Fatalin László

Die Evaluierung mit der Hilfe der struktureller Analyse

Die innere Struktur der Übungsreihen kann mit mathematischen Verfahren exakt festgestellt werden. Die Kenntnis der exakte Struktur einer Übungsreihe erleichtert die Auswertung der Lösungen mehr adäquater. Ein neues Verfahren für diesen Zweck ist in diesem Artikel durch ein Beispiel gezeigt.
Stichwörter: Galois-Graph, strukturelle Analyse, Evaluierung

Der Strukturelle Charakteristik von Aufgabenserien

Da die Aufgabenserien nach der Größe des umfassenden Inhalts, der Komplexität der Einzelnaufgaben und der Querverbindungen sehr unterschiedlich sein können, werden Relationstabellen und Galois-Graphen zu den Aufgabenserien erzeugt.

Die Analyse der Aufgabenserie setzt eine Einteilung der Aufgaben und eine Liste von Skills (Grundtätigkeiten, -operationen, -schritte, -kenntnisse, ...) und das Festlegen ihrer Relationen voraus. Eine Aufgabe steht mit einem Skill in Relation, wenn das genannte Skill bei einer geplanten Lösung der entsprechenden Aufgabe nötig ist. Die Relationstabelle enthält in den Zeilen die Aufgaben (Grundeinheiten der Serie), in den Spalten die Skills und in der Zelle (in der Kreuzung einer Zeile und Spalte) die Information, ob sie miteinander in Relation stehen.

		SKILLS		
AUFGABEN		*I1*	*I2*	*I3*
	A1	✓	✓	
	A2	✓		✓
	A3	✓	✓	✓
	A4	✓		✓
	A5		✓	✓

Abbildung 1: Relationstabelle im Beispiel 1

Die Analyse der Aufgabenserie enthält nach unserer Methode genau die subjektive Komponente, die beim Entstehen der Relationstabelle von Experten eingebaut wurde.

Cliquen in der Aufgabenserie

Die Komplexität einer Aufgabe könnte man durch die Anzahl der nötigen Grundoperationen bestimmen. In einer Aufgabenserie ist es möglich, die Präferenz durch Querverbindungen zu ändern. Die Querverbindungen lassen sich durch das Umordnen der Relationstabelle sichtbar machen. Bei dem Umordnen der Relationstabelle suchen wir *eine maximale vollständige Teiltabelle*, ein Rechteck, das in jeder Zelle ein Zeichen enthält und sich weder durch Skills noch durch Aufgaben erweitern lässt. Die in der Teiltabelle angesprochenen Aufgaben und Skills bilden *ein maximal geschlossenes Mengenpaar*, das wir im Weiteren (im Sinne der Graphentheorie ein wenig ungenau) kurz *Clique* nennen.

Ein maximales und geschlossenes Mengepaar (Clique) ist im Beispiel 1. zB. *{I1;I3}×{A2;A3;A4}*. Die Größe dieses 2×3 Cliques ist bezüglich Skills 2. Im Allgemeinen verstehen wir unter *Cliquengröße die Anzahl von Skills*, denn wir die Cliquen der Skill-Aufgabe Relation sind bezüglich Skills betrachten wollen.

Galois-Graph der Aufgabenserie

Für die graphische Darstellung der Querverbindungen muß man alle maximalen vollständigen Teiltabellen bestimmen.

{I1}×{A1, A2, A3, A4}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I2}×{A1, A3, A5}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I1,I3}×{A2, A3, A4}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I2, I3}×{A3, A5}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I3}×{A2, A3, A4, A5}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I1, I2}× {A1, A3}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

{I1, I2, I3}×{A3}

	I1	I2	I3
A1	✓	✓	
A2	✓		✓
A3	✓	✓	✓
A4	✓		✓
A5		✓	✓

Abbildung 2: Die Cliquen als maximale geschlossene Mengenpaare

CLIQUEN			*CLIQUENGRÖSSE BEZÜGLICH SKILLS*
{I1}	×	*{A1, A2, A3, A4}*	*1*
{I2}	×	*{A1, A3, A5}*	*1*
{I3}	×	*{A2, A3, A4, A5}*	*1*
{I1,I2}	×	*{A1, A3}*	*2*
{I1,I3}	×	*{A2, A3, A4}*	*2*
{I2,I3}	×	*{A3, A5}*	*2*
{I1, I2, I3}	×	*{A3}*	*3*

Abbildung 3: Cliquen im Beispiel 1

Über die Menge der Cliquen ist eine Relation nach dem Enthaltensein in mengentheoretischem Sinne in natürlicher Weise einzuführen, die eine Ordnungsrelation ist.

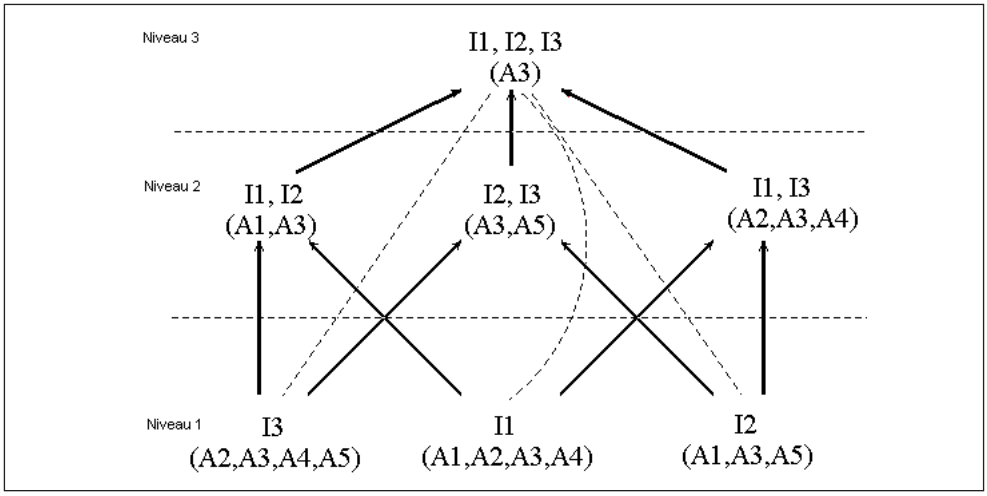

Abbildung 4: Der Graph drückt die Ordnungsrelation zwischen den Cliquen aus

Der Galois-Graph einer Aufgabenserie ist der Hasse-Graph der geordneten Menge der Cliquen der Relationstabelle. Im Galois-Graph spielen die Cliquen die Rolle der Knoten. Zwei Knoten sind durch eine Kante zu verbunden, wenn eines von den betrachteten Cliquen das andere enthält. Das bedeutet, dass die Anzahl der vorausgesetzten Skills entlang einer Kante mindestens um 1 zunimmt/abnimmt. Die Größe dieser Zunahme/Abnahme (Differenz der Cliquengröße bezüglich Skills) ist die Länge der Kante. Nach der Konvention des Hasse-Graphs sind die unmittelbaren Verbindungen zu löschen, wenn eine Verbindung durch kürzeren Kanten möglich ist. Dadurch erhalten wir einen vereinfachten Graph, der wegen der Transitivität der Ordnungsrelation eindeutig ist.

Aus dem Standpunkt der didaktischen Analyse hat ein Galois-Graph drei wichtige Charakteristiken: die Graphenbreite, die Graphenhöhe und die Verteilung der Kantenlänge im Galois-Graph.

Die Graphenbreite: Die Anzahl von Skills des aktuellen Lehrstoffes (der quantitative Inhalt, die Gesamtanzahl elementarer Operationen) determiniert die Breite des Graphes. Die Graphenbreite ist durch die Länge der Skillsliste gegeben.

Die Graphenhöhe: Die Graphenhöhe wird durch die maximale Cliquegröße definiert, wobei die Größe des Clique ist die Anzahl von Grundoperationen innerhalb des Cliques. Die Graphenhöhe vermittelt eine Information über die Komplexität der Aufgabenserie, sie drückt die Anzahl der maximalen gemeinsam präferierten Grundoperationen aus. In Beispiel 2 ist die Graphenhöhe 3, die durch die gemeinsame Präferenz von Skills I1-I3 bei der Aufgabe A3 vorhanden ist.

Die Bedeutung der Verteilung der Kantenlänge im Galois-Graph der Grundoperationen: Wenn die Länge der Kante in dem vereinfachteren Graphen größer als 1 ist, dann sprechen wir über einen Sprung (Niveausprung). Die Kante mit Länge 1 nennen wir Schritt.

Die Struktur der Aufgabeserie ist dadurch charakterisierbar, wie oft und mit welcher Größe kommen Sprunge in der Serie vor. Das heißt, das die Zusammensetzung der Serie kann den Charakter der einzelnen Aufgaben bestimmen: Dienen die anderen Aufgaben zur Vorbereitung einer Komplexen Aufgabe, verliert die komplexe Aufgabe den Problemlösecharakter. Statt einen großen Sprung sind nur kleine Sprunge oder Einzelschritte nötig. Je länger eine Kante ist, desto größer ist der Problemlösecharakter und die Aufforderung der entsprechenden Aufgabe in der Aufgabenserie.

Eine Aufgabenserie aus dem Mathematikunterricht

Im Folgenden zeigen wir einem mathematischen Beispiel, wo das Wissen und die Wissensstabilität von Schülern im Themenbereich „Algebraisches Umformen“ in einer Kontrollarbeit untersucht wurde. (Die Kontrollarbeit wurde für eine 9-te Klasse einer Fachmittelschule mit der Fachrichtung Gastronomie und Tourismus in Törökbálint gestellt.)

1. (248) [1] Ermitteln Sie die folgenden Operationen

$$\frac{(9x^2y^3)^4}{(5x^3y^4)^3} : \frac{(9xy^2)^6}{(5xy^5)^3}; \; x \neq 0; \quad y \neq 0$$

2. (248) Ermitteln Sie die Operationen im Zähler und vereinfachen Sie den folgenden Bruch

$$\frac{(2x+1)^2 - (3x-1)(3x+1) + 5x^2}{2x+1}; \quad x \neq -\frac{1}{2}.$$

3. (274) Ermitteln Sie die folgenden Operationen

$$\frac{2ab - a^2}{4b^2 + a^2} \cdot \frac{6b+3a}{a}; \quad |a| \neq |2b|; \qquad a \neq 0$$

4. (254) Ermitteln Sie die folgenden Operationen

$$\frac{3b+2}{2b+1} + \frac{1-4b}{2b-1} + \frac{2b^2 - b}{4b^2 - 1}; \qquad b \neq \frac{1}{2}.$$

5. (356) Berechnen Sie den genauen Wert des folgenden Ausdrucks

$$(5\sqrt{20} + \sqrt{45} - 7\sqrt{5} - 4\sqrt{28} + 3\sqrt{7})(2\sqrt{80} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{63} + \sqrt{28} - 2\sqrt{7}).$$

6. (407) Ermitteln sie die folgenden Operationen

$$\frac{\sqrt{x}+3}{x-16} \cdot \left(2 + \frac{2}{\sqrt{x}+3}\right); \qquad x \geq 0; \; x \neq 16.$$

7. (364) Eliminieren Sie die Wurzel im Nenner folgender Brüche

$$\frac{a}{2\sqrt{b}}; \qquad \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}.$$

Abbildung 5: Aufgabenserie der Kontrollarbeit aus der Mathematik (Beispiel 2)[1]

Vom Lehrer wurden die Skillliste (Abbildung 6) und die Relationstabelle (Abbildung 7) zur Aufgabenserie angegeben. Nach diesen Tabellen haben wir die Cliquen – Aufgaben (Abbildung 8) und den Galois-Graph (Abbildung 9) der Kontrollarbeit in der Mathematik erstellt.

A	Potenz eines Produktes
B	Multiplizieren und Dividieren von Brüchen
C	Potenz einer Potenz
D	Vereinfachen
E	Anwenden der Formel $(a + b)^2 = ...$
F	Anwenden der Formel $(a + b)(a – b) = ...$
G	Klammer auflösen oder Zusammenziehen
H	Anwenden der Formel $a^2 – b^2 = ...$
I	Gemeinsamer Nenner
J	Herausheben
K	Produktzerlegung
L	Quadratwurzel - Produktzerlegung von Zahlen

Abbildung 6: Skillliste der Kontrollarbeit

1 Die Nummer bedeutet die entsprechende Aufgabe in der ungarischen Abituraufgabensammlung (1995).

		SKILLS (12)											
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
AUFGABEN (7)	A1	✓	✓	✓	✓								
	A2				✓	✓	✓	✓					
	A3		✓		✓				✓		✓		
	A4				✓			✓	✓	✓	✓	✓	
	A5						✓	✓					✓
	A6		✓		✓			✓	✓	✓			
	A7		✓		✓		✓						

Abbildung 7: Relationstabelle der Kontrollarbeit

SKILLS	×	AUFGABEN
{D}}	×	{A1, A2, A3, A4,A6, A7}
{F}	×	{A2, A5, A7}
{G}	×	{A2, A4, A5, A6}
{BD}	×	{A1,A3,A6,A7}
{DH}	×	{A3, A4, A6}
{DG}	×	{A2, A4, A6}
{DF}	×	{A2, A7}
{FG}	×	{A2, A5}
{BDH}	×	{A3, A6}
{DHJ}	×	{A3, A4}
{BDF}	×	{A7}
{FGL}	×	{A5}
{BDHJ}	×	{A3}
{ABCD}	×	{A1}
{DGHI}	×	{A4, A6}
{DEFG}	×	{A2}
{BDGHI}	×	{A6}
{DGHIJK}	×	{A4}

Abbildung 8: Cliquen der Kontrollarbeit

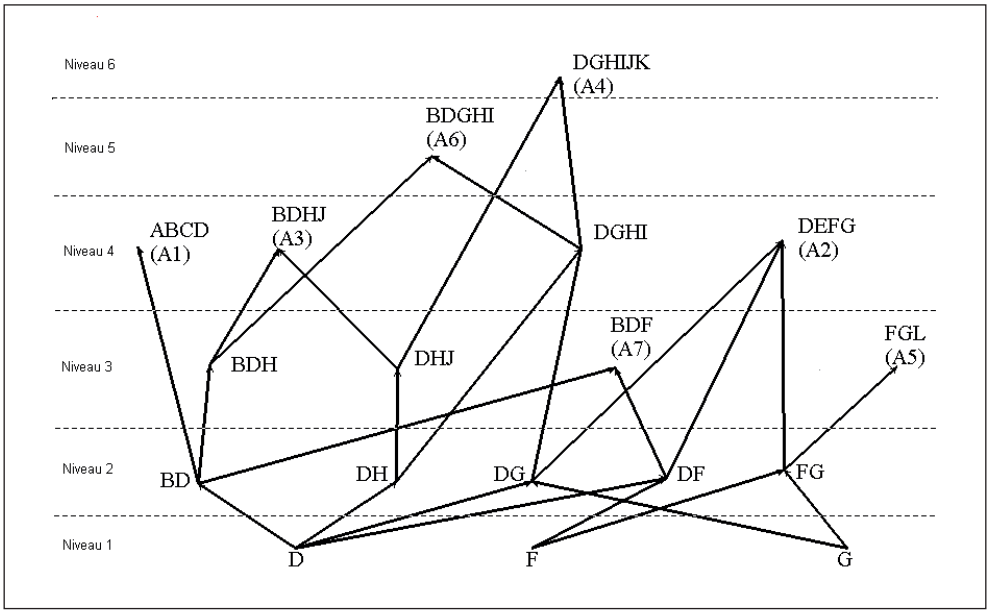

Abbildung 9: Der Galois-Graph der Kontrollarbeit

Die Aufgabenserie enthält 12 Skills, die Graphenhöhe ist 6. Die Aufgabe 4 kann auf dem Weg D – DH – DHJ – DGHIJK mit einem Sprung der Größe 3, oder auf dem Weg D – DG – DGHI – DGHIJK (G – GD – DGHI – DGHIJK) mit zwei Sprüngen der Größe 2-2 gelöst werden. Diese Aufgabe ist zweifellos die Schwierigste in der Serie, wie es im Graphen und in der Cliquen-Aufgaben Relationstabelle zu sehen ist. Bei Aufgabe 6 sind ebenfalls 3 Wege möglich: D – BD – BDH – BDGHI; D – DG – DGHI – BDGHI und D – DH – DGHI – BDGHI mit Schrittgrößen 1-1-2, 1-2-1 bzw. 1-2-1. Das ist eine komplexe Aufgabe, die aber durch die anderen vorbereitet ist.

Die Tatsache, dass der Skill D in 6 Aufgaben vorkommt, zeigt den Lehrerpräferenz, das sichere Anwenden der Grundtätigkeit „numerisch und algebraisch Vereinfachen“.

		AUFGABEN						
		1	2	3	4	5	6	7
CLIQUEN	D	✓	✓	✓	✓		✓	✓
	F		✓			✓		✓
	G		✓		✓	✓	✓	
	BD	✓		✓			✓	✓
	DH			✓	✓		✓	
	DG		✓		✓		✓	
	DF		✓					✓
	FG		✓			✓		
	BDH			✓			✓	
	DHJ			✓	✓			
	BDF							✓
	FGL					✓		
	BDHJ			✓				
	ABCD	✓						
	DGHI				✓		✓	
	DEFG		✓					
	BDGHI						✓	
	DGHIJK				✓			

Abbildung 10: Cliquen-Aufgaben Relationstabelle

Didaktische Bemerkungen

Die Aufgabenserie ist als Wissensprobe für algebraisches Umformen zusammengestellt. Die Graphenhöhe 6 zeigt, dass die Fähigkeit „komplexe Aufgabe Lösen“ auch geprüft wird. Die Graphenbreite 12 bedeutet, dass die Aufgabenserie „inhaltlich genügend reich“ ist. Die Aufgaben sind grundsätzlich durch Schritte und wenigen kleinen Sprünge lösbar, wodurch die Effektivität des Übens gemessen wird.

Für eine Abiturvorbereitung wäre diese Serie zu einfach, weil dort der Problemlösecharakter deutlicher (höherer Graph, mehr und größere Sprünge), der Inhalt breiter (größere Graphenbreite) herauskommen muss.

Die komplexe Analyse der Aufgabenserie ist unmöglich ohne strukturelle Analyse des Lehrstoffes und der Unterrichtsmethode. Während einer mehrjährigen Ausbildung besteht die didaktische Aufgabe einer Analyse vor allem in dem Feststellen der Apriori-Kenntnisse (Leistungsrückmeldung über die vorherige Periode, Lernvoraussetzungsanalyse und Planung für die nächste Periode).

Evaluieren von Schülerleistung mit der Hilfe struktureller Analyse

Die Kontrollarbeit aus der Mathematik wurde von 20 Schülern gelöst. Der Lehrer hat die Arbeiten korrigiert. Die detaillierten Ergebnisse sind in der Skill-Schüler Tabelle (Abbildung 11) dokumentiert, die Schülernamen sind durch S1-S20 ersetzt.

			SCHÜLER																			
			S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
SKILLS	1. Aufgabe	A	✓	✓				✓				✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
		B	✓	✓				✓				✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓
		C	✓									✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	
		D	✓										✓	✓	✓	✓				✓		
	2.Aufgabe	E	✓	✓					✓		✓				✓	✓	✓	✓		✓		✓
		F	✓	✓	✓				✓	✓		✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
		G	✓	✓	✓												✓	✓		✓	✓	✓
		D	✓	✓														✓		✓		✓
	3.Aufgabe	J	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
		B	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
		H	✓	✓		✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
		D	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	4. Aufgabe	H	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
		I	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
		J	✓	✓		✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
		K	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
		G	✓	✓	✓						✓	✓			✓	✓		✓		✓		✓
		D		✓							✓							✓				
	5.Aufg.	L	✓	✓							✓	✓	✓			✓					✓	✓
		G	✓	✓								✓	✓			✓					✓	✓
		F	✓	✓									✓			✓					✓	✓
	6. Aufgabe	I		✓					✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
		H													✓		✓			✓		
		G		✓					✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
		B	✓	✓			✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
		D	✓				✓				✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
	7.Aufg.	B	✓	✓			✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
		F	✓	✓					✓		✓				✓		✓	✓	✓		✓	
		D		✓					✓						✓		✓	✓				

Abbildung 11: Schüler-Skills Relationstabelle

Die Aufgabenserie wurde traditionell (Punkte verteilen) und nach der in Teil 1 beschriebenen strukturellen Methode ausgewertet. Die zwei Auswertungsmethoden können über das Wissen der Schüler unterschiedliche Bilder liefern.

Die Schülerlösungen können dementsprechend untersucht werden, welche Skills mit welcher Effektivität durchgeführt wurden. Da jede Skill von einigen Schülern gelöst wurde, kann man feststellen, dass die Kontrollarbeit gut zu dem gelernten und geübten Stoff passt.

Cliquen – Schüler Tabelle

Die strukturelle Analyse der Aufgabenserie hat gezeigt, dass gewisse elementare Schritte nie einzeln vorkommen, d. h. dass die gemeinsame Anwendung von Skills präferiert wurde (Abbildung 6 und 8). Die Wirkung dieser Präferenz lässt sich mit der Hilfe der Cliquen – Schüler Tabelle (Abbildung 12) untersuchen: die Tabelle zeigt, welche verbundenen Skillgruppen die einzelnen Schüler in der Lösung der Aufgaben verwendet haben.

			SCHÜLER																			
			S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
CLIQUEN	A1.	D	✓										✓	✓	✓	✓				✓		
		BD	✓										✓	✓	✓	✓						
		ABCD	✓										✓	✓	✓	✓						
	A2.	D	✓	✓														✓		✓		✓
		F	✓	✓	✓				✓	✓		✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
		G	✓	✓	✓												✓	✓		✓	✓	✓
		DG	✓	✓														✓		✓		✓
		DF	✓	✓														✓		✓		✓
		FG	✓	✓	✓												✓	✓		✓	✓	✓
		DEFG	✓	✓														✓		✓		✓
	A3.	D	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
		BD	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
		DH	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
		BDH	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
		DHJ	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
		BDHJ	✓	✓		✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	A4.	D		✓							✓							✓				
		G	✓	✓	✓						✓	✓			✓	✓		✓		✓		✓
		DH		✓							✓							✓				
		DG		✓							✓							✓				
		DHJ		✓							✓							✓				
		DGHI		✓							✓							✓				
		DGHIJK		✓							✓							✓				
	A5.	F	✓	✓									✓			✓					✓	✓
		G	✓	✓								✓	✓			✓					✓	✓
		FG	✓	✓									✓			✓					✓	✓
		FGL	✓	✓									✓			✓					✓	✓
	A6.	D	✓				✓				✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
		G		✓					✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
		BD	✓				✓				✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
		DH													✓		✓			✓		
		DG										✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓	✓
		BDH													✓		✓			✓		
		DGHI													✓		✓			✓		
		BDGHI													✓		✓			✓		
	A7.	D		✓					✓						✓		✓	✓				
		F	✓	✓					✓		✓				✓		✓	✓	✓		✓	
		BD		✓					✓						✓		✓	✓				
		DF		✓					✓						✓		✓	✓				
		BDF		✓					✓						✓		✓	✓				

Abbildung 12: Schüler-Cliques Relationstabelle die bei den einzelnen Aufgaben (theoretisch) ausgetretene Cliquen durch die Gesamtserie bestimmt sind.

Numerische Auswertung der Lösungen

Bei einer Auswertung der Lösungen einer Aufgabenserie wird im Allgemeinen ein numerisches Ergebnis erwartet.

Punktgabe nach Einzelskills

Bei traditioneller Auswertung werden für jede richtig erbrachte Skill Punkte gegeben. Es ist aber realistischer bei einem erbrachten Skill zu entscheiden, welche Wissensart hinter dem Skill vorausgesetzt wird. Dementsprechend führen wir die Auswertung eines *„sicheren“* bzw. *„unsicheren“ Wissens* ein.

- Hypothese eines sicheren Wissens: Ein Skill wird als sicheres Wissen betrachtet, wenn es in allen Fällen als richtige Antwort vorkommt.
- Hypothese eines unsicheren Wissens: Ein Skill wird als unsicheres Wissen betrachtet, wenn es mindestens einmal als richtige Antwort vorkommt.

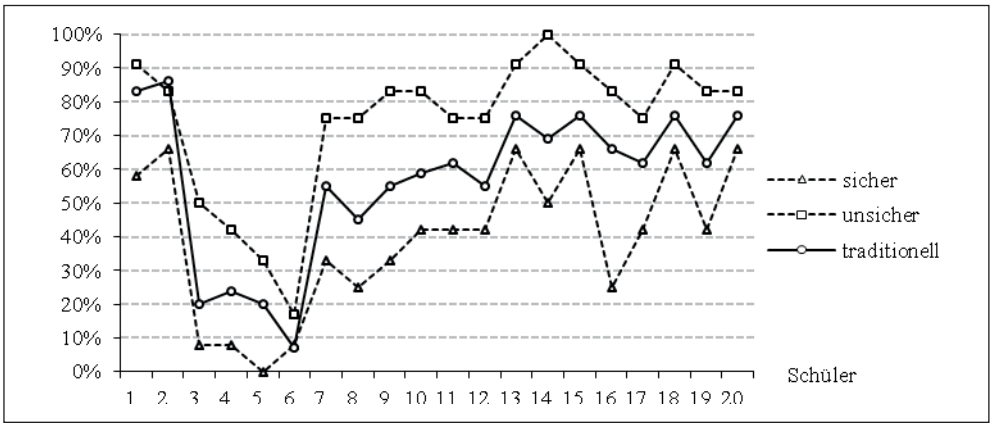

Abbildung 13: Numerische Auswertung nach den Hypothesen

Die traditionelle Auswertung lauft zwischen den Kurven des sicheren und unsicheren Wissens, was auch didaktische Fragen aufwirft.

Punktgabe nach Skillsgruppe

Eine andere Auswertungsmethode ist, wenn für die präferierten Skillgruppen (Cliquen) extra Punkte gegeben werden. Das bedeutet gleichzeitig dass die verknüpften elementaren Schritte bevorzugt werden:

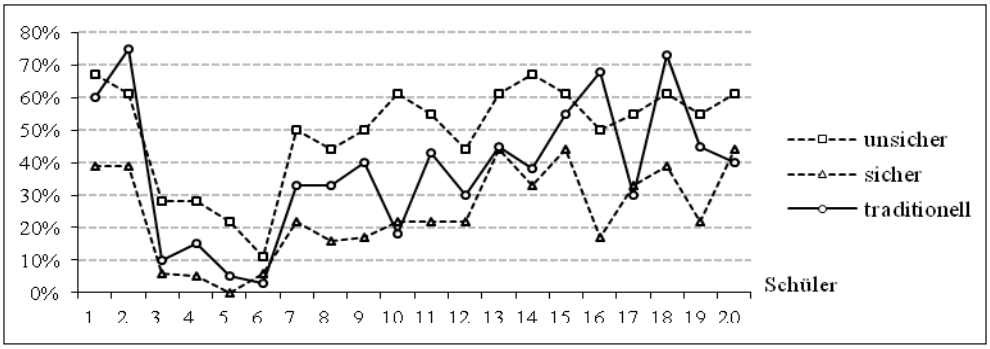

Abbildung 14: Numerische Auswertung nach Cliquen

Die beiden Auswertungen hängen linear zusammen, es gibt nur in wenigen Fällen bedeutende Unterschiede.

Bei der Auswertung nach Cliquen werden die Schüler besser bewertet, die an den Aufgaben konsequent arbeiten und werden die Schüler weniger präferiert, die möglichst viele Aufgaben aber nur teilweise gelöst haben.

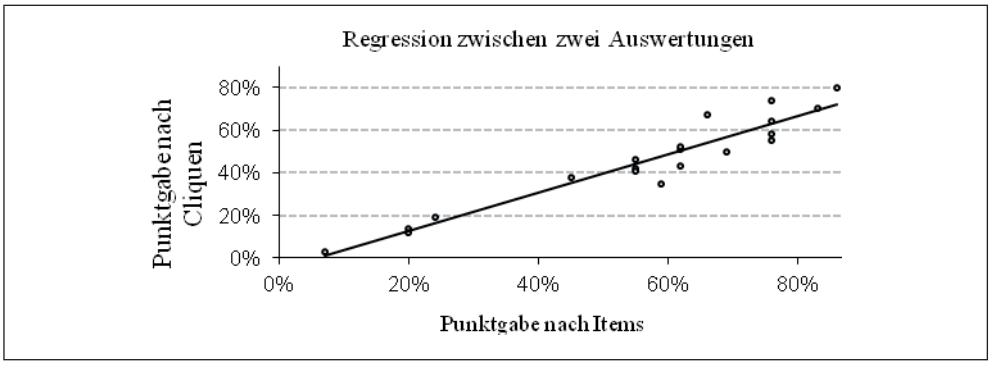

Abbildung 15: Punktwolken-Diagramm der beiden Auswertungsmethoden

Anwendungsproblematik

Die bisherigen Experimente weisen kein wesentliches Unterschied bei der numerischen Auswertung zwischen den beiden Methoden auf. Die Korrelation ist in unserem Beispiel 0,96. Die strukturelle Analyse bringt Zusatzinformationen bezüglich der Aufgabenstruktur und Wissensstruktur, was nicht nur für die Evaluierung, sondern auch für die Planung der weiteren Arbeit wichtig ist.

Die geschilderte Methode kann außer bei der statischen Lageaufnahme für die Planung des dynamischen Lernprozesses benutzt werden, wie es in [4] an einem konkreten Beispiel gezeigt wurde. Bei der Planung wird der hypothetisch erwartete Wissensgraph

mit der Lageaufnahme verglichen. Um diese Planungsmethode objektiv analysieren zu können fehlen noch weitere experimentelle Daten.

Jedenfalls ist es gezeigt worden, dass mit dieser Analyse sehr gut feststellbar ist wie weit die neu gelernten Begriffe ins vorausgesetzte Wissensnetz (mit den Grundbegriffen) eingebaut sind und welche Querverbindungen fehlen.

Die strukturelle Analyse setzt entsprechende Aufgabenserien voraus. Die Präferenzstruktur der Serie kann auch mit dieser Methode untersucht und mit den Wissenspräferenzen verglichen werden. Die Komplexität einer Lösung kann beim Feststellen und Entwickeln der Problemlösefähigkeit helfen.

Ein Hilfsprogramm steht bei der strukturellen Analyse zur Verfügung, das die Relationstabelle als Eingabe braucht und das Cliquensystem als Ausgabe liefert. Das Cliquensystem ist die Haupthilfe beim Erstellen des Galois-Graphen.

Neben diesen Vorteilen muss hier auf Gefahrenkomponenten hingewiesen werden:

1. Solange eine benützerfreundliche Version nicht vorhanden ist, benötigt die Anwendung des Hilfsprogrammes Informatikkenntnisse.
2. Eine Überprüfung der Methode in/für komplexen Lernstoff neben repräsentativer Anzahl von Tests ist im Gang.
3. Die fehlende strukturelle Analyse des Lehrstoffes ergibt eine Unsicherheit bei der Planung der Aufgabenserie und ihrer Auswertung, was durch Fachkompetenz und Intuition zu überbrücken ist.

Literatur

[1] Fatalin L. & Varsics Z. (1993): *Mérő-értékelő rendszerek a pedagógiában.* Forschungsbericht im PSZM Projekt, Budapest.

[2] Takács V. (1994): Dolgozatok értékelése számok nélkül. *Iskolakultúra,* 1994/18.

[3] Fatalin L. (1994): Mérünk vagy értékelünk? *Iskolakultúra,* 1994/5.

[4] Varsics Z. (1993): Osztályozási modellek – hierarchikus rendszerek. *Iskolakultúra,* 1993/5.

[5] Fatalin László (2003): *Strukturelle Analyse von Aufgabenserien und deren Schülerlösungen.* In: Parisot, Vásárhelyi (szerk.): *Neue Sichtweisen in der Didaktik der Mathematik.* Salzburg: Abakus Verlag, 59–78.

[6] Fatalin László (2008): *Hierarchikus fogalmi struktúrák vizsgálata gráfokkal.* Debreceni Egyetem.

Értékelés strukturális elemzés segítségével

Fatalin László

A feladatsorok belső struktúrája egzakt módon feltárható matematikai eljárással. Egy feladatsor szerkezetének pontos ismerete pedig lehetőséget ad a megoldások adekvátabb értékeléséhez. Ez a cikk egy ilyen új eljárást mutat be egy konkrét példán keresztül.

Kulcsszavak: Galois-gráf, strukturális elemzés, értékelés

Evaluation by Structural Analysis

Fatalin László

The internal structure of exercise sets can be discovered by the exact means of mathematical procedures. Knowing the exact structure of the exercise sets enables us to evaluate the solutions more adequately. This article describes a new method through a real example.

Keywords: Galois-graph, structural analysis, evaluation