frac{U}{R_1 + R_2 \times R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} + I \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_1 \times R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

(irányított) részáramok eredője:~

14. ábra: A szuperpozíció elvének egy alkalmazása



15. ábra A Millman-tétel alkalmazása

A kétféle módszer számolásigénye láthatóan itt is jelentősen eltér egymástól.

Az előzőekben szereplő klasszikus számítási elvek váltakozó áramú hálózatok esetén is alkalmazhatóak, csak természetesen komplex mennyiségekkel kell a számolásokat végezni, és így az eredmények frekvenciafüggőek lesznek, amire itt nem tértünk ki, csak úgy, mint a hálózatok tranzienis jelenségeinek jellemzésére, valamint energetikai szempontú elemzésére, amiknek ma már szintén kialakult módszerei ismeretesek.

Irodalomjegyzék

- [1] Galvani, Luigi (1791): *De viribus electricitatis in motu musculari commentarius*. Bononiae, ex Typographia Institutii Scientiarum.
- [2] Volta, Alexander (1800): *Volta describes the invention of the voltaic pile – the first electric battery. It draws attention to the striking analogy with the electric organs of the electric eel*. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*.
- [3] Ørsted, Hans Christian (1820): *Experimenta Circa Effectum Conflictus Electrici in Acum Magneticam*. Hafniae.
- [4] Ampère, André-Marie (1827): *Mémoire sur la Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques*.
- [5] Ohm, Georg S. (1827): *Die galvanische Kette*. Berlin, J. G. F. Kniestdt for T. H. Riemann.
- [6] Kirchhoff, Gustav Robert (1845): *Ueber den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine kreisförmige*. *Annalen der Physik und Chemie*, Vol. 64, No. 4, 487–514.
- [7] Helmholtz, Hermann (1853): *Über einige Gesetze der Vertheilung elektrischer Ströme in körperlichen Leitern mit Anwendung auf die thierisch-elektrischen Versuche*. *Annalen der Physik und Chemie*, 89(6):211–233.
- [8] Thévenin, L. (1883): *Extension de la loi d'Ohm aux circuits électromoteurs complexes*. *Annales Télégraphiques (Troisième série)*, vol. 10, pages 222–224.
- [9] Norton, E. L. (1926): *Design of finite networks for uniform frequency characteristic*. Technical Report TM26–0–1860, Bell Laboratories.
- [10] Mayer, H. F. (1926): *Ueber das Ersatzschema der Verstärkerröhre*. *Telegraphen- und Fernsprechtechnik*, 15: 335–337.
- [11] Millman, Jacob – Halkias, Christos C. (1967): *Electronic Devices & Circuits*. McGraw-Hill.
- [12] Vágó István: *Villamos hálózatok számítása a gráfelmélet alkalmazásával*. Akadémiai Kiadó, 2014.
- [13] Johnson, Don H. (2003): Origins of the Equivalent Circuit Concept: The Current-Source Equivalent. *Proceedings of the IEEE* 91/4: 636–640.

On the Calculation Methods of Linear Networks

FATALIN LÁSZLÓ

The analyses of networks are created by simple principles and witty ideas. This article describes the history of DC analysis and presents the achieved results. The shown adaptations of the different methods are thought-provoking and can produce surprising results.

Keywords: linear networks, DC analysis