

**ZRÍNYI MIKLÓS NEMZETVÉDELMI EGYETEM
BOLYAI JÁNOS HADMÉRNÖKI KAR
HADMÉRNÖKI DOKTORI ISKOLA**

Lamper László ny. okl. mk. örgy.

**MISTRAL 2 légvédelmi rakéta
stabilitásának és irányíthatóságának
szabályozástechnikai kérdései**

Doktori (PhD) Értekezés

Témavezető: Dr. Forgón Miklós ny. okl. mk. ezds. PhD

2011. BUDAPEST

TARTALOMJEGYZÉK	
BEVEZETÉS.....	3
A TUDOMÁNYOS PROBLÉMA.....	5
KUTATÁSI CÉLKITŰZÉSEK	6
KUTATÁSI HIPOTÉZISEK.....	7
KUTATÁSI MÓDSZEREK	8
I. LÉGVÉDELMI RAKÉTÁK AERODINAMIKAI MODELLEZÉSE ÉS A SZABÁLYOZÁSOK VIZSGÁLATA	11
1. Légvédelmi rakéták mozgásegyenletei.....	11
2. Légvédelmi rakéták átviteli függvényei	25
3. Szabályozási kör stabilitása, megfigyelhetősége és irányíthatósága.....	27
4. Szabályozások analízise a komplex frekvencia tartományban	32
5. Szabályozások analízise az idő tartományban	32
6. Rendszeranalízisnél használt MATLAB® m-fájlok leírása	38
KÖVETKEZTETÉSEK	41
II. ÖNIRÁNYÍTÁSÚ LÉGVÉDELMI RAKÉTÁK SZABÁLYOZÁSI KÖRE	44
1. Önirányítású légvédelmi rakéták célra történő rávezetése.....	44
2. Légvédelmi rakéta helyszög szerinti irányítási rendszere.....	52
3. Parancskidolgozó berendezés analóg számítógépes modelljének hatásvázlata ..	55
4. Légvédelmi rakéta helyszög szerinti irányítási rendszerének vizsgálata	57
KÖVETKEZTETÉSEK	81
III. MISTRAL 2 KÖZELI HATÓTÁVOLSÁGÚ LÉGVÉDELMI RAKÉTA SZABÁLYOZÁSI KÖR ANALÍZISE	83
1. Légvédelmi rakétakomplexum megsemmisítési zónáját meghatározó tényezők	83
2. Szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna távoli határán.....	96
3. Szabályozási kör analízise a találkozási pont helyzete alapján a megsemmisítési zóna mélységében	103
4. Szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna közeli határán	107
5. Szabályozási kör analízise távolodó célra	115
KÖVETKEZTETÉSEK	122
ÖSSZEGZETT KÖVETKEZTETÉSEK.....	123
ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK	125
AJÁNLÁSOK	126
A TÉMAKÖRBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓIM	126
FELHASZNÁLT IRODALOM.....	128
FÜGGELÉK	132

BEVEZETÉS

Lőelméleti megközelítésből a légi célra történő tüzelés a kijelölt mennyiségű légvédelmi rakéta indítását, célra történő rávezetését és a harci töltet működésbe lépését jelenti. Adott harci töltet és céljellemzők esetén a cél megsemmisítési valószínűsége alapvetően a robbantási pont koordinátáitól és a rakéta céllal való találkozásának viszonyaitól (találkozási pont magassága, a rakéta és a cél sebesség vektorának nagysága, iránya, stb.) függ.

A megsemmisítés koordináta törvénye integrál függvény, amely a cél megsemmisítési valószínűségét a rakéta robbantási pontjának a célhoz viszonyított koordinátáitól függően határozza meg. A rakéta célhoz történő közeledéséhez szükséges elméleti (kinematikai) röppályák matematikai egyenletekkel leírhatók, azonban a rávezetési hibák, célmanőverek stb. következtében a realizálható (dinamikus) röppályák rávezetési pontosságát a megsemmisítés feltételes koordináta törvénye determinálja. A megsemmisítés feltételes koordináta törvényéből - amely grafikusán ábrázolva egyenlő valószínűségű zárt görbék halmazából áll - következik, hogy az adott rakétára jellemző megsemmisítési valószínűség (P) értéke – amely az egyik legalapvetőbb és legkönnyebben összehasonlítható paraméter - kedvezőtlen külső körülmények esetén „0” is lehet.

A légi célra történő tüzelést - ezen belül a cél megsemmisítés algoritmusának műveleteit - realizáló technikai eszközök architektúráját légvédelmi rakétakomplexumnak nevezzük. Az önrávezető légvédelmi rakétakomplexum technikai alapja a rakéta célfelderítő és irányító rendszere. A rakéta indítás utáni közeledését a légtérben folyamatosan helyet változtató célhoz az irányítási rendszer valósítja meg. Irányítási rendszer alatt azoknak a berendezéseknek az összességét értjük, amelyek folyamatosan meghatározzák a rakéta és a cél kölcsönös helyzetét, valamint biztosítják a vezérlő parancsok kidolgozását, illetve a rakéta célra történő rávezetését a találkozási pontig.

A légvédelmi rakéta architektúrák effektivitását egymástól jellegében elkülönülő kritériumok és mutatók jellemzik. Ezek között vannak olyanok, amelyeket csak a tervezés időszakában használnak és vannak olyanok, amelyek a tervezés és a felhasználás során is alkalmazhatók. A koncepcionális tervezés [1a] időszakában kell figyelembe venni a megsemmisítendő cél és a megsemmisítést realizáló komplexum költség arányát. Ezzel koherens a célmegsemmisítés valószínűségének és a megsemmisítési algoritmusokat realizáló architektúra költség viszonya is (logisztikai függvény index).

A részletező tervezés (Detail Design) [1a,1b] fázisaiban és az alkalmazás során vizsgáljuk a kinematikai és a dinamikai röppályák analízisének a rávezetés pontosságát, a szabályozások kritériumait (stabilitás, irányíthatóság, megfigyelhetőség). Természetesen a fejlesztő cégek ilyen irányú adataival, vizsgálataival a felhasználók (alkalmazók) nem rendelkeznek és ez a tény is inspiráló lehet az adott komplexum teljesebb körű megismeréséhez, ezáltal a gyakorlati alkalmazás kiteljesedéséhez.

A célra történő rávezetés és a cél megsemmisítése fizikailag a légvédelmi rakéta komplexum jellemzőitől függő időtartamban és az ezzel korrelatív behatárolt térben, a megsemmisítési zónában következik be. A megsemmisítési zóna ily módon a tüzelési hatékonyság figyelembe vételével határozza meg adott komplexum hatótávolságát magasság, távolság és irány szerint. A megsemmisítési zónát determináló jellemzők (távoli határ, közeli határ, minimális és maximális magasság, paraméter távolság) mellett a realizálható megsemmisítési zóna határait a cél mozgás paramétereivel szoros korrelációban az irányítási kör, illetve a komplexum diszjunkt elemeinek technikai jellemzői befolyásolják.

Az értekezésben a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási körének modellezésével, a függőleges síkban a rakétairányítás, valamint a dinamikus röppályán történő rakéta mozgás stabilitási kérdéseivel foglalkozom. A vizsgálatok a rávezetési röppálya szakaszokra irányulnak, viszont a kivezetési röppálya szakaszt - amely a légvédelmi rakéta dinamikus röppályára állását biztosítja - nem vizsgálom. A légvédelmi rakéta dinamikus röppályára történő irányítása a rakéta indítását követően akkor kezdődik, amikor a rakéta vezérlősíkjai már kinyíltak és az önrávezető fej által mért céladatok alapján a

légvédelmi rakéta célfelderítő rávezető és irányító rendszere működésének negyedik fázisa szerint megkezdji az irányító parancsok képzését.

A vizsgálatokban a légvédelmi rakéta olyan szabályozási rendszer, amelyben az irányíthatóság, megfigyelhetőség, stabilitás kritériumait és ezek realizálhatósági lehetőségeit modellezem. A röppályák meghatározásánál a rakétát és a célt nagysebességgel mozgó merev pontszerű testként definiáljuk, amelyeknek mozgásparaméterei alapján matematikai összefüggések megoldásával határozzuk meg az eltérő irányú mozgások elméleti találkozási pontját. Ennek megoldása számítógépekkel végzett bonyolult egyenletrendszerekkel lehetséges, ugyanis a térben mozgó merev test hat szabadsági fokkal rendelkezik, másrészt a légkör fizikai változása miatt a folyamatokra több véletlen, előre nem meg adható faktor hat. A rakétára ható aerodinamikai erők és nyomatékok figyelembe vételével a matematikai számításokkal meghatározott kinematikai röppályáktól való eltérések okai azok a dinamikus hibák, amelyek a cél mozgása, illetve a rakéta hosszirányú mozgása által előidézett külső hatásoknak az irányítási rendszerrel történő feldolgozásakor jönnek létre. Ebből következően a rávezetési folyamat dinamikáját jelentős mértékben az irányítási kör stabilitása, erősítési tényezője és működési gyorsasága (sebessége) határozza meg. Mindezekből kiindulva fogalmaztam meg a tudományos problémát, a kutatási hipotéziseket és a kutatási célkitűzéseket.

A TUDOMÁNYOS PROBLÉMA

A kétpontos (R-C) rávezetési rendszerű légvédelmi rakéták önirányításának teljes folyamatát a kezdeti illesztetlenség ledolgozása, a rávezetés fő szakasza, valamint a rakéta-cél vonal szögsebesség hirtelen megnövekedésének (az instabil mozgás) szakasza jelenti.

A III. szakaszban a találkozási pont koordinátáinál a rakéta – cél vonal szögsebességének hirtelen megnövekedése, - amely szélsőséges esetben az önirányítás megszakadásához is vezethet - törvényszerűen bekövetkező, fizikailag elkerülhetetlen folyamat.

A szögsebesség hirtelen megnövekedésének oka a pillanatnyi találkozási pont „hibájának” fellépése a rakéta sebesség megváltozása miatt, azonban a találkozási pont közelében fellépő hiba értéke egyidejűleg több tényezőtől függ.

Jóllehet a kiváltó okok általánosságban ismertek, azonban gyári adatok és a poligon (lőtéri) tapasztalatok hiányában ezek meghatározása nem is lehetséges. Ebből adódóan tudományos problémának tekintem:

1. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta kinematikus röppálya II. és III. szakaszán a szabályozási kör stabilitás kontinuitásának, illetve a szabályozás jellemzőinek meghatározását.
2. A MISTRAL 2 légvédelmi rakétára vonatkozóan a stabilan irányítható mozgásból az instabil mozgásba való átmenet idő pillanatának, valamint a cél távolságának meghatározását a cél mozgás paramétereinek (H_c, v_c) függvényében; az átmenetnél a szabályozás, ezen belül a kinematikus tag viselkedésének vizsgálatát.
3. A megsemmisítési zóna mélységében a célmegsemmisítés koordinátáinak függvényében a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör fázis tartalék (stabilitás) változásának egzakt meghatározását.
4. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta esetén annak a hipotézisnek az igazolását vagy cáfolatát, hogy a megsemmisítési zóna közepén a cél megsemmisítés valószínűsége nagyobb, mint a megsemmisítési zóna szélein.
5. A célparaméterek (H_c, v_c) függvényében azon találkozási pontok térbeni helyzetének meghatározását, amelynél a MISTRAL 2 légvédelmi rakétával a cél megsemmisítés valószínűsége maximális, illetve mikor kell adott sebességű célra indítani 7000 m-en történő célelfogás esetén.

További tudományos problémának tekintem az 1÷5 pontban megfogalmazott problémák megoldásával a MISTRAL 2 légvédelmi rakétakomplexum átfogóbb alkalmazhatóságát.

KUTATÁSI CÉLKITŰZÉSEK

Kutatási célként fogalmaztam meg az önrávezerlésű rakéták szabályozási körének - ezen belül a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta célfelderítő rávezető és irányító rendszer- stabilitás vizsgálatát a rakéta rávezetés fázisában, valamint a rakéta dinamikai röppályákon való viselkedését a cél mozgás paramétereinek függvényében.

Az értekezésemben a következő célokat fogalmaztam meg:

1. **Rendszerezem** az önrávezerő légvédelmi rakéták rávezetése során alkalmazott rávezetési módszereket, a megvalósításhoz használt szabályozási rendszerek vizsgálatához alkalmazott szabályozástechnikai ismereteket oly módon, hogy azok felhasználhatóak legyenek a légvédelmi rakéta szakos hallgatók képzésében is.
2. **Kimunkálom** az önrávezerő légvédelmi rakéták irányítási rendszerének idő és frekvencia tartománybeli analíziséhez szükséges forrás programot MATLAB® környezetben, valamint változó szimulációs inputokkal matematikai modelleken keresztül bemutatom a légvédelmi rakéták irányító berendezéseinek vizsgálatát, illetve ezek gyakorlati alkalmazását.
3. **Elvégzem** a MISTRAL 2 passzív önirányítású légvédelmi rakéták irányító rendszereinek korszerű számítógépes támogatással megtervezett determinisztikus analízisét, ez alapján következtetések levonását a szabályozó és irányító rendszerek működéséről, illetve alkalmazhatóságáról.
4. **Definiálom** a légvédelmi rakéta instabil állapotba való átmenet pillanatát és távolságát a találkozási ponthoz viszonyítva a cél mozgás paramétereinek függvényében.
5. **Meghatározom** a légvédelmi rakéta stabilitását befolyásoló tényezőket, különös tekintettel a cél mozgás paramétereire, a találkozási ponttól mért időbeli és távolságbeli paraméterekre.

KUTATÁSI HIPOTÉZISEK

1. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör fázis tartaléka a megsemmisítési zónán belül meghatározóan a cél mozgás paramétereitől (H_c, v_c) függ.
2. A kinematikus röppálya II. és III. szakaszán a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitása a rakéta repülési idejének függvényében változik.
3. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási körének fázis tartaléka, illetve a célmegsemmisítés valószínűsége a megsemmisítési zóna mélységén belül a találkozási ponttól függően változik.
4. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta irányítási rendszer stabilitása a cél mozgásparamétereivel korrelációban a megsemmisítési zóna közepén maximális, a közeli- és a távoli határhoz közeledve csökkenő.

KUTATÁSI MÓDSZEREK

A kutatási célok teljesítése érdekében a téma kutatása során az általános és specifikus módszereket együttesen alkalmaztam. Az általános kutatási módszerek közül az **indukciót**, a **dedukciót** és a **szintézist** alkalmaztam.

A kitűzött kutatási célok elérése érdekében:

- **Tanulmányoztam** a témával kapcsolatos hazai és külföldi szakirodalmat, különös tekintettel a MEADS¹ légvédelmi és rakétavédelmi rendszer kifejlesztésében elért legújabb nemzetközi kutatások eredményeit
- **Rendszereztem** a megszerzett ismereteket
- **Felhasználtam az interneten** hozzáférhető elektronikus szakanyagokat, irodalmakat
- **Felhasználtam** a csapatszolgálatom alatt, illetve a téma elméleti és gyakorlati oktatása során szerzett oktatói tapasztalataimat
- **Következtetéseket** fogalmaztam meg és **ellenőriztem** azokat szakértők véleményének kikérésével

¹ Medium Extended Air Defence System - A NATO fejlesztés alatt lévő hatodik generációs, közepes hatótávolságú légvédelmi és rakéta védelmi komplexuma.

- **Tudományos konferenciákon** vettem részt és az ott elhangzottakat hasznosítottam az értekezésemben
- **Részt vettem a NATO „Földi telepítésű légvédelmi- tanfolyamon”** (GBAD²) és az ott elsajátítottakat beépítettem az értekezésembe
- **Figyelemmel kísérem** a légvédelmi rakéták tervezésének és gyakorlati megvalósításának témájában a legújabb kutatási eredményeket és célkitűzéseket
- **Standard MATLAB®³ fájlokkal** stabilitás vizsgálatokat végeztem.
- **Megfigyelhetőségi és irányíthatósági vizsgálatokat végeztem** a légvédelmi rakéták szabályozási köreire vonatkozóan, továbbá analíziseket végeztem az idő - és a frekvencia tartományban
- Folyamatosan **publikáltam** és **tanulmányokat készítettem** a kutatási eredményeimből, majd az azokra kapott reagálásokat felhasználtam a további kutatómunkámban
- **Konzultáltam** a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen oktató, illetve a MH különböző szintű vezető szerveinél és törzseinél, valamint a csapatoknál beosztásban lévő szakemberekkel, s az ezek során kapott reagálásokat, kritikákat feldolgoztam
- **Megbeszéléseket folytattam** külföldi katonai tanintézetekben tanulmányokat folytatott tisztársaimmal, volt tanárainkkal és jelenlegi kollégáimmal, a különböző NATO-beosztásokban dolgozókkal, majd a megbeszélések eredményeit felhasználtam az értekezésem összeállításánál.

Az értekezésemet az alábbiak szerint strukturáltam:

Az első fejezetben rendszereztem a légvédelmi rakéták térbeli mozgását leíró matematikai modellt, a légvédelmi rakéták irányítástechnikai vizsgálatának módszereit, bemutattam a szabályozások vizsgálatát és a szabályozótervezés módszereit, algoritmusait.

² Ground Based Air Defence - Földi telepítésű légvédelem.

³ Matrix Laboratories- Számítógépes tervező és analízáló program.

A második fejezetben összefoglaltam az irányított légvédelmi rakéták rávezetési módszereit, az önrávezető légvédelmi rakéták szabályozási körének felépítését, a szabályozási kör stabilitását meghatározó összefüggéseket.

A harmadik fejezetben meghatároztam a MISTRAL 2 közeli hatótávolságú passzív önirányítású légvédelmi rakéta megsemmisítési zónájának határait befolyásoló tényezőket. Elvégeztem a MISTRAL 2 passzív önirányítású, közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta szabályozási körének analízisét, különös tekintettel a légvédelmi rakéta irányításának pontosságát meghatározó paraméterekre, amelyek a légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitását, ezen keresztül a célmegsemmisítés pontosságát befolyásolják. Meghatároztam a rakéta szabályozási körének fázistartalékát, továbbá definiáltam a cél paramétereinek függvényében a légvédelmi rakéta szabályozási kör instabil állapotba való átmenet pillanatának idő és távolság jellemzőit az indítás utáni „szabad repülés” fázisában a kinematikus pályára történő kivezérléstől a cél megsemmisítéséig.

I. LÉGVÉDELMI RAKÉTÁK AERODINAMIKAI MODELLEZÉSE ÉS A SZABÁLYOZÁSOK VIZSGÁLATA

1. Légvédelmi rakéták mozgásegyenletei

A légvédelmi rakéták a hajtóművek által előállított tolóerő és a mozgás során rájuk ható aerodinamikai erők és nyomatékok eredőjének hatására térbeli mozgást végeznek. A rakétákra ható erők, nyomatékok és a rakéta mozgási jellege közötti összefüggéseket, a kinematikus röppálya, a sebesség és gyorsulás kapcsolatát Newton - törvényei határozzák meg. A rakéta mozgásának egzakt meghatározásához, a mozgási- és nyomatéki egyenletek felírásához egy vonatkoztatási rendszert szükséges definiálnunk.

Koordinátarendszerek

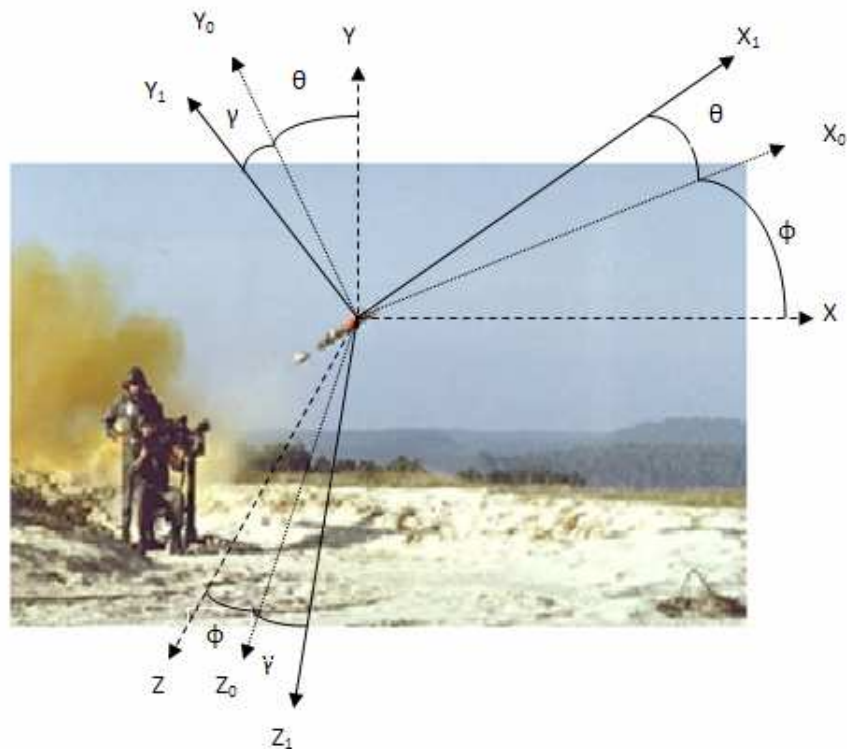
A hat szabadságfokú mozgásra képes rakéták térbeli mozgásának leírására a vizsgálatoktól függően különböző koordinátarendszert használunk. Ezért a mozgásegyenletek felírásakor egyértelművé kell tenni, hogy milyen koordinátarendszerben történik a vizsgálat. Az alkalmazott koordinátarendszerek azonban egymástól nem függetlenek, eltolással és/vagy elforgatással egymásba transzformálhatók. Az aerodinamikában használt térbeli koordinátarendszerek derékszögűek és jobb sodrású rendszert alkotnak [2, 3, 4a].

A leggyakrabban használt koordinátarendszerek:

- *Földhöz rögzített koordinátarendszer*⁴ (I-1. és I-2. ábra) tengelyei „X”, „Y” és „Z”. Az „Y” a függőleges tengely, a helyi függőleges irányt jelöli, iránya ellentétes a nehézségi gyorsulás vektorának irányával. A vízszintes síkban értelmezett „X” tengely az északi irányt jelzi, a „Z” tengely erre merőleges [5a,6a].

⁴ Az ábrákon a földhöz rögzített koordináta rendszer el van csúsztatva a rakéta tömegközéppontjába.

- A rakétatesthez rögzített „test” koordináta rendszer⁵ origója a légvédelmi rakéta tömegközéppontja, tengelyei, „ X_1 ”, „ Y_1 ”, „ Z_1 ”, mereven rögzítve vannak a rakétához (I-1. és I-3. ábra). Az X_1 tengelyt - rakéta hossz tengelyét - a szimmetriasíkban képezzük és párhuzamos a közepes aerodinamikai húrral, a tengely pozitív iránya előre mutat. Az Y_1 tengely a szimmetriasíkban fekszik, és pozitív iránya felfelé irányul (az X_1Y_1 sík a rakéta szimmetria síkja). A Z_1 , (kereszt-) tengely a rakéta súlypontjából a szimmetriasíkra merőlegesen indul ki, pozitív iránya a jobb szárny felé mutat. (A rakétához rögzített test koordináta rendszer, tengelyei jó közelítéssel egybeesnek a rakéta főtehetetlenségi tengelyeivel) [4b,5b,6b].



I-1. ábra. A földhöz rögzített merev és a rakétához rögzített mozgó „test” koordináta rendszer kapcsolata

⁵ A repüléstechnikában a „húr” koordináta rendszer elnevezést is használják.

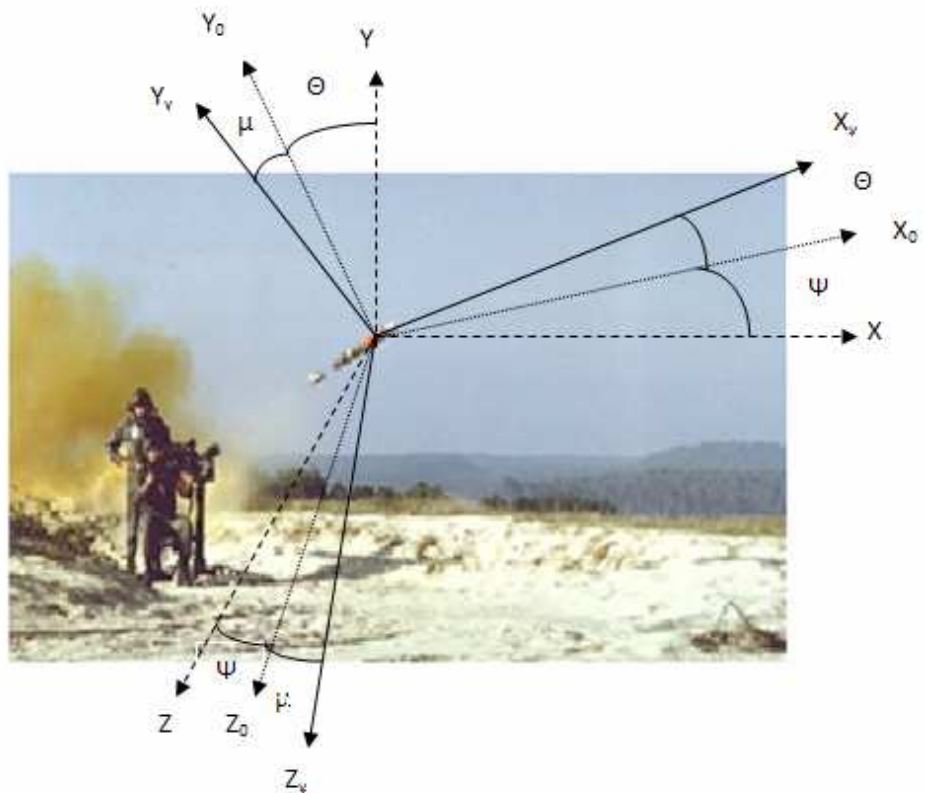
A rakétával együtt *mozgó* „test” koordinátarendszer és a földhöz rögzített koordinátarendszer helyzetét a térben az Euler szögek⁶ határozzák meg, melyeket a légvédelmi rakéta térbeli mozgásának leírására használunk. Mivel a légvédelmi rakéta repülése során a térben görbe vonalú pályán közelíti meg a célt, a két koordinátarendszer a repülés során elfordul (elcsavarodik) az indítás pillanatában mért helyzetéhez képest [5a].

- *Rakétához rögzített „sebességi”⁷ koordinátarendszer* (I-2. és I-3. ábra) origója a légvédelmi rakéta tömegközéppontja. Az X_v tengely a rakéta sebesség vektor irányába mutat. Az Y_v tengely a rakéta függőleges szimmetria síkjában van és felfelé mutat. A Z_v tengely a rakéta vízszintes szimmetria síkjában van és jobbra mutat [5c, 6c, 7b].

A rakéta földhöz viszonyított helyzetét, az I-1. ábrán látható módon, α „test”, és β Földhöz rögzített koordinátarendszer közötti összefüggés jelöli. A két koordinátarendszer kapcsolatát a θ bólintási szög, a Ψ rakéta irányszög, és a γ dőlésszög segítségével adhatjuk meg. A rakéta hossz tengelyének hajlását az X_1 tengely és a $X-Z$ vízszintes sík közötti θ szög jellemzi. Ezen szög meghatározásához az X_1 tengelyt az X_1Y függőleges síkkal vetítjük a $X-Z$ vízszintes síkra.

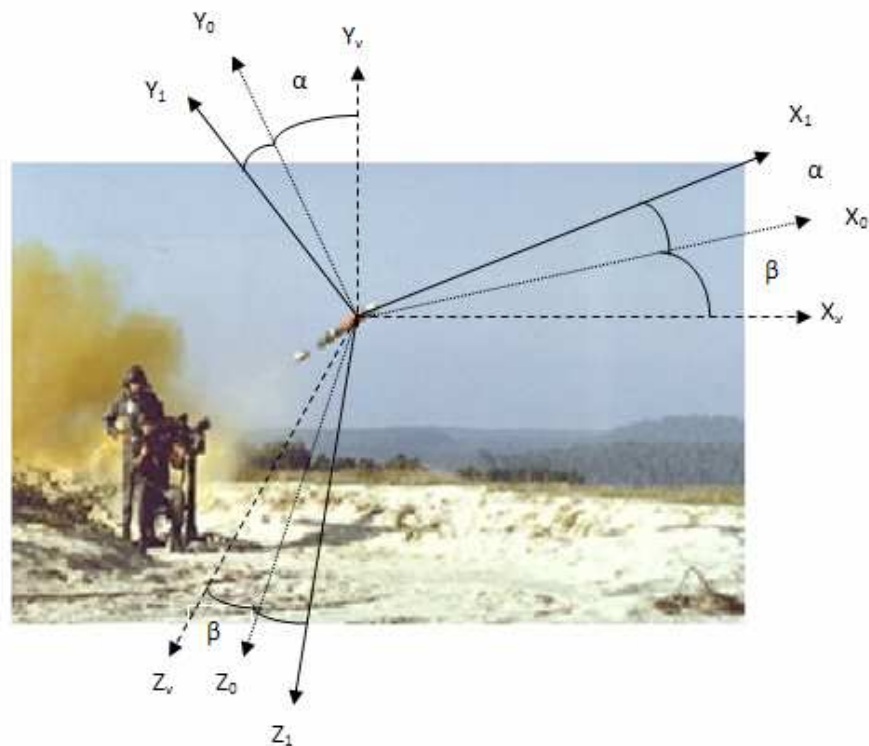
⁶ Az Euler-szögeket Leonhard Euler vezette be abból a célból, hogy leírja egy merev test helyzetét az euklideszi térben rögzített háromdimenziós koordinátarendszerhez képest. Egy pontszerű test tetszőleges térbeli helyzetbe hozásához három egymás után következő forgatás szükséges.

⁷ A repüléstechnikában a „szél” koordináta rendszer elnevezést is használják.



I-2. ábra. A földhöz rögzített és a „sebességi” koordináta rendszer kapcsolata

A két sík metszésvonala (X_0) és az X_1 tengely közti szög a θ szög. A X Z vízszintes síkban az X_0 egyenes és a tetszés szerint irányított X tengely által alkotott Ψ szög (iránytű-szögnek is nevezik) a rakéta földhöz viszonyított helyzetét jellemzi. Az Y_1 tengelynek az X_1 Y függőleges síkkal bezárt szöge a γ dőlésszög. Meghatározásához az Y_1 tengelyt vetítjük az X_1 Y függőleges síkra. Vetítő sík az Y_1 Z_1 sík lesz, mivel ez utóbbi merőleges az X_1 tengelyre illeszkedő valamennyi síkra, s így az X_1 Y_1 síkra is. A dőlésszög a rakéta súlyerő irányához viszonyított helyzetét adja meg.



I-3. ábra. A „test” és a „sebességi” koordináta rendszer kapcsolata

A röppálya, illetve a rakéta szárnyain keletkező légerők Földhöz viszonyított helyzetét a *sebességi* és a *Földhöz rögzített koordinátarendszerek* közötti összefüggés adja meg, az I-2. ábrán látható módon. Az inercia rendszerek kapcsolatát a pálya hajlásszög θ , a tényleges irányyszög (ψ azimut szög), és a felhajtóerő dőlésszöge μ jellemzi. Az X_v tengely és a XZ vízszintes sík által bezárt szög a pálya hajlásszög, meghatározásához az X_v tengelyt az X_vY függőleges síkkal vetítjük a XZ vízszintes síkra. A két sík metszésvonala (X_0 és az X tengely által bezárt szög lesz. A ψ szög a XZ vízszintes síkban az X_0 egyenes és az X tengely közötti szög. A harmadik jellemző a felhajtóerő dőlésszöge, az Y_v tengelynek az X_v tengelyen átmenő függőleges síkkal bezárt szöge (μ).[5c].

A „test”- és a „sebességi” koordinátarendszer kapcsolatát, az I-3. ábrán látható módon, az α állásszög, és a β csúszási szög határozza meg. Az X_1 tengelynek a $(Z_v X_v)$ síkkal bezárt szöge az állásszög, az X_v tengelynek (a sebességi vektornak) az $(X_v Y_v$ szimmetria) síkkal bezárt szöge pedig a csúszási szög. Az α és a β szögek a rakéta sebesség vektorához, illetve a röppályájához és a légerőkhöz viszonyított helyzetét adják meg [5c, 6c,7,8].

A földi és a sebességi koordináta-rendszer viszonyából következik, hogy a mozgási energiával kapcsolatos számítások egyszerűbbek a mozgó koordináta-rendszerben, mert ekkor a tehetetlenségi tenzor nem változik az idő függvényében.

Az irányított rakéta mozgás végrehajtásához időlegesen a rakétára ható erők és nyomatékok egyensúlyát bontjuk meg. A rakéta térbeli mozgását a könnyebb vizsgálódás érdekében két részre bontjuk: három egymásra merőleges tengely mentén végbemenő haladó mozgásra és e három tengely körüli forgómozgásra. Így a mozgás két egymástól független elemi mozgás eredőjére bontható:

- adott pályán a tömegközéppont sebességével történő haladó mozgásra;
- a súlyponton átmenő pillanatnyi forgástengely körüli forgó mozgásra.

A mozgásegyenletek megoldásával azt, vizsgáljuk, hogy a rakéta hogyan reagál a különböző külső hatásokra. A rakéta általános mozgás egyenletrendszeré emellett a rakéták automatikus vezérlését biztosító rendszerek alapja, amely a tömegközéppont mozgását leíró erő vektoregyenletekből (három komponens egyenlet) és a tömegközéppont körüli forgást leró nyomatéki vektoregyenletekből (három nyomatéki komponens egyenlet) áll.

A rakéta mozgásegyenleteit a rakétához rögzített sebességi koordináta-rendszerben értelmezzük, azonban a rakéta mozgását a tömegközéppontjába helyezett origójú földhöz rögzített koordináta-rendszerhez viszonyítjuk. A vonatkoztatási rendszerek egymáshoz képest a pillanatnyi forgástengely körül ω szögsebességgel forognak. A két koordináta-rendszer pillanatnyi helyzetét a Ψ irányyszög, a θ bólintási szög és a γ dőlési szög jellemzi.

Az elméleti fizikából ismert, hogy egy tetszőleges \mathbf{A} vektor időbeli változásával annak szöghelyzete is változhat; egy nyugvó és egy, az előzőhöz képest ω szögsebességgel forgó koordináta-rendszerből felírva az eredő vektor:

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{A}_{III}] = \frac{d}{dt}\mathbf{A}_{mozgás} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (1.1)$$

Az (1.1) egyenletben a $\frac{d}{dt}A_{\text{álló}}$ az álló, míg $\frac{d}{dt}A_{\text{mozgó}}$ a mozgó koordináta-rendszerre vonatkozó idő szerinti deriválást jelent. Az „A” vektor helyébe a rakéta v sebesség vektorát helyettesítve, továbbá a rakéta tömegét (m) állandónak feltételezve a súlypont mozgását leíró vektoregyenlethez jutunk:

$$m \frac{d}{dt} \{v\}_{\text{álló}} = \left(\frac{d}{dt} v_{\text{mozgó}} + \omega \times v \right) = \Sigma F \quad (1.2)$$

ahol ΣF - a rakéta sárkány szerkezetekre ható erők eredője.

Repülés közben (szuperszonikus repülési sebesség eléréséig) a rakétára három erő hat: G súlyerő, R teljes aerodinamikai erő és F_T a hajtómű tolóereje. Az A vektor legyen azonos a perdület vektorral (π), ekkor a súlypont körüli forgás nyomatéki vektoregyenlete:

$$\frac{d}{dt} \{\pi\}_{\text{álló}} = \left(\frac{d}{dt} \pi_{\text{mozgó}} + \omega \times \pi \right) = \Sigma M \quad (1.3)$$

A rakéta súlypont mozgásának komponens egyenletei a sebességi koordináta-rendszer mentén:

$$\begin{aligned} m(\ddot{v}_x) + \omega_y v_z - \omega_z v_y &= X + F_T - G \sin \theta \\ m(\ddot{v}_y) + \omega_z v_x - \omega_x v_z &= Y - G \cos \theta \cos \gamma \\ m(\ddot{v}_z) + \omega_x v_y - \omega_y v_x &= Z + G \cos \theta \sin \gamma \end{aligned} \quad (1.4)$$

Az (1.4) egyenletben a rakéta v sebesség vektorának komponensei:

- v_x - a rakéta sebességvektora;
- v_y - rakéta sebességvektor függőleges irányú összetevője,
- v_z - rakéta sebességvektora keresztirányú összetevője.

A rakéta ω szögsebesség vektorának alkotó elemei:

- ω_x - dőlési szögsebesség;
- ω_y - legyezőmozgás szögsebessége;
- ω_z - bólintási szögsebesség.

Az R eredő légerő vektorának koordináta tengelyek irányába eső összetevői:

- X homlokellenállás vagy légellenállás (1.5)

ahol ρ - a levegő sűrűsége [kg/m³];
 S - a szárnyfelület nagysága [m²];
 C_x - a légellenállási tényező;
 v - a rakéta sebessége [m/s].

- Y felhajtóerő (1.6)

ahol C_y - felhajtóerő tényező,

- Z oldalerő (1.7)

ahol C_z - oldalerő tényező

A rakéta forgó mozgásának nyomatéki komponens egyenleteit az 1.3 egyenletből származtatjuk. A perdület vektor $\pi = J\omega$ (J tehetetlenségi tenzor). A szimmetrikus felépítésű rakéta szimmetrikus tehetetlenségi tenzorai és a rakéta főtehetetlenségi irányai jó közelítéssel egybeesnek a sebességi koordinátarendszer tengelyeivel, így a nyomatéki komponens egyenletek az 1.2 egyenlet alapján:

$$\begin{aligned}
 M_x &= I_{xx}\dot{\omega}_x - (I_y - I_z)\omega_y\omega_z \\
 M_y &= I_{yy}\dot{\omega}_y - (I_z - I_x)\omega_z\omega_x \\
 M_z &= I_{zz}\dot{\omega}_z - (I_x - I_y)\omega_x\omega_y
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

Ahol I_{xx} - a rakéta x tengely irányába eső fő tehetetlenségi nyomaték;
 I_{yy} - a rakéta y tengely irányába eső fő tehetetlenségi nyomaték;
 I_{zz} - a rakéta z tengely irányába eső fő tehetetlenségi nyomaték;

M_x - dőlési nyomaték, értéke: $M_x = m_x \frac{pv^2}{2} Sl$;

M_y - legyező nyomaték, értéke: $M_y = m_y \frac{pv^2}{2} Sl$;

M_z - bólintási nyomaték, értéke: $M_z = m_z \frac{pv^2}{2} Sb$;

l - a szárny fesztávolsága;

b - közepes aerodinamikai húr (KAH);

$m_x; m_y; m_z$ - dőlési, legyező, bólintási nyomatéki tényezők.

A tömegközéppont mozgásegyenleteinek és a tömegközéppont körüli forgás egyenleteinek rendszerét Euler-féle dinamikai egyenleteknek nevezzük. A mozgásegyenletekben szereplő ω szögsebesség, a rakéta helyzetét meghatározó Ψ , θ , γ szögek és idő szerinti deriváltjaik közötti kapcsolatokat az Euler-féle kinematikai egyenletek fejezik ki.

$$\omega_x = \dot{\Psi} \sin \theta + \dot{\gamma}$$

$$\omega_y = \dot{\Psi} \cos \theta \cos \gamma + \dot{\theta} \sin \gamma$$

$$\omega_z = -\dot{\Psi} \cos \theta \sin \gamma + \dot{\theta} \cos \gamma \quad (1.9)$$

Az 1.9 egyenleteket behelyettesítve az 1.8 és 1.4 egyenletekbe hat dinamikai nemlineáris inhomogén differenciál egyenletet kapunk - a rakéta hat szabadságfokának megfelelően - hat ismeretlen függvény, $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, $\Psi(t)$, $\theta(t)$, $\gamma(t)$ meghatározására.

A mérnöki gyakorlatban a nemlineáris inhomogén differenciál egyenletrendszer kezelése nehézkes. A modellek egyszerűsítése során alkalmazhatjuk azt a feltételt, hogy a rakéta hossz- és oldalirányú mozgása egymástól függetlenül megy végbe, amennyiben a rakéta mozgása során a repülési magasság változása elhanyagolható, a levegő sűrűsége pedig állandó. Így a mozgásegyenletek két részre bonthatók:

- hosszirányú (szimmetrikus) mozgásegyenletekre, az 1.4, 1.8 egyenletekből $v_z = 0$; $\omega_x = 0$; $\omega_y = 0$; $\gamma = 0$ feltételek figyelembevételével:

$$m(\ddot{v}_x - \omega_z v_y) = X + F_p - G \sin \theta$$

$$m(\ddot{v}_y + \omega_z v_x) = Y - G \cos \theta$$

$$I_{zz} \dot{\omega}_z = M_z \quad (1.10)$$

- Oldalirányú (aszimmetrikus) mozgásegyenletekre, az 1.4 és 1.8 egyenletekből $\omega_z = 0$; $v_x = \text{konst}$; $v_y = \text{konst}$; $\theta = \text{konst}$. feltételek figyelembevételével:

$$\begin{aligned}
 m(\ddot{v}_z) + \omega_x v_y - \omega_y v_x &= Z + G \cos \theta \sin \gamma \\
 I_{xx} \dot{\omega}_x &= M_x \\
 I_{yy} \dot{\omega}_y &= M_y
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Ezáltal az 1.9 egyenletből az $\omega_x = \dot{\Psi} \sin \theta + \dot{\gamma}$, az $\omega_y = \dot{\Psi} \cos \theta$ és az $\omega_z = \dot{\theta}$ kinematikai összefüggéseket írhatjuk fel. Az 1.10 és 1.11 egyenletek jobb oldalán lévő erők és nyomatékok összetevőinek értéke meghatározható a rakéta vezérlőszerveinek kitérése alapján. Azonban a rakéta stabilitás vizsgálatához, vagy az automatikus vezérlőrendszer minőségi jellemzőinek meghatározásához az 1.10, 1.11 nemlineáris mozgásegyenletek alkalmazása nehézkes. A Taylor-sorfejtés módszerét alkalmazva az 1.10, 1.11 egyenletekre, a mérnöki gyakorlatban egyszerűen alkalmazható lineáris differenciálegyenletek írhatók fel, amelyek lineáris algebrai egyenletrendszerre redukálhatók. A linearizálás munkaponti feltétele, hogy a rakéta kis bólintási szögű, közel egyenes vonalú egyenletes sebességű mozgást hajt végre $v_0 = \text{konst}$, $\theta_0 = \text{konst}$, $\sigma_0 = \text{konst}$, $\alpha_0 = \text{konst}$, továbbá a levegő sűrűsége állandó.

A rakéta hosszirányú mozgás egyenleteiben az F_p , G , X , Y erők és M_z bólintási nyomatékok hatnak az 1.12 egyenleteknek megfelelően a rakétára. A mozgást $v, \alpha, \theta, \sigma, \omega_z$ paraméterek jellemzik, a bemenőjel a δ_m – a kormánylapát helyzete.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{v} &= -X + F_p \cos \alpha - G \sin \theta \\
 m v \dot{\theta} &= Y - G \cos \theta \cos \gamma \\
 I_{zz} \ddot{\theta} &= M_z
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Kis zavarások esetén ($\alpha \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 0$) a következő egyszerűsítéseket lehet

elvégezni:

$$\cos \gamma = 1 ; \quad \sin \theta = 0 ; \quad \cos \alpha \approx 1 ; \quad \cos \theta \approx 1$$

Az 1.12 egyenletek egyszerűsítése után a szimmetrikus egyenletek:

$$m\dot{v} = -X + F_p$$

$$m v \dot{\theta} = Y - G$$

$$I_{zz} \ddot{\theta} = M_z \quad (1.13)$$

Az 1.13 egyenletekben a rakétára repülés közben ható erőket és nyomatékokat a következő paraméterek határozzák meg:

- *hajtómű tolóerő* - amely függvénye a repülési időnek;
- *légellenállás* - függvénye a repülési sebességnek, továbbá a rakéta homlok keresztmetszetének, az állásszögnek és a magassági kormánylapátok helyzetének;
- *felhajtóerő* - függvénye a kormánylapát állásszögnek, a repülési sebességnek, a felhajtóerőt előidéző felület nagyságának és a magassági kormánylapátok helyzetének;
- *bólintó nyomaték* - függvénye a sebességnek, az állásszögnek, a bólintási szögsebességnek, a magassági kormánylapátok helyzetének
- *súlyerő összetevője* - G állandó értékű.

A linearizált, dimenzió nélküli hosszirányú mozgásegyenletek (az egyszerűbb

felírás érdekében az $a_x^v = \frac{\partial a_x}{\partial v}$, stb. jelöléseket használom):

$$\dot{v} + a_x^v \Delta v + a_x^\theta \Delta \theta + a_x^\alpha \Delta \alpha = a_x^\delta \Delta \delta$$

$$\dot{\theta} + a_y^v \Delta v + a_y^\theta \Delta \theta + a_y^\alpha \Delta \alpha = 0$$

$$\dot{\omega}_z + a_z^v \Delta v + a_z^\theta \Delta \theta + a_z^\alpha \Delta \alpha = a_z^\delta \Delta \delta$$

$$\dot{\alpha} + a_y^v \Delta v + a_y^\theta \Delta \theta - \omega_z - a_y^\alpha \Delta \alpha = 0 \quad (1.14)$$

A 1.14 egyenletben szereplő kifejezések:

$$\begin{aligned} a_x^v &= \frac{1}{r} \left(C_x + \frac{v C_x^v}{2} \right) - \frac{\cos \alpha F_p^v}{m} & a_x^\theta &= \frac{g \cos \theta}{v} \\ a_x^\alpha &= \frac{C_x^\alpha}{2} + \frac{F_p \sin \alpha}{mv} \\ a_y^v &= \frac{1}{r} \left(C_y + \frac{v C_y^v}{2} \right) - \frac{F_p^v \sin \alpha}{m} & a_x^\delta &= \frac{\cos \alpha F_p^\delta}{mv} \\ a_y^\theta &= -\frac{g \sin \theta}{v} \\ a_y^\alpha &= -\frac{C_y^\alpha}{2} - \frac{F_p \cos \alpha}{mv} & a_m^\theta &= \frac{-b m_z^\alpha a_y^\theta}{v} \\ a_m^\theta &= \frac{-b m_z^\alpha a_y^\theta}{v} \\ a_m^\theta &= \frac{-b m_z^\alpha a_y^\theta}{v} \end{aligned} \quad (1.15)$$

A rakéta oldalirányú mozgását a Z oldalirányú erő, az M_x bedöntési és az M_y legyező nyomatékok hozzák létre. A mozgást a v_x , ω_x , ω_y paraméterek változása jellemzi. Vezérlőjelek pedig a csűrők $\delta_{cs}(t)$ és az oldalkormányok $\delta_o(t)$ kitéréseinek időfüggvényei. A „sebességi” koordinátarendszerben az oldalirányú mozgás egyenletei:

$$\begin{aligned} m(\ddot{v}_z - \omega_y v_x) &= Z + G \cos \theta \\ I_{xx} \dot{\omega}_x &= M_x \\ I_{yy} \dot{\omega}_y &= M_y \end{aligned} \quad (1.16)$$

Az 1.16 egyenletben a rakétára repülés közben ható erők és nyomatékok értékét a következők határozzák meg:

- az *oldalero* függvénye a repülési sebességnek, a szárny felületének és az aerodinamikai oldalero együtthatójának: $Z = Z(p, v, S, C_z)$
- a bedöntési nyomaték függvénye a levegő sűrűségének, a repülési sebességnek, a szárny felületnek, a szárny szélességnek (fesz távolság)

és a bedöntési nyomatéki tényezőknek:

$$\mathbf{M}_x = \mathbf{M} \mathbf{p}, \mathbf{v}, \mathbf{S} \mathbf{l}, \mathbf{m}, \delta, \delta_0$$

- a legyező nyomaték függvénye a levegő sűrűségének, a repülési sebességnek, a szárny felületnek, a fesztávnak és a legyező nyomatéki tényezőknek:
- a súlyerő összetevője függvénye G állandó értéke mellett a pályahajlásszögnek és a felhajtóerő dőlésszögének.

A rakéta linearizált, dimenzió nélküli oldalirányú mozgásegyenletei a következő módon írhatók fel:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x + a_{mx}^{\omega x} \Delta \omega_x + a_{mx}^{\omega y} \Delta \omega_y + a_{mx}^{\beta} \Delta \beta &= a_{mx}^{\delta cs} \Delta \delta_{cs} + a_{mx}^{\delta_0} \delta_0 \\ \dot{\omega}_y + a_{my}^{\omega x} \Delta \omega_x + a_{my}^{\omega y} \Delta \omega_y + a_{my}^{\beta} \Delta \beta &= a_{my}^{\delta cs} \Delta \delta_{cs} + a_{my}^{\delta_0} \delta_0 \\ \dot{\beta} &= \omega_y - a_z^{\beta} \Delta \beta - a_z^y \Delta \gamma \\ \dot{\gamma} &= \omega_x \end{aligned} \quad (1.17)$$

Az 1.17 egyenletben szereplő kifejezések:

$$\begin{aligned} a_{mx}^{\omega x} &= -\frac{ml^2}{2\tau l_x} m_x^{\overline{\omega x}} & a_{mx}^{\omega y} &= -\frac{ml^2}{2\tau l_x} m_x^{\overline{\omega y}} & a_{mx}^{\beta} &= -\frac{mlv}{2\tau l_x} m_x^{\beta} \\ a_{mx}^{\delta cs} &= -\frac{mlv}{2\tau l_x} m_x^{\overline{\delta cs}} & a_{mx}^{\delta_0} &= -\frac{mlv}{2\tau l_x} m_x^{\overline{\delta_0}} & a_{my}^{\omega x} &= -\frac{ml^2}{2\tau l_y} m_y^{\overline{\omega x}} \\ a_{my}^{\omega y} &= -\frac{ml^2}{2\tau l_y} m_y^{\overline{\omega y}} & a_{my}^{\beta} &= -\frac{ml^2}{2\tau l_y} m_y^{\overline{\beta}} & a_{my}^{\delta cs} &= -\frac{mlv}{2\tau l_y} m_y^{\overline{\delta cs}} \\ & & & & a_z^y &= -\frac{g}{v} \\ a_{my}^{\delta_0} &= -\frac{mlv}{2\tau l_y} m_y^{\overline{\delta_0}} & a_z^{\beta} &= -\frac{C_z^{\beta}}{2\tau} C_z^{\beta} = \frac{\partial C_z}{\partial \beta} \end{aligned} \quad (1.18)$$

A rakéta állapotegyenletei

A lineáris repülésdinamikai rendszerállapot módszeres analizálását a linearizált mozgásegyenlet mátrix meghatározásával végezzük. Az 1.14 és 1.17 egyenletrendszerek a következő alakban írhatók fel:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y=Cx+Du \quad (1.19)$$

Az 1.19 egyenletben szereplő $X(n \times 1)$ dimenziójú állapotvektor, $A(n \times n)$ méretű rendszer, vagy állapot mátrix. A „B” mátrix $B(n \times r)$ méretű bemeneti mátrix, $u(r \times 1)$ dimenziójú bemeneti, vagy irányítási oszlopvektor, $y(q \times 1)$ dimenziójú kimeneti oszlopvektor, $C(q \times n)$ méretű kimeneti vagy segéd mátrix, $D(q \times r)$ méretű előrevezetési mátrix.

A szimmetrikus mozgásegyenletet mátrixos alakban felírva:

$$M \begin{pmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\omega}_z \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Az aszimmetrikus mozgásegyenlet mátrixos alakban a következő módon írhatjuk fel:

$$M \begin{pmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\omega}_z \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ -a \\ -a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ \omega_z \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Zérus kezdeti feltételek esetén az (1.14) és (1.17) egyenletek Laplace transzformáltja:

- szimmetrikus mozgás esetén:

$$s^2 v(s) + a_x^v v(s) + a_x^\theta \theta(s) + a_x^\alpha \alpha(s) = a_x^\delta \delta$$

$$s^2 \theta(s) + a_y^v v(s) + a_y^\theta \theta(s) + a_y^\alpha \alpha(s) = 0$$

$$s^2 \omega_z(s) + a_{mz}^v v(s) + a_{mz}^\theta \theta(s) + a_{mz}^{\omega_z} \omega_z(s) + a_{mz}^\alpha \alpha(s) = a_{mz}^{\delta m} \delta_m$$

$$s^2 \alpha(s) - a_y^v v(s) - a_y^\theta \theta(s) - \omega_z(s) - a_y^\alpha \alpha(s) = 0 \quad (1.22)$$

- aszimmetrikus mozgás esetén:

$$s\omega_x(s) + a_{mx}^{\omega x}\omega_x(s) + a_{mx}^{\omega y}\omega_y(s) + a_{mx}^{\beta}\beta(s) = a_{mz}^{\delta cs}\delta_{cs}(s) + a_{mx}^{\delta_0}\delta_0$$

(s)

$$s\omega_y(s) + a_{my}^{\omega x}\omega_x(s) + a_{my}^{\omega y}\omega_y(s) + a_{my}^{\beta}\beta(s) = a_{my}^{\delta cs}\delta_{cs}(s) + a_{my}^{\delta_0}\delta_0$$

(s)

$$s\beta(s) = \omega_y(s) - a_z^{\beta}\beta(s) - a_z^{\gamma}\gamma(s)$$

$$s\gamma(s) = \omega_x(s) \tag{1.23}$$

2. Légvédelmi rakéták átviteli függvényei

A rakéták átviteli függvényeit a 1.14 és 1.17 homogén, lineáris, állandó együtthatójú egyenletekből kiindulva határozzuk meg. Másrészt a rakéta átviteli függvényei ismeretében vizsgálhatjuk a rakéta kormányozhatóságát és stabilitását. Az átviteli függvényekben bemenőjelként a rakéta kormányfelületeinek szögkitéréseivel arányos mennyiséget, kimenő jelként a szimmetrikus, vagy az aszimmetrikus mozgás jellemzőit értjük (a kormányfelületek szöghelyzet változását negatív előjellel, a mozgás paramétereit pozitív előjellel értelmezzük). Az 1.22 egyenletek hosszirányú mozgás egyenletei a következők lesznek:

$$a_x^{-1} \tag{1.24}$$

Az 1.23 egyenletekből kiindulva a hosszirányú mozgás átviteli függvényeit az 1.25 egyenletek, az oldalirányú mozgás karakterisztikus egyenleteit 1.26 egyenletek definiálják.

$$Y_1(s) = \frac{\alpha(s)}{-\delta_m(s)} \quad Y_2(s) = \frac{\omega_z(s)}{-\delta_m(s)} \quad Y_3(s) = \frac{v_x(s)}{-\delta_m(s)} \quad Y_4(s) = \frac{\theta(s)}{-\delta_m(s)}$$

$$Y_3(s) = \frac{\alpha(s)}{-\delta_H(s)} \quad Y_6(s) = \frac{\omega_z(s)}{-\delta_H(s)} \quad Y_7(s) = \frac{v_X(s)}{-\delta_H(s)} \quad Y_8(s) = \frac{\theta(s)}{-\delta_H(s)} \quad (1.25)$$

$$s^4 + (a_{1my}^1 \omega_y + a_{1mx}^1 \omega_x + a_{1z}^1 \beta) s^3 + [a_{1mx}^1 \omega_x (a_{1my}^1 \omega_y - a_{1z}^1 \beta) + a_{1my}^1 \omega_y a_{1mz}^1] s^2 + \dots \quad (1.26)$$

Az oldalirányú mozgás két további eltérő mozgásra bontható: legyező mozgásra és bedöntés szerinti mozgásra. Így az aszimmetrikus átviteli függvények a következők szerint egyszerűsíthetők:

- kis értékű ($\beta \approx 0$) csúszásszögek esetén: $a_{mx}^{\beta} \beta \approx 0$; $a_{my}^{\beta} \beta \approx 0$;
- az egyes irányítási csatornák között (csűrőlapok, oldalkormány) kis értékű forgatónyomatékok hatnak: $a_{mx}^{\omega_y} \approx 0$; $a_{my}^{\omega_x} \approx 0$;
- nincs áthatás az irányítási csatornák között: $a_{mx}^{\delta_0} = 0$; $a_{my}^{\delta_{cs}} = 0$;
- csak a csűrőlapok hatását vizsgáljuk, $\delta_0 = 0$.

Az oldalirányú mozgás átviteli függvényeit az alábbi egyenletek írják le:

$$Y_{11}(s) = (\omega_x(s)) / (-\delta_{1cs}(s)) \quad [\delta_0 = 0 ; \quad Y_{12}(s) = (\omega_x(s)) / (-\delta_{10}(s)) \quad | \delta_{1cs} = 0 ;$$

$$Y_3(s) = \frac{\omega_y(s)}{-\delta_{cs}(s)} \Big|_{\delta_0 = 0} ; \quad Y_4(s) = \frac{\omega_y(s)}{-\delta_0(s)} \Big|_{\delta_{cs} = 0} ;$$

$$Y_{15}(s) = ((s)) / (-\delta_{1cs}(s)) \quad [\delta_0 = 0 ; \quad Y_{16}(s) = ((s)) / (-\delta_{10}(s)) \quad | \delta_{cs} = 0 ;$$

$$Y_7(s) = \frac{v_X(s)}{-\delta_{cs}(s) \Big|_{\delta_0 = 0} ; \quad Y_8(s) = \frac{\theta(s)}{-\delta_0(s)} \Big|_{\delta_{cs}}$$
(1.27)

Az átviteli függvények lehetőséget adnak - a rakéta mozgásmódjainak tekintetében - a rövid és hosszú periódusú, illetve a bedöntés és az elfordulás szerinti mozgás tanulmányozására. A hosszirányú mozgás tranziens folyamata két eltérő frekvenciájú lengő mozgásra osztható. Az állásszög (α), és a bólintási szög (θ) változásának periódus ideje kicsi, ezért rövid periódusú mozgásnak nevezik (RPM). A rövid periódusú mozgás befejezése után ($\alpha \approx 0$) a sebességvektor változása válik jelentőssé, ez a hosszú periódusú mozgás (HPM). A rövid periódusú mozgás esetén a sebesség vektor és a pályaszög változása elhanyagolható ($\Delta v \approx 0$ és $\Delta \theta \approx 0$).

3. Szabályozási kör stabilitása, megfigyelhetősége és irányíthatósága

Az állapotteres alakban megadott szabályozási rendszermodell analízisét az irányítási és a szabályozási algoritmus tervezését három alapvető dinamikus tulajdonság (irányíthatóság, megfigyelhetőség és stabilitás) vizsgálatával kezdjük el. A nyitott rendszer analízisének eredményeiből megállapítható, hogy:

- létezik-e olyan szabályozás, amellyel bármilyen alapjel követhető, vagyis irányítható-e a rendszer;
- van-e olyan tetszőlegesen kiválasztott kimenet, amelyről az állapotváltozók becsülhetők, vagy előállíthatók a bemenet és a kimenet ismeretében, vagyis megfigyelhető-e a rendszer (ha nem, akkor nem lehet állapot visszacsatolással szabályozni a nyitott rendszert);
- stabilis-e a rendszer (a rendszert egyensúlyi állapotából kitérítve, magára hagyva egyensúlyi állapotba tér-e vissza).

A légvédelmi rakéta, mint szabályozási rendszer viselkedését az átmeneti függvény és a súlyfüggvény csak akkor jellemzi egyértelműen, amennyiben az irányítható és megfigyelhető.

Lineáris zárt szabályozási rendszerek minőségi jellemzői

Instabil rendszer esetén a szabályozás alapvető feladata a szabályozási kör stabilitásának biztosítása a megadott működési tartományban a megfogalmazott egyéb kritériuma mellett. A stabilitás a szabályozási rendszerekkel szemben támasztott alapvető követelmény, de nem egyértelmű rendszerjellemző, ugyanis a stabilitás a bemenőjeltől és a kezdeti értéktől is függhet. Valamely lineáris szabályozási rendszert akkor stabilis, ha egyensúlyi állapotából kibillentve, majd magára hagyva egyensúlyi állapotba tér vissza. Ezt nevezzük a magára hagyott rendszer stabilitásának, amely matematikailag az alábbi alakban fejezhető ki:[10]

$$\int_0^{\infty} |f(t)| dt < K \quad (1.28)$$

ahol

K - véges korlát

A stabilitás másik megfogalmazása szerint, akkor stabilis a szabályozás, amennyiben korlátos bemenő jelre korlátos kimenő válasz jelet ad. Ezt nevezik a gerjesztett rendszer stabilitásának. Lineáris szabályozásoknál amennyiben a magára hagyott rendszer stabilis, akkor a gerjesztett rendszer is stabilis lesz és ez fordítva is igaz. A gerjesztett rendszer stabilitását az átmeneti függvénnyel kifejezve:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = F \quad (1.29)$$

$F < \infty$ konstans értékű. Az egység ugrás alakú bemenő jel a változás után a szabályozott jellemző, amely egy új állandósult állapotnak megfelelő értéket vesz fel. A súlyfüggvénnyel kifejezve, nyugalmi helyzetéből kimozdított rendszer stabilitásának feltétele:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0 \quad (1.30)$$

Ekkor a $w(t)$ egységimpulzus-függvény azt fejezi ki, hogy a Dirac-impulzussal kitérített rendszer az eredeti állapotába tér vissza. Az impulzusválasz-függvény viselkedése alapján a rendszerek stabilitás szempontjából lehetnek [11,12,13,14a]:

- statikusan instabilak, amennyiben $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = w_{\infty} \neq 0$. A rendszer jellemzői a kiinduló értéktől monoton távolodnak mindaddig, amíg valamely határhelyzetet nem érnek el. Ez az instabilitás a rendszer statikus tulajdonságaiból ered, ezért statikus instabilitásnak nevezik. Ha a jellemzők nem a leírt módon változnak, a rendszer statikusan stabil.
- dinamikusan instabilak, amennyiben $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) =$ korlátos periodikus függvény. Ekkor a rendszer jellemzőinek értéke nem tart határozott érték felé, hanem valamely érték körül tartósan leng, miközben a kitérések amplitúdója állandó vagy növekvő lehet. Ez utóbbi esetben a lengés a szerkezet adta szélső határok között történik. Az instabilitásnak ezt a formáját periodikus instabilitásnak nevezzük. A

dinamikus stabilitás a szerkezetből csupán fizikai megfontolásokkal rendszerint nem állapítható meg és indikációja alaposabb vizsgálatokat igényel. Természetes, hogy a szabályozások vizsgálatakor elsődleges célunk a rendszer stabilitásnak megállapítása és/vagy feltételeinek megteremtése. A feltételeket stabilitási feltételeknek, stabilitási kritériumoknak nevezzük [15,16,17].

Megfigyelhetőség (observability)

A megfigyelhetőség az irányíthatósággal rokon fogalom (duális megfelelője). Lineáris rendszerekre értelmezve az $x(t_0)$ állapot megfigyelhető, ha $u(t)$ és $x_s(t)$ ismerete a $t_0 < t < t_\infty$ időintervallumban elegendő $x(t_0)$ meghatározásához. Ha ez minden $x(t_0)$ állapotra igaz, akkor a rendszert megfigyelhetőnek mondjuk a t_0 időpontban. Ha minden $x(t_0)$ állapot minden t_0 időpontra megfigyelhető, akkor a rendszer teljesen megfigyelhető. A megfigyelhetőség arra a kérdésre ad választ, hogy a rakéta - mint egy ismeretlen állapotú rendszer - kimenő és bemenőjelének valamekkora ideig történő mérése után rekonstruálható-e a mérés kezdetén fennálló állapot. Vagyis amennyiben a kimenő jel nem tartalmaz információt az egyik állapotváltozóról, a mérések eredményeiből nem tudunk visszakövetkeztetni sem az állapotváltozó értékére, sem ennek változására. Tehát ha az y kimenő jellel akarjuk a kezdeti állapotot előállítani, akkor a megfigyelhetőség a duális rendszer irányíthatósági feladatával megegyező lesz, azaz megfordított hatásiránnyal vizsgálva a rendszer megfigyelhető, ha az O_{obs} megfigyelhetőségi hipermátrix (observability matrix) rangja n , vagyis [18,19a,20b]:

$$(1.31)$$

A megfigyelhetőség a rendszertől (A) és a kimenő jelek (C) kiválasztásától függ. A kanonikus alakból is következtethetünk a megfigyelhetőségre. A rendszer akkor is megfigyelhető, amikor a megfigyelhetőségi oszlopvektor nem minden eleme 0.

Irányíthatóság (control ability)

Kétféle irányíthatóságról beszélhetünk, úgy, mint

- a. állapotirányíthatóság (általános irányíthatóság);
- b. kimenetirányíthatóság.

a) Ha a rendszer egy $x(t_k)$ kezdeti állapotból az $x(t_v)$ végállapotba hozható és u nem korlátozott irányítással véges $t_v - t_0$ idő alatt átvihető, akkor az $x(t_k)$ kezdeti állapotot a y kezdeti időpontban irányíthatónak nevezzük. Amennyiben a t_k kezdeti időpontban minden $x(t_k)$ állapot irányítható, akkor a rendszer t_k idő pillanatban irányítható. Ha ez a t_k választásától független, akkor a rendszert teljesen irányíthatónak, röviden irányíthatónak nevezzük (vagyis, ha egy tetszőleges állapotból egy tetszőleges másik állapotba át lehet vinni a rendszert véges idő alatt megfelelő bemeneti jellel, akkor a rendszer (állapot) irányítható). Az ilyen rendszerben minden $x(t_k)$ állapot minden t_k időpontban irányítható [19b,20a,21a].

A légvédelmi rakéták irányíthatóságának vizsgálati eredményéből egyértelműen eldönthető, hogy a rakéta bemenőjelével, vagy jeleivel valamennyi kívánt rendszerállapot változás véges idő alatt megvalósítható-e, illetve a kimenő jele tetszőlegesen befolyásolható-e. A Kalman féle rang-feltétel kimondja, hogy az „A” dimenziós rendszer akkor állapot-irányítható, ha az A (állapot mátrix) és B (bemeneti mátrix, amelyen keresztül a bemeneti jelek hatnak a rendszerre) mátrixból felépíthető C_{contr} irányíthatósági mátrix (controllability matrix) rangja n (amelynek determinánsa nem zérus), vagyis [21a, 21b]:

$$C_{\text{contr}} = \begin{bmatrix} A & B \\ \vdots & \vdots \\ A^{n-1} & B \end{bmatrix}$$

(1.32)

Az irányíthatóság a rendszer pólusaitól és az azokhoz rendelhető állapotváltozók kapcsolatától (A), és az irányító bemenetek kijelölésétől (B) függ.

A hatásvázlat alapján megállapítható, hogy az u jel eljut-e minden integrátor bemenetére. Ha eljut, akkor állapot irányítható a rendszer. Kanonikus (szétcsatolt) alakból meghatározható az állapotirányíthatóság: B_T mátrixnak ne

legyen csupa nullából álló sora - A -tól és B -tól függ az, hogy a folyamat állapot irányítható-e! Az állapotirányíthatóságnak nem feltétele a stabilitás [21b, 21c]!

b) Kimeneti irányíthatóság a szakaszosan folytonos $u(t)$ bemenő jelre $y(t_0)$ kimenet $y(t_v)$ kimenetre átvihető $(t_v - t_0) > 0$ véges idő alatt. Nem feltétel az állapotirányíthatóság! Attól, hogy a rendszer nem állapot irányítható a kimenő jele még irányítható. Ez függ: A , B , C -től is. A tesztmátrix rangja „ k ” legyen (k db kimenet)! rank ($C \cdot C_0$)

Kalman négy alrendszerre osztotta a megfigyelhetőség és az irányíthatóság alapján az irányítási rendszereket [20c, 21b]:

- irányítható és megfigyelhető;
- irányítható, de nem megfigyelhető;
- nem irányítható, de megfigyelhető;
- nem irányítható és nem megfigyelhető.

Szabályozások analízisének és tervezésének klasszikus módszerei

A rendszertechnikai méretezésnek - szintézisnek - célja az adott követelményeknek megfelelő szabályozási kör kialakítása. Ez magában foglalja a szabályozási struktúra és a paraméterek alkalmas kiválasztását. A tényleges architektúra tervezésének ezen kívül számos nem kevésbé fontos eleme van (eszközök, környezeti hatások, üzembiztonság). A szabályozások tervezésénél a legjobb, az ideális megoldásokra törekszünk, amely:

1. *Stabilis*: megvalósítható a szabályozási rendszerekben;
2. *Statikus hiba zérus*: adott típusú jelre eltüntethető, illetve korlátozható;
3. *Alapjel, illetve zavarjel változáskor* a tranziensek időtartama tartson a nullához (ez nem lehetséges).

Az időállandók (pólusok) hatása túlvezérléssel csökkenthető, de természetesen ennek ára van mind technológiai, mind pedig mechanikai szempontból. A holtidő nem küszöbölhető ki!

Tervezési módszerek

a) *Automatizált*: a követelményeket matematikai formában megadjuk, pl. rögzítjük a pólusokat.

Ez a tervezési eljárás az előírások megadása után önműködően határozza meg a kívánt rendszert.

b) *Interaktív (frekvencia) módszer*: lépcsőről lépésre, próbálgatással (fokozatos közelítéssel), a részeredményeket alapul véve tervezői döntéssel dolgozzuk ki. Általában működik, de nem jelzi előre, hogy létezik-e megoldása az adott tervezési feladatnak.

A szabályozások tervezése és analízise végezhető az idő tartományban illetve a komplex frekvencia tartományban.

4. Szabályozások analízise a komplex frekvencia tartományban

A szabályozási rendszerek tervezésének kezdeti szakaszát Nyquist, Hall, Nichols és Bode munkái jellemezték, akik olyan klasszikus módszereket fejlesztettek ki, mint a Nyquist görbe, a Bode diagram és a Nichols görbe [22a]. Ezek a „kényelmesen alkalmazható” grafikus módszerek a frekvenciatartományhoz kapcsolódnak. A frekvenciatartományhoz kapcsolódó tervezés során a szabályozási rendszer minőségi követelményeit az erősítési tartalék, a fázistartalék, rezonanciacsúcs és sáv szélesség jellemzik [22c]. A zárt szabályozási rendszer szabályozójának tervezése a Bode-, Nyquist- és a Nichols módszerrel történhet. Ezen módszerek közül, tekintettel annak széleskörű alkalmazására, vizsgálataimhoz a Bode és a Nyquist módszert, illetve a Bode, illetve a Nyquist diagramot választottam.

5. Szabályozások analízise az idő tartományban

1940 végén Norbert Wiener vezette be a szabályozási rendszerek tervezésében a minőségi kritérium (integrálkritérium) fogalmát [17]. Ez megteremtette annak a lehetőségét, hogy a tervezőmérnökök valamely

kritériumból kiindulva analitikusan hajthassák végre a tervezést. A tranziens szabályozási folyamatokra vonatkozó szerteágazó minőségi követelmények ellentmondásosak, a gyakorlatban a legkedvezőbb szabályozást az egymásnak ellentmondó követelmények kompromisszumos teljesítése jellemzi.

A sokoldalú követelmények miatt az optimális szabályozási folyamat minden gyakorlati esetre alkalmazható általános érvényű kritériuma nem fogalmazható meg. Az irányító jel a berendezések véges teljesítménye, vagy más műszaki, gazdasági paraméterei miatt nem lehet tetszőleges. Ezért a rendszer állapotegyenleteit olyan korlátozó feltételekkel kell kiegészíteni, amelyek definiálják az állapotváltozók és a bemenőjelek értelmezési tartományát [17]. A korlátozás többnyire megnehezíti a feladat analitikus megoldását, ezért amennyiben az analitikus tárgyalás lehetősége adott olyan célfüggvényt kell választanunk, amely külön korlátozás nélkül is garantálja, hogy az optimális megoldás a működési tartományon belül marad.

A szabályozástechnikai szakirodalom természetesen ajánl olyan kritériumokat, amelyek a követelmények kompromisszumát figyelembe véve a gyakorlatban is eredményesen alkalmazhatók. Ezek a szabályozási kör optimális működésének lineáris integrálkritériumai. Közös jellemzőjük, hogy optimálisnak azt a dinamikus szabályozási folyamatot jelölik meg, amelyre nézve egy célszerűen választott integrálfunkcionál (célfüggvény, működési index) szélsőértéket ér el. Ha az integrálfunkcionált minimálni kell a tervezés során, akkor a kiválasztott célfüggvényt költségfüggvénynek (költség funkcionálnak) nevezzük [12, 20g, 25, 26]. Egy meghatározott állapotváltozás elérése minimális anyag, energia, üzemanyag fogyasztás vagy költség ráfordításával történik, tehát a rendszer olyan irányítása, amelyben az állapotváltozóknak és az előírt időfüggvényeknek az eltéréséből képzett egyszerű, vagy súlyozott négyzetes időintegrál minimális. Ilyen például a repülőgépek kormányzása minimális üzemanyag felhasználásával, vagy a szabályozók minőségi követelményeinek (kis túllendülés, rövid szabályozási idő, kis lengésszám, stb.) teljesítése. Ha a célfüggvényt maximálni szükséges, akkor hasznfüggvénynek (haszon funkcionálnak) nevezzük (pl.: a tervezett rendszer hatásfoka, jósága vagy valamely képesség megvalósítása a lehető legjobb legyen). Az integrálkritérium általános alakja:

$$I = \int_0^{\infty} F[X(t), t] dt \quad (1.33)$$

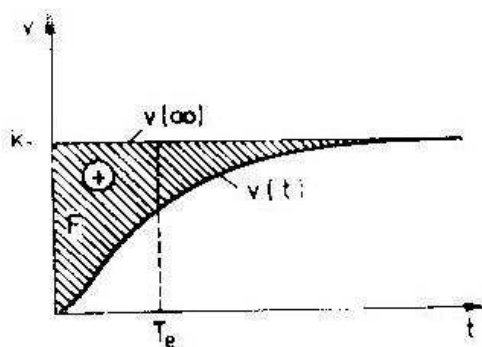
ahol F - a t idő és egy alkalmasan megválasztott $x(t)$ rendelkező jel függvénye. A szabályozó tervezése esetén az integrálandó $x(t)$ függvényt a következők szerint kell megválasztani:

- megfelelően jellemezze a szabályozási folyamat minőségét, a túllendülést és a szabályozási időt;
- egyszerűen alkalmazható;
- egyszerűen kifejezhető a rendszerparaméterekkel való kapcsolata [22g].

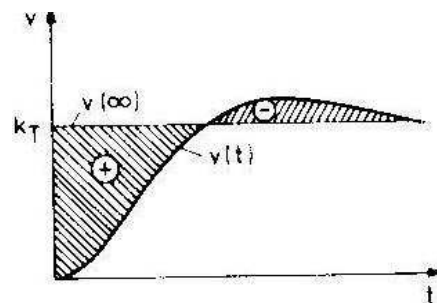
A felsoroltak egymásnak ellentmondó igények, így többféle integrálkritérium létezik. A leggyakrabban alkalmazott integrálkritériumok az alábbiak [11, 12, 17, 25]:

1. Lineáris integrálok: (IE⁸)

$$I = \int_0^{\infty} X(t) dt \quad (1.34)$$



I-5A. ábra



I-5B. ábra

I-4. ábra: A tranziens folyamat két különböző esetben.

⁸ IE-Integral of the Error- lineáris hiba integrál kritérium

A I-5. ábrán jól látható, hogy a szabályozás minőségére következtetni lehet a besatírozott területtel. Minél kisebb a besatírozott terület, vagyis az állandósult állapottól való eltérés, annál gyorsabb a szabályozás. Ebből következően cél a terület minimalizálása. Az I-5A. ábrán látható, hogy amíg ennél a szabályozásnál a lineáris integrál jól szemlélteti a szabályozás minőségét, addig az I-5B. ábrán látható szabályozás esetén a válaszcélból képzett lineáris integrál értéke a túllendülés értékével csökken, így nem alkalmas a szabályozás minőségének jellemzésére. Ebben az esetben a négyzetes integrálokat alkalmazzuk. A két integrál között az a különbség, hogy az általános négyzetes integrál egyformán kezel minden eltérést, míg az idővel súlyozott egyszerű négyzetes integrál a kezdeti eltéréseket kisebb súllyal veszi figyelembe [11, 12].

2. *Általános négyzetes integrálok*: a négyzetes integrálkritérium (ISE⁹) általános alakja:

$$I = \int_0^{\infty} X^2(t) dt \quad (1.35)$$

3. Az *egyszerű négyzetes integrálok*: gyakran idővel súlyozott formában használt alakja a következő:

$$I = \int_0^{\infty} tX^2(t) dt \quad (1.36)$$

A négyzetes integrálkritériumok előnyei a lineáris kritériumokkal szemben:

- a nagy szabályozási eltéréseket súlyozva veszi figyelembe;
- az aperiodikus és a lengő folyamathoz egyaránt használható;
- az integrál értéke a szabályozási kör (rendszer) együttthatóiból meghatározható [25].

4. *Abszolút érték integrálok*: (IAE¹⁰, ITAE¹¹,) matematikai összefüggése:

⁹ ISE - Integral of the Squared Error -négyzetes integrálkritérium

¹⁰ IAE - Integral of the Absolute value of the Error- abszolút integrálkritérium

¹¹ ITAE - Integral of Time-multiplied Absolute value of Error – idővel súlyozott abszolút integrálkritérium

$$I = \int_0^{\infty} |x^2(t)| dt \quad (1.37)$$

Az olyan integrálkritérium tekinthető „ideálisnak”, amelyik a kis szabályozási idő és a kis túllendülés követelményét a legkönnyebben kezelhető méretezési feltételben fejezi ki. A zárt szabályozási rendszer az irányítástechnikai minőségi követelmények mellett egyéb, más tervezési követelménynek is eleget kell, hogy tegyen. Ilyen követelmény például a minimális geometriai méret, minimális tömeg és a minimális energiafelhasználás. Az irányítástechnikai és a műszaki-technikai követelmények egyidejű figyelembevétele a gyakorlatban sokszor „előrevetíti”, hogy a korábban ismertetett integrálkritériumok közül melyik alkalmazása célszerű [11, 15].

Modern szabályozótervezési eljárások

A megoldandó feladatok bővülésével a szabályozási körök mindinkább összetettebbek és bonyolultabbak lettek. Ez szinte megoldhatatlan probléma elé állította a szakembereket a hagyományos grafo-analitikus tervezési eljárások alkalmazásánál. A szabályozási rendszerek hagyományos tervezésének legfőbb hátránya, hogy próbálgatáson alapulnak. A többváltozós MIMO¹² rendszerek esetében a próbálgatásos módszer gyakran nem ad megfelelő eredményt. Ezért a szabályozásemélet klasszikus frekvencia tartománybeli analízis és szintézis módszerei az 1960-as évektől kezdődően kiegészültek az új, időtartománybeli rendszer- és irányításeméleti metódusokkal. Ezeket a „modern” irányzatokat a rendszerállapot és az állapotter bevezetése jellemezte, így a hozzájuk illeszkedő tervezési eljárásokat állapotter módszernek nevezzük és a többváltozós szabályozási rendszerek dinamikájának leírására többnyire ezt alkalmazzuk [11, 15, 24c].

A valós szabályozási rendszerek sajátossága, hogy több szabályozott bemenettel és több szabályozott kimenettel rendelkeznek, működésüket külső és belső sztochasztikus zajok gerjesztik. A modern szabályozástechnikában a szabályozók tervezésére ismert számos olyan módszer, amelyek lehetővé teszik

¹² Multi Input, Multi Output- több bemenetű, több kimenetű hálózat.

azok előzetes tervezését. A megtervezett szabályozó lehet optimális, vagy nem optimális. Az optimális szabályozóval működő rendszer tovább osztható determinisztikusra vagy sztochasztikusra. A modern és posztmodern szabályozástechnikában a többváltozós szabályozási rendszerek soros kompenzátorai tervezésére az alábbi fontosabb módszereket használhatjuk [23, 24c, 27, 28]:

- A pólus áthelyezés módszere - nem optimális szabályozótervezési módszer;
- LQR13 módszer - többváltozós, determinisztikus szabályozótervezési módszer
- LQG14 módszer - többváltozós, sztochasztikus külső és belső zajok által gerjesztett szabályozási rendszer tervezésére
- LQG/LTR15 módszer - hurokátvitel visszaállítás segítségével, a többváltozós, sztochasztikus külső és belső zajok által gerjesztett szabályozási rendszer tervezésére
- H_∞ módszer - többváltozós szabályozási rendszerek robusztus tervezésére
- U szintézis módszer - többváltozós szabályozási rendszer robusztus tervezésére, strukturált és nem strukturált paraméterbizonytalanságok figyelembevételével.

A légvédelmi rakétákkal szemben támasztott alapvető követelmény a funkcionális stabilitás. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a robotpilóta előzetes tervezése során első lépésben folytonos-folyamatos működésű rendszert terveznek, amely nem feltétlenül optimális működésű, majd olyan kompenzációt alkalmaznak (kiegészítő szabályzót terveznek hozzá és helyeznek a szabályozási körbe), amely optimális működésűvé változtatja a szabályozást. Tekintettel arra, hogy több olyan paramétert kell egyidejűleg optimalizálni, amely egymással ellentétes hatást fejt ki, csak kompromisszumos megoldások jöhetnek számításba. A szabályzók tervezéséhez és analíziséhez alapvetően a MATLAB® programot

¹³ Linear Quadratic Regulation - Linéaris Kvadratikus Szabályozás.

¹⁴ Linear-Quadratic Gaussian - linéaris kvadratikus erősítésszabályozás.

¹⁵ Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery - linéaris kvadratikus erősítésszabályozás hurok áthelyezéssel.

használják. A MATLAB® egy speciális programrendszer, amely numerikus számítások elvégzésére lett kifejlesztve. Emellett egy programozási nyelv is, amely képes mátrix számítások elvégzésére, függvények és adatok ábrázolására és matematikai kifejezéseket grafikus megjelenítésére.

A MATLAB® először az irányítástechnikával foglalkozók körében lett alkalmazva, de gyorsan elterjedt más területeken is. Manapság szintén használatos még az oktatásban, különösen a lineáris algebra és numerikus analízis szemléltetésében és népszerű még a képfeldolgozással foglalkozó kutatók között is. Napjainkban egymillió ember használja.

6. Rendszeranalízisnél használt MATLAB® m-fájlok leírása

A MATLAB® (MATrix LABoratories) interaktív műszaki számításokat segítő számítógépes programrendszer. Felhasználóbarát környezetben egyesíti a numerikus analízist, a mátrixszámítást, a jelfeldolgozást és a grafikát. A program alapeleme a mátrix, amely támogatja a matematikai modellek alapján történő vizsgálatokat. A szabályozási rendszerek tervezésekor felmerülő időigényes számításokhoz a rendszerszemléletű, a fizikai valóságot is figyelembe vevő vizsgálatokhoz nyújt segítséget [30, 31, 32].

Az alapprogramot sokféle segédprogrammal egészíthetjük ki. Ez lehetővé teszi, hogy saját programjaink megírásával a problémamegoldó függvényeinket ugyanúgy használjuk, mint a MATLAB® saját függvényeit, eszköztárait. Az eszköztárak (toolbox-ok) egy-egy tématerület kezeléséhez kialakított eljárások gyűjteménye. Ezek a beépített segédfüggvények a MATLAB® utasításokat tartalmazó „.m” kiterjesztésű fájlok (m-fájlok), amelyek ASCII karakterekből állnak és bármilyen szövegszerkesztővel könnyen szerkeszthetők. Két típusuk van: scriptek (utasítások) és függvények. A program a szintaktikailag helyes utasítássorozatot automatikusan hajtja végre, a kapott eredményeket azonban szemantikailag nem vizsgálja, ezért a felhasználó feladata az eredmények logikai elfogadhatóságának vizsgálata. A MATLAB® parancsok általános szintaktikai felépítése $a [kimenet1, kimenet2, \dots] = parancsnév(bemenet1, bemenet2, \dots)$ alakban adható meg [32, 33, 37a].

A MATLAB® Control System Toolbox m-fájlokból álló függvénygyűjtemény, amelyek a lineáris szabályozási rendszerek idő- és frekvenciatartománybeli analízisét és szintézisét segítik [34, 35].

A rendelkezésre álló szakirodalomban megtalálható matematikai modellek vizsgálatához a fontosabb *obsv.m*, *ctrb.m*, *step.m*, *impulse.m*, *lsim.m*, *damp.m*, *pzmap.m*, *bode.m*, *margin.m*, *acker.m*, *lqr.m*, *ssselect.m*, *series.m*, *parallel.m*, *feedback.m* beépített segédfüggvényeket és segédprogramokat használom.

A megfigyelhetőségi vizsgálatok elvégzéséhez, vagyis a Kalman-féle megfigyelhetőségi hipermátrix létrehozásához az *obsv.m* segédfüggvényt alkalmazom [32, 33, 34, 35]. Az $Ob=obsv(A, C)$ szintaktika az állapotteres modellel megadott dinamikus rendszer Ob megfigyelhetőségi mátrixát számítja ki. Az irányíthatósági vizsgálatok elvégzéséhez, a Kalman-féle irányíthatósági hipermátrix létrehozásához a *ctrb.m* segédfüggvényt használom. A $Co=ctrb(A,B)$ szintaktika az állapotteres modellel megadott dinamikus rendszer irányíthatósági mátrixának létrehozását támogatja.

Az időtartományban az *impulse.m*, *step.m*, *lsim.m* segédprogramokat alkalmaztam. Az *impulse.m* segédfüggvény segítségével a *sys* rendszer súlyfüggvényét, a *step.m* függvénnyel a rendszer átmeneti függvényét számítom ki [33, 34, 35, 36].

Az *impulse(sys,t)* és a *step(sys,t)* szintaktika alkalmazásához az analízis időtartományát meg kell határozni.

Az analízis időtartomány vektora t $-[O:dl:Tfinal]$ szintaktika szerint definiált. Az *lsim.m* segédfüggvény a szabályozási rendszer időtartománybeli vizsgálatát támogatja külső vizsgálójel esetén. Az *lsim(sys,u,t)* szintaktika a *sys* dinamikával megadott Lineáris időinvariáns (LTI) szabályozási rendszer időtartománybeli válaszát számítja ki, ahol u a bemeneti vizsgálójel és t az analízis időtartománya. A determinisztikus vizsgálatokhoz használt u bemeneti jel az egységsebesség [$u=1(t)$], és a négyszögjel [$u=square(t)$]. A sztochasztikus analízisekhez a bemenőjel előállítását a *rand* segédfüggvény támogatja a *rand(m,n)* szintaktikával. A bemenet $n \times n$ méretű véletlenszerűen generált mátrix [37b].

A modellek dinamikájának, minőségi jellemzőinek, sajátértékeinek, csillapítási tényezőinek és a természetes körfrekvenciáinak számításához a *damp.m*, a pólus-zérus kép meghatározásához a *pzmap.m* segédfüggvényeket

alkalmazom. A $(Wn,Z)=damp(sys)$ szintaktika Wn és Z oszlopvektorba rendezve megadja az ω_m természetes körfrekvenciákat és a ξ csillapítási tényezőket, míg a $[p,z]=pzmap(sys)$ szintaktika a rendszer pólus-zérus képet ábrázolja. A frekvenciatartománybeli vizsgálathoz a $Bode(m,n)$ beépített segédprogramot használom, ami az LTI rendszer amplitúdó- és a fázis-körfrekvencia függvényeit számítja ki, $bode(sys,w)$ szintaktikával [31, 32, 38]. A parancssor alkalmazásához definiálni kell az ω frekvenciatartományt. A Bode-diagramok sajátos ábrázolásmódja miatt célszerű a $logspace.m$ segédfüggvény segítségével logaritmikus léptékezésű frekvenciatartományt létrehozni ($om=logspace(omstart, omfinal, dom)$).

A $[mag,phase,om]=bode(sys)$ és a $[mag,phase]=Bode(sys,om)$ parancssorok az erősítést, valamint a fokokban mért fázisszöveget számítják ki az „om” körfrekvencia tartományban. Az erősítést a $mag:=20*log10(mag)$ parancssorral számíthatjuk át decibelbe. A $margin.m$ segédfüggvény a felnyitott szabályozási kör erősítésének és fázistartalékának számítását, valamint a hozzájuk tartozó nevezetes körfrekvenciák (vágási körfrekvencia, körfrekvencia tartalék) meghatározását támogatja. A $margin(sys)$ szintaktika kiszámítja és megrajzolja a felnyitott szabályozási rendszert és megadja az erősítési tartalékot, a fázis tartalékot, a frekvencia tartalékot és a vágási körfrekvenciát [37c, 37b, 38].

A szabályozási rendszer eredő átviteli függvényének számításához a $series.m$, $parallel.m$, $feedback.m$, segédfüggvényeket használom. A $series.m$ a rendszerek vagy a tagok soros kapcsolatának matematikai modelljét adja meg. A $sys=series(sys1.sys2,outputs1,inputs2)$ szintaktika az egymással sorba kötött tagok eredő átviteli függvényét számítja. Az $outputs1$ és az $inputs2$ argumentumok a $sys1$ rendszer $y1$ kimenete és a $sys2$ rendszer $u2$ bemenete közötti kapcsolatokat definiálják.

A $parallel.m$ két egymással párhuzamosan kötött tag eredő átviteli függvényének számítását végzi, a $sys=parallel(sys1, sys2, inp1,inp2,out1,out2)$ szintaktika alapján. Az $inp1$ és az $inp2$ változók adják meg, hogy a $sys1$ rendszer $u1$ bemenet, illetve a $sys2$ rendszer $u2$ bemenet mely rendezőit kapcsoljuk össze. Az $out1$ és az $out2$ változók definiálják, hogy a $sys1$ rendszer $y1$ kimenet és a $sys2$ rendszer $y2$ kimenet komponenseinek összegzését végzi. A $feedback.m$ segédfüggvény a tetszőlegesen visszacsatolt egyváltozós zárt szabályozási

rendszerek eredő átviteli függvényét adja meg. A $sys=feedback(sys1,sys2)$ szintaktika a negatívan visszacsatolt rendszer eredő sys rendszerét hozza létre.

A szabályozó tervezéséhez az *acker.m*, és az *lqr.m* segédfüggvényeket használok [31,32, 37a]. Az *acker.m* segédfüggvény a többváltozós szabályozási rendszerek szabályozóinak tervezését segíti a pólus áthelyezés módszer alkalmazásával. Az egy bemenetű-több kimenetű (SIMO)¹⁶ rendszer állapot-visszacsatolási mátrixát a $K=acker(A,b,p)$ szintaktika határozza meg. Az *lqr.m* segédfüggvény a folytonos idejű teljes állapot visszacsatolású szabályozási rendszerek optimális szabályozóinak tervezését segíti az LQR módszer alkalmazásával.

A $[k]=lqr(A, B, Q, R)$ szintaktika biztosítja a teljes állapot visszacsatolású rendszer K visszacsatolási mátrixának kiszámítását. Az eredmények grafikus megjelenítéséhez a *plot.m*, *subplot.m*, *semilog.m*, *title.m*, *xlabel.m*, *ylabel.m*, *gtext.m*, *grid.m*, *logspace.m* segédprogramokat alkalmazom.

A fent leírt standard Matlab® fájlokat alkalmaztam a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási körének analízise során.

KÖVETKEZTETÉSEK

- A légvédelmi rakéták aerodinamikai mozgásának leírására használt koordináta rendszerek közül a „sebességi” koordináta rendszerben a mozgási energiával kapcsolatos számítások egyszerűbbek, mert ekkor a tehetetlenségi tenzor nem változik az idő függvényében.
- A rakéta térbeli mozgását a könnyebb vizsgálódás érdekében két részre bontjuk: három egymásra merőleges tengely mentén végbemenő haladó mozgásra és e három tengely körüli forgómozgásra. Így a mozgás két egymástól független elemi mozgás eredőjére bontható.
- A rakéták átviteli függvényeit homogén, lineáris, állandó együtthatójú egyenletek határozzák meg, amelyeknek az irányíthatósági, megfigyelhetőségi és stabilitás vizsgálata az idő tartományban és a

¹⁶ SIMO- Single Input Multiple Output - egy bemenetű több kimenetű hálózat

komplex frekvencia tartományban is elvégezhető, azonban a komplex frekvencia tartományban ez egyszerűbb.

- Az egyváltozós (egy bemenetű, egy kimenetű) zárt szabályozási rendszerek szabályozóinak tervezésére és analízisére számos klasszikus eljárás áll rendelkezésünkre. A klasszikus szabályozó tervezési módszerek alapvetően grafo-analitikus eljárások, melyek alkalmazása a tervezők részéről nagyfokú tapasztalatot igényel, sokszor nem nélkülözve a mérnöki-tervezői intuíciót sem.
- A klasszikus szabályozótervezési eljárások csak determinisztikus rendszerre alkalmazhatók. Ez azt jelenti, hogy a szabályozási rendszerre ható külső és belső sztochasztikus zajokat elhanyagoljuk, vagyis feltételezzük, hogy a szabályozási rendszer idealizált környezetben működik.
- Egyváltozós, determinisztikus szabályozási rendszerek időtartománybeli tervezésére számos integrálkritérium áll rendelkezésünkre. Az integrálkritériumok megfelelő kiválasztása a gyakorlatban meglehetősen nehéz és sokrétű feladat. Egy-egy integrálkritérium alapján megtervezett zárt szabályozási rendszer az adott integrálkritérium tekintetében optimálisnak mondható, míg az összes többi integrálkritérium szempontjából nem feltétlenül optimális.
- A gyakorlatban a leginkább elterjedt integrálkritériumok: az idővel súlyozott abszolút integrál kritérium és az általános négyzetes integrál kritérium.
- A légvédelmi rakéták repülésmechanikai matematikai modelljei, még zavarásmentes esetben is többváltozósak, tehát több bemenettel, és több kimenettel rendelkeznek.
- A modern szabályozástechnikában a többváltozós szabályozási rendszerek tervezésére számos módszer adaptálható. Ezek a módszerek egyaránt lehetővé teszik a szabályozási rendszerek tervezését determinisztikus és sztochasztikus rendszerek esetén is.

- A szabályozások analízisére és szintézisére számos program és módszer áll a rendelkezésre, a leggyakrabban használt és legsokoldalúbban használható közülük a MATLAB® program.

II. ÖNIRÁNYÍTÁSÚ LÉGVÉDELMI RAKÉTÁK SZABÁLYOZÁSI KÖRE

1. Önirányítású légvédelmi rakéták célra történő rávezetése

Az irányított légvédelmi rakéták célra történő rávezetési módszereit – a megvalósítási módjuktól függően - alapvetően két csoportra lehet felosztani:

- parancsirányítású rendszerekben alkalmazott módszerekre. Ezeket - mivel három pont: a cél, a rakéta és a földi irányítási pont koordinátái alapján határozzák meg a rakétát irányító parancsokat - hárompontos rávezetési módszereknek nevezik. A parancsirányítású rendszereknél alkalmazott leggyakoribb rávezetési módszerek a célfedéses, illetve az előretartásos rávezetési módszer [7d].
- önirányítású rendszerekben alkalmazott rávezetési módszerekre. Ezeket - mivel két pont: a rakéta és a cél egymáshoz viszonyított helyzetéből számítják ki a rakétát irányító parancsokat - kétpontos rávezetési módszereknek nevezik. Az önirányítású rakétáknál alkalmazható rávezetési módszerek az üldözéses, a párhuzamos megközelítés és az arányos megközelítés módszerek [6,42a,7c,46a].

Az önirányítású rendszereknél a rakéta célhoz viszonyított helyzetét egyértelműen meghatározza a rakéta és a cél közötti távolság, a rakéta - cél egyenesnek a rakéta sebesség vektorával bezárt szöge, illetve szögsebessége [6d]. A két pont (a rakéta és a cél) mozgását két síkban a függőleges (ϵ) és vízszintes (β) síkban vizsgáljuk. A két pont mozgása a függőleges síkban a II-1. ábra alapján az alábbi egyenletekkel írható le:

$$\begin{aligned} -\dot{D} &= v_C \cos \eta - v_R \cos \varphi_{e\epsilon} \\ \dot{D}\phi &= v_C \sin \eta - v_R \sin \varphi_{e\epsilon} \end{aligned} \quad (2.1)$$

ahol \dot{D} - a rakéta és a cél közeledési sebessége;
 v_R - a rakéta sebessége;

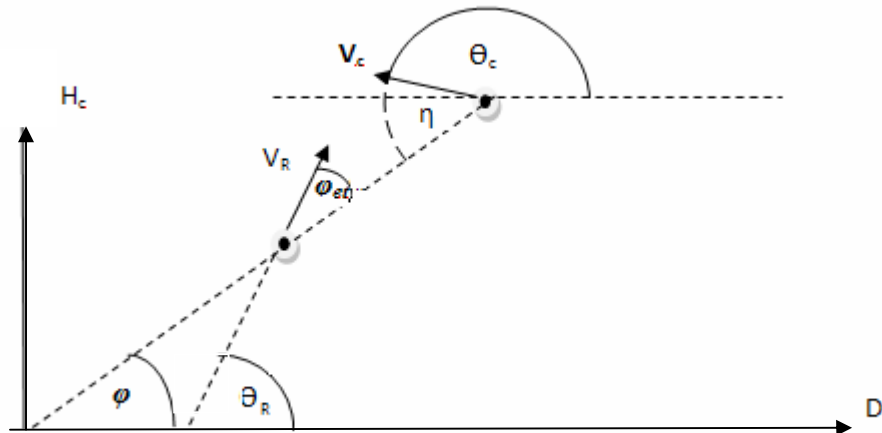
v_C - a cél sebessége;

φ - a rakéta-cél vonal vízszintessel bezárt szöge;

η - a cél sebességvektor és a rakéta - cél vonal által bezárt szög;

φ_{et} - előre tartási szög¹⁷;

$\dot{\varphi}$ - a rakéta-cél vonal szögsebessége.



II-

1. ábra. Az önirányítású légvédelmi rakéták mozgás jellemzőinek meghatározása a függőleges síkban [6d]

II-1. ábrán alkalmazott jelölések:

θ_R - a rakéta sebesség vektor vízszintessel bezárt szöge

θ_C - a cél sebesség vektor vízszintessel bezárt tompa szöge

Mivel

$$\varphi_{et} = \theta_R - \varphi$$

$$\eta = 180 - (\theta_C - \varphi)$$

Ezt behelyettesítve a 2.1 egyenletbe:

$$\dot{D} = v_C \cos(\theta_C - \varphi) - v_R \cos(\theta_R - \varphi)$$

¹⁷ A rakéta sebesség vektora és a cél-rakéta egyenes által bezárt szög a függőleges síkban, a vízszintes síkban ezt ξ pelengációs szögnek nevezzük.

$$D\varphi = v_C \sin(\theta_C - \varphi) - v_R \sin(\theta_R - \varphi) \quad (2.2)$$

A rakéta v_R és a cél v_C sebességét, valamint a θ_c -t is minden pillanatban

ismertnek tekintjük. Nem ismerjük viszont a D , a φ és a θ értékét, de ezek

meghatározhatók. A rakéta röppályáját leíró egyenlet általános alakja:

$$f(D, \varphi, \theta) = 0 \quad (2.3)$$

A rakéta rávezetése csak irány szerint valósul meg, távolság szerint nem, ezért a cél - rakéta távolságtól, mint ismeretlentől el lehet tekinteni. Az önirányítású rakétáknál a rávezetési módszer lényege a cél-rakéta vonalnak a rakéta hossz tengelyéhez vagy a rakéta sebesség vektorához képesti helyzetének meghatározása. A φ_{et} előretartási szög (ξ pelengációs szög) értéke lehet állandó, vagy meghatározott törvényszerűség szerint időben csökkenő. A φ_{et} előretartási szög (ξ pelengációs szög) változása valamilyen kinematikai mozgásparaméter szerinti változáshoz van kötve. A rakéta céllal való találkozásának szükséges, de nem elégséges feltétele, hogy a D értéke csökkenő, a \dot{D} (rakéta és cél távolság deriváltja, a rakéta célhoz mért relatív sebessége) viszont negatív előjelű legyen.

A fenti két egyenlet három ismeretlent tartalmaz, ezért az egyenletrendszer megoldásához szükséges egy újabb egyenlet meghatározása. Ez a harmadik egyenlet különbözteti meg egymástól az önirányítású légvédelmi rakéták rávezetési módszereit.

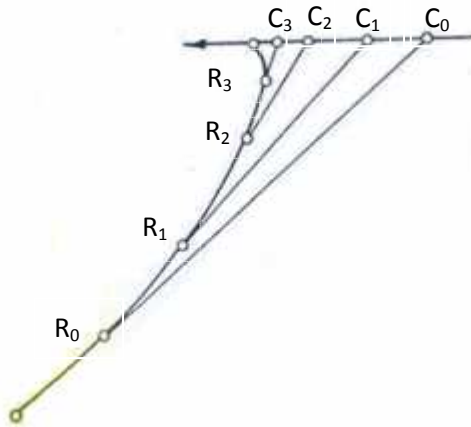
Az önirányítású rendszerekben alkalmazott rávezetési módszerek

1. *Üldözéses rávezetési módszer*

Üldözéses rávezetési módszer esetén a rakéta hossz tengelye mindig a célra néz (II-1. ábra):

$$\theta_R - \varphi = 0 \quad (2.4)$$

Előnye az egyszerű megvalósíthatóság. Hátránya, hogy a kinematikus röppálya a találkozási ponthoz közeledve egyre jobban görbül, azaz a rakéta szemből történő tüzelés esetén is hátulról közelíti meg a célt (II-2. ábra). Ez nagyobb túlterhelést (normál gyorsulást) jelent a találkozási pont környezetében, ami viszont csökkenti a találati pontosságot. Hátrányai miatt nem használják [6d, 46b].

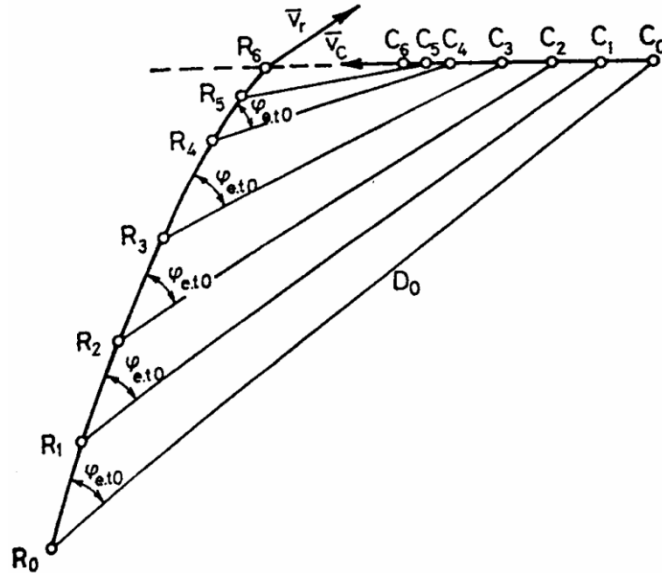


II-2. ábra. Üldözéses rávezetés kinematikai röppályája [6e]

2. *Üldözéses rávezetési módszer állandó előre tartással*

Ennél a módszernél a rakéta hossz tengelye és a cél által bezárt szög állandó (II-1. ábra):

$$\Theta_{R-\varphi} = \text{const} = \varphi_{e,t} \quad (2.5)$$



II-3. ábra. A rakéta kinematikai röppályája üldözéses rávezetés állandó előre tartással módszer esetén [6f]

Előnye az egyszerű megvalósíthatóság. Hátránya, hogy a kinematikus röppálya a találkozási ponthoz közeledve bár kevésbé görbül, de a célhoz közeledve csökkenteni kell az előre tartás mértékét, ami továbbra is nagy túlterhelést (normál gyorsulást) tesz szükségessé a találkozási pont környezetében (II-3. ábra). Ez rontja a találati pontosságot. Napjainkban már nem használják [46c].

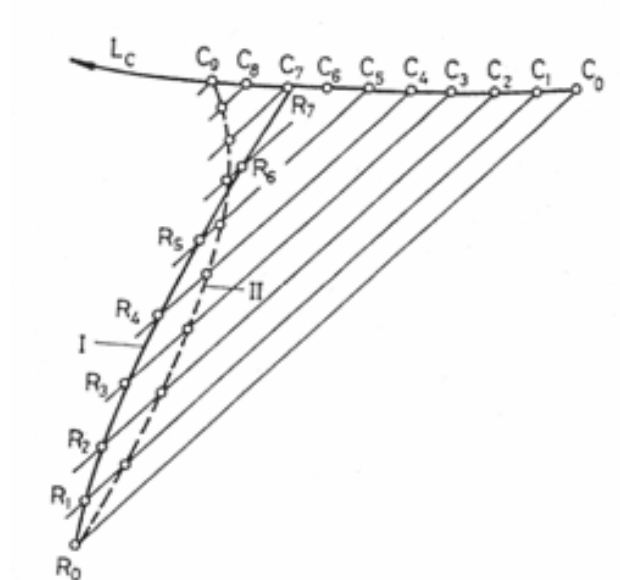
3. Párhuzamos megközelítés módszere

Párhuzamos megközelítés módszere esetén a rakéta hossz tengely és a rakéta-cél egyenes által bezárt szög a rávezetés során állandó (II-1. ábra).

$$\varphi = \varphi_0 \quad (2.6)$$

A módszer előnye, a kinematikus pálya nem görbül a találkozási ponthoz közeledve (II-4. ábra), ha jól választjuk meg φ_0 szöget és a cél egyenes vonalú, egyenletes mozgást végez (nem manőverezik). Hátránya, hogy közeledő célra

történő rávezetés esetén a szabályozási kör nem stabil, ezért csak távolodó célra történő tüzelésre alkalmazható [6d, 46d]



II-4. ábra. A rakéta röppályája párhuzamos megközelítés esetén [6g]

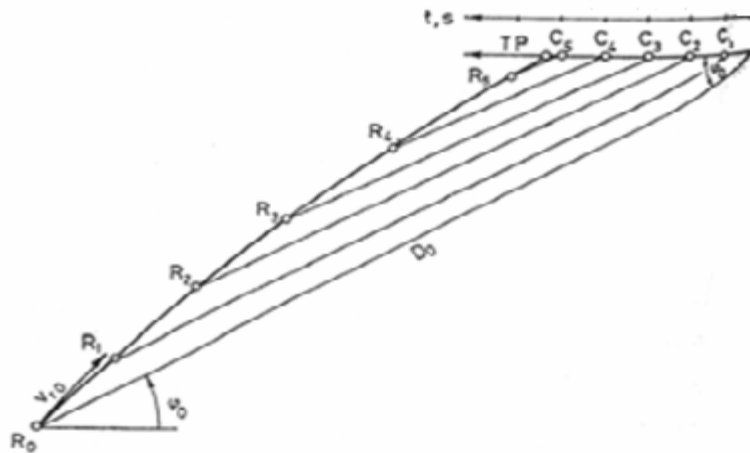
4. Arányos megközelítés módszere

A módszer lényege: a rávezetés során a rakéta hossz tengelyének szögsebessége arányos a cél rakéta egyenes elfordulási szögsebességével (II-1. ábra):

$$\dot{\theta} = k\dot{\varphi} \quad (2.7)$$

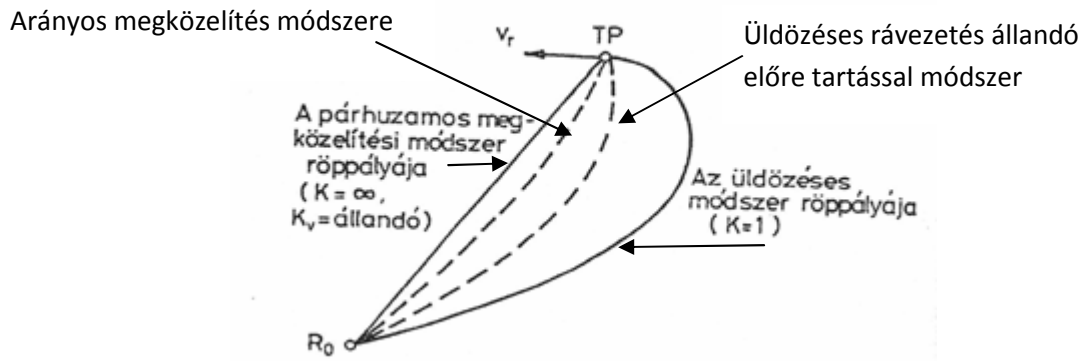
Előnye, hogy a kinematikus röppályája a legkevésbé görbül a találkozási ponthoz közeledve, ezáltal növelve a rávezetés pontosságát (II-5. ábra). További előnye még az egyszerű megvalósítás, mivel a követő fejnek a rakéta hossz tengelyéhez mért szögsebességét kell zérus értéken tartani. Hátránya, hogy a cél közelében cca. egy másodperccel a találkozás előtt a légvédelmi rakéta célra

irányítását végző szabályozási kör elveszti stabilitását. Így a találkozás előtti utolsó másodpercben a légvédelmi rakéta irányítatlanul repül cél felé. A gyakorlati tapasztalatok azt mutatják, hogy ez nem rontja lényegesen a cél megsemmisítési valószínűségét [6d, 46e]. Napjainkban a passzív önirányítású légvédelmi rakétáknál csak ezt a rávezetési módszert használják. A MISTRAL-2 közel hatótávolságú légvédelmi rakéták rávezetése is ezzel a módszerrel történik.



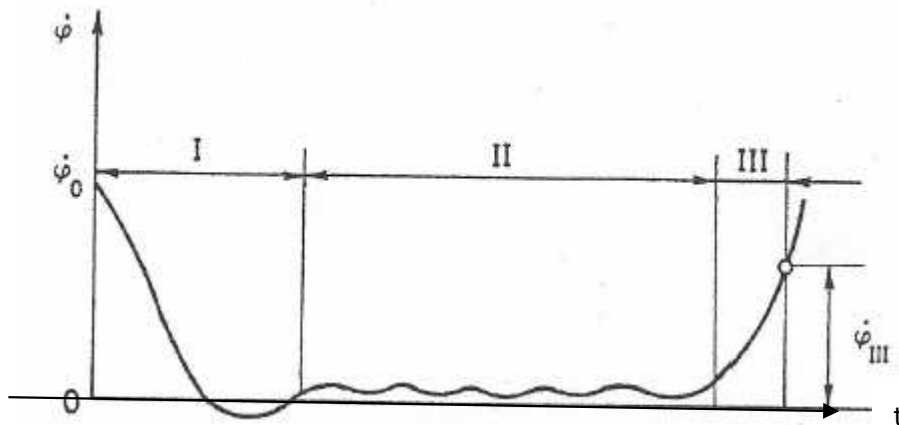
II-5. ábra. A rakéta kinematikus röppályája arányos megközelítés esetén [6g]

A kinematikus röppálya görbülete (különösen a találkozási pont környezetében) és a mozgó cél közvetlen találatának valószínűsége között szoros korreláció van. A fenti rávezetési módszerek közül a kinematikus röppálya görbületét vizsgálva a célhoz közeledve megállapítható, hogy a négy rávezetési módszer közül a legnagyobb pálya görbületet az üldözéssel rávezetés, az üldözéssel előre tartással, az arányos megközelítés módszere, és a legkisebb pálya görbületet a párhuzamos megközelítés módszere biztosítja (II-6 ábra).



II-6. ábra. A kinematikus röppálya alakulása különböző rávezetési módszerek alkalmazása esetén [6h]

A rakéta önirányításának folyamata



II-7. ábra. A rakéta önirányításának folyamata, a rakéta-cél vonal szögsebessége ($\dot{\psi}$) az idő függvényében [6g]

A rakéta önirányításának teljes folyamatát a rávezetési módszertől függetlenül három szakaszra lehet bontani (II-7 ábra):

- I. szakasz: A kezdeti illesztetlenség ledolgozás szakasza;
- II. szakasz: A rakéta rávezetés fő szakasza;
- III. szakasz: A rakéta – cél egyenes szögsebességének hirtelen megnövekedésének szakasza, az instabil mozgás szakasza.

Az önirányítás kezdeti pillanatában a rakéta sebesség vektora nem a találkozási pontba néz (a rakéta nem a kinematikai pályán van) Az irányítási

körnek meg kell szüntetni ezt a hibát, így megkezdődik a kezdeti illesztetlenség ledolgozása, a rakéta cél-vonal szögsebességének minimálisra csökkentése.

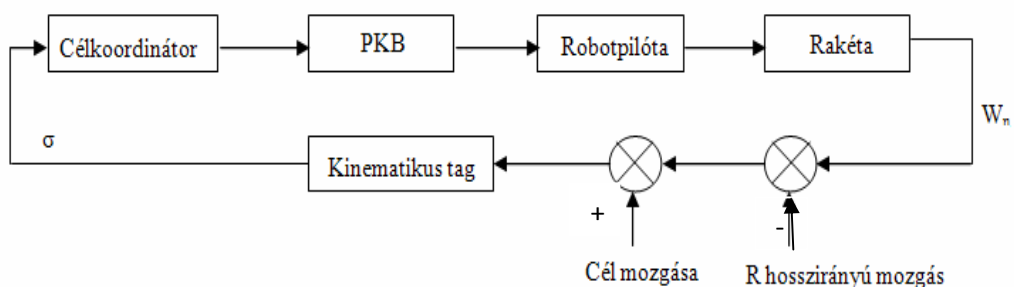
Az önirányítás II. szakaszában az irányító rendszer törekszik a rakéta cél vonal szögsebességét zérus közeli értéken tartani. Ennek a szakasznak a hossza a kezdeti illesztetlenség ledolgozásának pillanata és a céllal való találkozás pillanata időintervallumától függ.

A III. szakasz alatt (a találkozási pont közelében) a rakéta – cél vonal szögsebessége növekszik, ami végső esetben az önirányítás megszakadásához vezet. A szögsebesség hirtelen megnövekedésének oka a pillanatnyi találkozási pont hibájának fellépése a rakéta sebesség vektor követésének megszakadása miatt.

2. Légvédelmi rakéta helyszög szerinti irányítási rendszere

A légvédelmi rakéták célra történő rávezetése térbeli kinematikai feladat megoldása. Ezt az összetett, bonyolult térbeli mozgást kis támadási és kis csúszási szögek esetén felbonthatjuk három - egymástól független - helyszög, oldalszög és dőléscsatorna szerinti mozgásra. Az aerodinamikailag szimmetrikus légvédelmi rakéták helyszög (ϵ) és oldalszög (β) szerinti irányítórendszerei teljesen azonosak, így elegendő a helyszög és a dőléscsatorna szerinti mozgás analízise.

Az önirányítású légvédelmi rakéták helyszög szerinti irányítási rendszerének általános felépítését az II-8. ábra mutatja:



II-8. ábra. Az önirányítású légvédelmi rakéta helyszög szerint szabályozási köre

Az irányítási rendszer öt alapvető eleme /szerve/: a célkoordinátor /iránymérő és követő berendezés/, a parancskidolgozó berendezés /PKB/, robotpilóta a kormányzakasszal /végrehajtó szerv/, a rakéta /irányított szakasz/ és a kinematikus kapcsolatokat kifejező, a szabályozási kört záró kinematikus tag [41a].

A célkoordinátor a rávezetés során folyamatosan méri a cél helyzetét és a rakéta rávezetéséhez szükséges paramétereket állítja elő. A célkoordinátor párhuzamos megközelítés módszere esetén szögmérő, arányos megközelítés módszere esetén szögsebesség mérő üzemmódban dolgozik [41b].

A parancskidolgozó berendezés (PKB) egy analóg célszámítógép, amely az önrávezető rakéta irányítási rendszerében a korrekciós tag szerepét tölti be. Szerkezeti felépítését és paramétereit úgy választják meg, hogy azok biztosítsák a szabályozási kör kívánt jellemzőit, ezért működési paramétereit alapvetően meghatározzák a szabályozási kör dinamikai tulajdonságait. Egy adott differenciálegyenlet megoldására valós időben (real time) az analóg számítógép a leghatékonyabb eszköz.

A légvédelmi rakéta szabályozási körének megalkotásakor és átviteli függvényének felírásakor, az irányítási rendszer szintézise során figyelembe vett legfontosabb elvárások:

1. biztosítsa a szabályozási kör azon karakterisztikájának kialakítását, ami garantálja a szükséges stabilitást és rávezetési pontosságot;
2. biztosítsa a felnyitott kör erősítési tényezője a szabályozás stabilitását függetlenül a rakéta - cél távolságától;
3. biztosítsa a dinamikus hiba és a súlyhiba kompenzálását [41c].

A felsorolt legfontosabb feladatok kompromisszumos megoldást követelnek, mert a feladatsor ellentétes követelményeket is tartalmaz. Megoldásukat gyakorlatilag egy lineáris átvitelűnek tekinthető átalakító szűrő és kompenzáló tagokat tartalmazó berendezés látja el.

Az önrávezető légvédelmi rakéták esetén a parancskidolgozó berendezés átviteli függvénye:

$$K_{PKB}(s) = K_{\lambda} \left[\frac{(1 + sT_2)^2}{(1 + sT_1)(1 + sT_3)} \right] \quad (2.8)$$

ahol K_{λ} - PKB erősítési tényező

T_1 - PKB első egy tárolós arányos integráló tag időállandó

T_2 - PKB egy tárolós arányos differenciáló tag időállandó

T_3 - PKB egy tárolós arányos integráló tag időállandó.

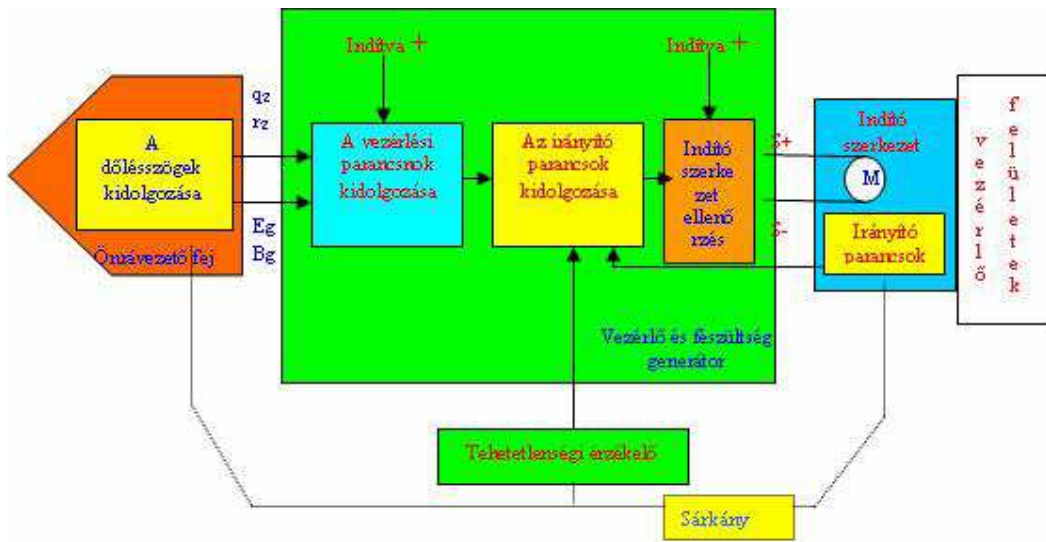
A parancskidolgozó berendezés műveleti erősítő bemenetér, különböző súlyozással csatlakoznak a különböző zavaró hatásokat kompenzáló elektronikus jelek. Ezt fejezi ki a K_{λ} tényező, amivel a későbbiekben részletesebben foglalkozunk. Az erősítő sort még a rendszer dinamikai tulajdonságait javító szűrőkkel egészítik ki.

A robotpilóta és a kormány szakasz a parancskidolgozó berendezés által kidolgozott irányítóparancsokat kormánylapát elfordulássá alakítja.

A rakéta a szabályozási kör irányított (szabályozott) eleme. Feladata az aerodinamikai felületek, szárnyak segítségével a kormánylapát elfordulásokat normálgyorsulássá alakítani, amely a rakéta hossz tengelyének elfordulását és dőlésszögének megváltozását eredményezi.

A kinematikus tag a rakéta röppálya normál gyorsulástól való függését leíró kinematikus kapcsolat elméleti realizálása, azaz olyan kompenzáló tag, amely a szabályozási kör stabilitását biztosítja.

A Mistral-2 légvédelmi rakéta parancskidolgozó berendezése a vezérlő és feszültség generátorban (PVG) nyert elhelyezést (II-9. ábra). Működésének alapvetően két fázisa van. Az első fázis a célfelderítés és elfogás fázisa. Ekkor a rakéta szabályozási köre nyitott, csupán a követő fej (HHL) vezérlő áramköre záródik a célfogásakor. A célra zárás helyességét a PEB - az indítást ellenőrző doboz - ellenőrzi, amely megszakítja a követő fej célra zárását, ha az nem az MCP által kiadott célt fogta el. A második fázis a szabad repülés fázisa, amikor a rakéta szabályozási köre a követő cső elhagyása után 0,6 s-mal záródik. Ekkor megszűnik a kormánylapátok rögzítettsége és megkezdődik a rakéta kinematikus röppályára történő kivezérlése [44]. Az értekezésben a vizsgálatok a szabad repülési fázis analízisére irányulnak.



II-9. ábra. A Mistral-2 légvédelmi rakéta szabályozási körének működési vázlatja [44]

3. Parancskidolgozó berendezés analóg számítógépes modelljének hatásvázlatja

A parancskidolgozó berendezés átviteli függvény analóg számítógépes modellezésének lépései:

1. A parancskidolgozó berendezés átviteli függvényéből leképezzük a parancskidolgozó berendezés komplex egyenletét (2.10 egyenlet).
2. A komplex egyenletet az idő tartományba transzformálva felírjuk a parancskidolgozó berendezésre jellemző differenciál egyenletet, amit a realizálhatóság érdekében kétszeresen integrálunk (2.11 és 2.12 egyenlet).
3. Kialakítjuk a differenciálegyenlet rendszer leképezését megvalósító analóg számítógép struktúráját (II-9. ábra).

A parancskidolgozó berendezés átviteli (PKB) függvénye a kimenő $\lambda(s)$ és a bemenő $\varepsilon_{kr}(s)$ komplex frekvenciájú jel hányadosaként írható fel:

$$(2.9) \quad \frac{\lambda(s)}{\varepsilon_{kr}(s)} = K_{\lambda} \left[\frac{(1 + sT_2)^2}{(1 + sT_1)(1 + sT_3)} \right]$$

ahol: $\lambda(s)$ - PKB kimenő jel Laplace transzformáltja
 $\varepsilon_{kr}(s)$ - PKB bemenő jel Laplace transzformáltja

A 2.9 egyenletet átrendezésével megkapjuk a PKB komplex egyenletét:

$$\varepsilon_{kr}(s)K_\lambda (1 + 2sT_2 + s^2T_2^2) = \lambda(s) [1 + s(T_1 + T_2) + s^2(T_1T_2)] \quad (2.10)$$

Az időtartományba való áttérésnél azt az ismert összefüggést alkalmazom, mely szerint a komplex frekvencia tartományban az s-sel való szorzás az idő tartományban differenciálásnak felel meg:

$$\varepsilon_{kr}K_\lambda + 2K_\lambda T_2 \dot{\varepsilon}_{kr} + K_\lambda T_2^2 \ddot{\varepsilon}_{kr} = \lambda + \dot{\lambda}(T_1 + T_2) + \ddot{\lambda}(T_1T_2) \quad (2.11)$$

Az analóg számítógépes realizálást integráló tagokkal lehet megvalósítani, ugyanis a differenciáló tagok a gyors változású zavarjeleket nem szűrik ki.

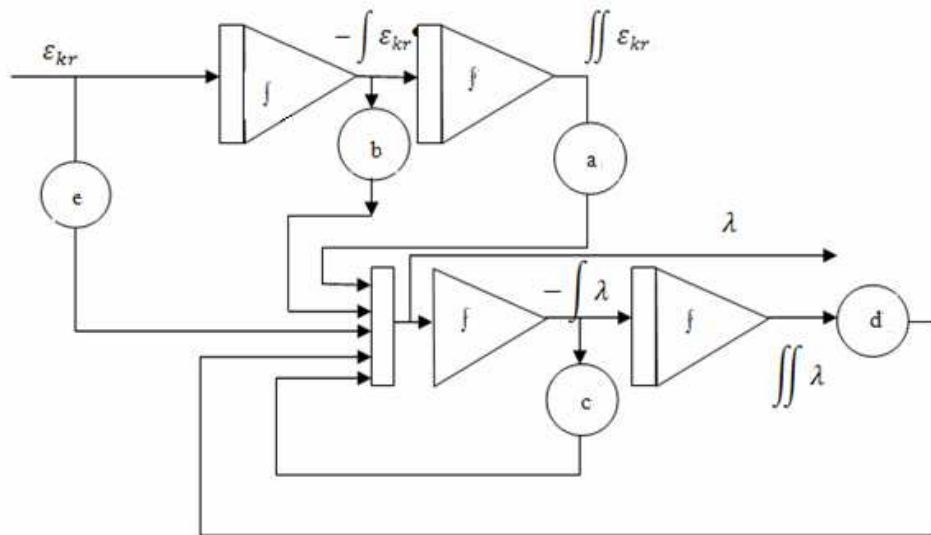
Az integráló tagokkal történő realizáláshoz azonban nem áll rendelkezésünkre a bemenő jel deriváltja, amelynek megvalósítása a 2.11 egyenletet kétszeres integrálásával lehetséges:

$$K_\lambda \iint \varepsilon_{kr} + 2K_\lambda T_2 \int \varepsilon_{kr} + \varepsilon_{kr}K_\lambda T_2^2 = \iint \lambda + \int \lambda(T_1 + T_2) + (T_1T_2)\lambda \quad (2.12)$$

Az analóg számítógépes realizálhatóságához már csak λ -ra kell átrendezni a 2.12 egyenletet:

$$\lambda = \frac{K_\lambda}{T_1T_2} \iint \varepsilon_{kr} + \frac{2K_\lambda T_2}{T_1T_2} \int \varepsilon_{kr} + \frac{\varepsilon_{kr} K_\lambda T_2^2}{T_1T_2} - \frac{1}{T_1T_2} \iint \lambda - \frac{(T_1 + T_2)}{T_1T_2} \int \lambda \quad (2.13)$$

A 2.13 egyenletből közvetlenül kialakítható a PKB analóg számítógépes modellje.



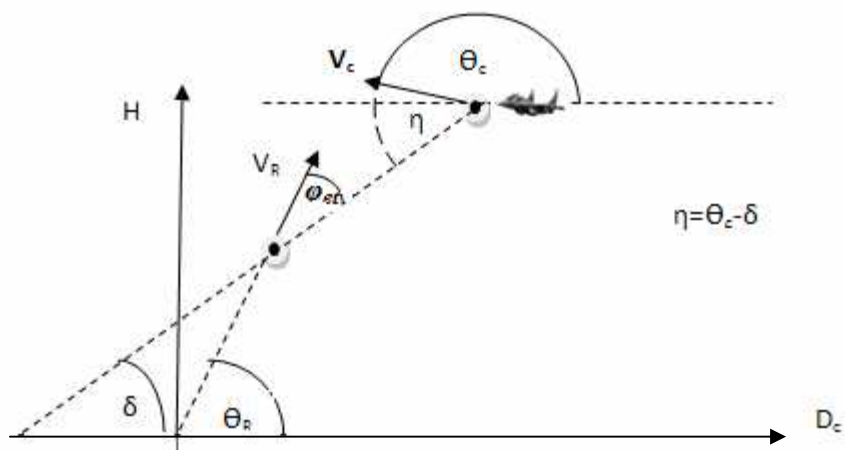
II-10. ábra. A parancskidolgozó berendezés (PKB) átviteli függvény analóg számítógépes modellje

II-10. ábrán látható analóg számítógépes modell konstans szorzó áramkörök értékei:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{K_\lambda}{T_1 T_2} & b &= \frac{2K_\lambda T_2}{T_1 T_2} \\
 c &= \frac{(T_1 + T_2)}{T_1 T_2} & d &= \frac{-1}{T_1 T_2} \\
 e &= \frac{K_\lambda T_2^2}{T_1 T_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

4. Légvédelmi rakéta helyszög szerinti irányítási rendszerének vizsgálata

Önrávezető rakéták kinematikus kapcsolata általános esetben, a cél-rakéta egyenes helyszögben történő elfordulása esetén



II-11. ábra. A cél és a rakéta mozgását leíró szögek kapcsolata

A rakéta szögkoordinátáinak normál gyorsulástól való függését arányos megközelítés esetén az alábbi egyenletekből álló egyenletrendszer írja le (II-11. ábra):

$$\begin{aligned}
 \varphi_{er} &= \theta_c - \delta \\
 -\dot{D} &= v_c \cos(\theta_c - \delta) - v_R \cos(\theta_R - \delta) \\
 D\dot{\delta} &= v_c \sin(\theta_c - \delta) - v_R \sin(\theta_R - \delta) \\
 W_n &= v\dot{\theta} = K_a \delta
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

- ahol:
- \dot{D} - cél-rakéta távolság időbeli változása;
 - v_c - cél sebessége;
 - v_R - rakéta sebessége;
 - θ_c - cél sebesség vektorának vízszintessel bezárt (tomp) szöge;
 - θ_R - rakéta sebességvektor helyszöge;
 - δ - cél-rakéta egyenes helyszöge;
 - $\dot{\delta}$ - cél-rakéta egyenes szögsebessége helyszögben;
 - $\dot{\theta}_R$ - rakéta sebességvektorának a szögsebessége;
 - K_a - arányossági tényező;
 - W_n - rakéta normálgyorsulása;
 - φ_{er} - előre tartási szög;

Figyelembe véve, hogy a két szög kis értékű, sinusait a szögek radiánban vett értékeivel, cosinusait pedig 1 értékkel lehet helyettesíteni. A kinematikai kapcsolatot leíró egyenletrendszer így jelentősen egyszerűsödik:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= v_c - v_R \\ D\dot{\delta} &= v_c[(\theta_c - \delta) - v_R(\theta_R - \delta)] \\ W_n &= v\dot{\theta} = K_a\dot{\delta} \end{aligned} \quad (2.16)$$

További egyszerűsítésként feltételezzük, hogy a rávezetés folyamán a cél és a rakéta sebessége nem változik, azaz $v_c = \text{állandó}$ és $v_R = \text{állandó}$. Ez a valóságban nem így történik, mert kezdetben az indítás utáni 2,7 másodpercig a rakéta gyorsulása a jellemző, amíg a tólóereje nem egyezik meg a légellenállás értékével, ekkor a sebessége átmenetileg állandónak tekinthető. A hajtómű kiégése után a légellenállás miatt folyamatosan csökken a rakéta sebessége. Amikor a rakéta sebessége egy meghatározott minimális érték alá csökken, már nem lehetséges a rakétát a célra rávezetni a kellő mozgási energia hiányában. Ezt a sebesség értéket a megsemmisítési zóna távoli határán éri el a rakéta, amelyen értéke alapvetően függ a rakéta hajtóanyag nélküli tömegétől, a szárny felületek nagyságától, a rakéta aerodinamikai elrendezésétől, valamint a megsemmisítendő cél mozgás paramétereitől. A Mistrál-2 légvédelmi rakétánál ez a sebesség 310m/s érték, míg a 2K12M komplexum rakétáinál 400-450 m/s [44].

Amennyiben a szögkoordináták - pontosabban az azokkal közvetlen kapcsolatban lévő rakéta-cél összekötő egyenes – normál gyorsulástól való függését direkt formában akarjuk kifejezni, célszerű a 2.15 egyenletrendszer második egyenletéből kiindulni:

$$D\dot{\delta} = v_c[(\theta_c - \delta) - v_R(\theta_R - \delta)] \quad (2.17)$$

A 2.17 egyenletet az idő szerint deriválva:

$$\dot{D}\dot{\delta} + D\ddot{\delta} = v_c\dot{\theta}_c - v_R\dot{\theta}_R - (v_c - v_R)\dot{\delta} \quad (2.18)$$

A 2.18 egyenlet jobb oldalán a $v_C - v_R = \dot{D}$ és $v_R \dot{\theta}_R = W_R$; $v_C \dot{\theta}_C = W_C$ egyenlőséget behelyettesítve és az egyenletet rendezve az alábbi egyenlethez jutunk:

$$D\delta + 2D\dot{\delta} = W_C - W_R \quad (2.19)$$

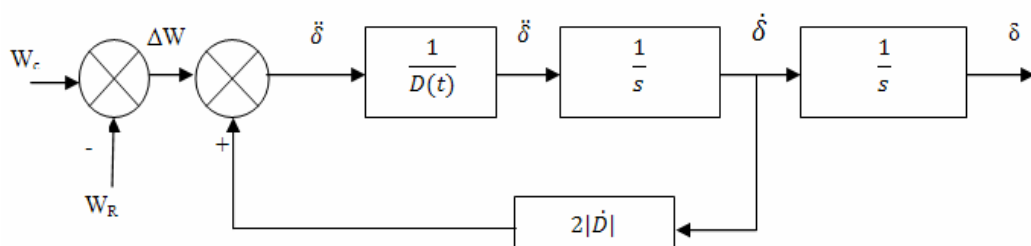
Az első félgömbből történő támadásnál - a rakéta és a cél közeledése esetén - a \dot{D} előjele negatív:

$$D\delta - 2(|\dot{D}|)\dot{\delta} = W_{\perp C} - W_{\perp R} \quad (2.20)$$

Ebből kifejezve $\dot{\delta}$ -ot a következő összefüggést kapjuk:

$$\dot{\delta} = 1/D [W_{\perp C} - W_{\perp R} + 2|\dot{D}|\delta] \quad (2.21)$$

Az egyenletből egyrészt megadható a kinematikus tag hatásvázlata (II-12. ábra), másrészt pedig felírható az átviteli függvénye:



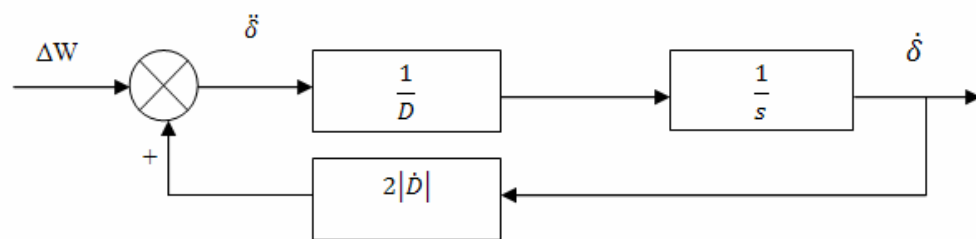
II-12. ábra. A kinematikus tag hatásvázlata

Az egyenletből következik, hogy a rakéta-cél összekötő egyenes szöggyorsulását úgy képezzük, hogy a $W_C - W_R$ különbségéhez hozzáadjuk a $2\dot{D}\dot{\delta}$ értékét és ezt elosztjuk a rakéta-cél távolságával. A kapott eredmény egyszeri integrálásával $\dot{\delta}$, további integrálásával δ értéke adódik.

Az ezen az elven megszerkesztett és a II-12. ábrán megrajzolt hatásvázlatú tag valóban kapcsolatot teremt a normál gyorsulás és a rakéta-cél összekötő egyenes között, azaz megegyezik az általunk feltételezett kinematikus tag hatásvázlatával. A cél-rakéta távolság idő függését [$D = f(t)$] a hatásvázlaton $D(t)$

szerepeltetésével jeleztem. A II-12. ábra hatásvázlatából jól látható, hogy a kinematikus tagban egy nem stacionárius elem $[1/D(t)]$ és egy pozitív visszacsatolás van, ami emiatt ráadásul szintén nem stacionárius! Ebből következik: a kinematikus tag nem stacionárius és a pozitív visszacsatolás miatt pedig instabil. Ha D értékét a már eddig is alkalmazott módon "befagyasztjuk" (azaz: $D = \text{állandó}$, de $\dot{D} \neq 0$), a kinematikus tag a vizsgálatok számára stacionáriussá tehető!

Amennyiben a rakéta-cél távolságot az előbb említett módon rögzítjük és δ értékét tekintjük kimenő koordinátának, akkor a kinematikus tag hatásvázlata a következők szerint módosul:



II-13. ábra. A kinematikus tag hatásvázlata rögzített távolság esetén

A hatásvázlatból felírható a kinematikus tag átviteli függvénye:

$$\frac{\delta(s)}{\Delta W(s)} = \frac{\frac{1}{Ds}}{1 - \frac{(2|\dot{D}|)}{Ds}} = \frac{\frac{1}{Ds} \frac{Ds}{(2|\dot{D}|)}}{\frac{Ds}{(2|\dot{D}|)} - 1} = \frac{\frac{1}{2|\dot{D}|}}{\frac{D}{2|\dot{D}|} s - 1} \quad (2.22)$$

Értelmezzük a 2.22 összefüggést. A komplex törtfüggvény nevezőjében a $\frac{D}{2|\dot{D}|}$ időállandó reciprok értéke fizikailag a cél-rakéta távolság változás relatív sebességének felel meg, ezért a $\frac{D}{2|\dot{D}|}$ időállandó értéke a rakéta-cél távolságtól és a rakéta célhoz viszonyított közeledési sebességtől függ. Az összefüggés alapján

nagy cél-rakéta távolság ($\frac{D}{2|\dot{D}|} > 10$) és állandó rakéta sebesség esetén a rakéta célhoz viszonyított közeledési sebessége is állandónak tekinthető. A $\frac{2|\dot{D}|}{D}$ értéke (azaz a távolság változás relatív sebessége) ez esetben elhanyagolható és a kinematikus tag jó közelítéssel stacionáriusnak tekinthető. A 2.22 egyenlet nevezőjében nagy távolságok esetén az 1-et elhanyagolhatjuk, illetve a kinematikus kapcsolatot stacionáriusnak tekinthetjük, így egy integráló jellegű tagot kapunk:

$$\frac{\dot{\delta}(s)}{\Delta W(s)} = \frac{1}{Ds} \quad (2.23)$$

Kis cél-rakéta távolság ($\frac{D}{2|\dot{D}|} < 10$) esetén a kinematikus kapcsolat pozitív visszacsatolású, nem stacionárius, az ilyen tagok a pozitív visszacsatolás miatt instabilak [41c].

Fizikailag a kinematikus kapcsolat instabilitása a következőképpen értelmezhető: tételezzük fel, hogy a cél és a rakéta, gyorsulás nélkül, állandó sebességgel halad. Ebben az esetben a rakéta egyenes pályán közeledik a célhoz. Mint a II-14. ábrából látható, a rakéta célhoz való közeledésekor a rakéta-cél összekötő egyenes növekvő szögsebességgel fordul el a cél, mint elméleti középpont körül abban az esetben, amikor a rakéta sebesség vektora nem a várható találkozási pont irányába mutat. Ez azt jelenti, hogy a rakétára a célhoz közeledve egyre növekvő normál gyorsulás hat, ami hátrányosan befolyásolja a találati pontosságot. Az elfordulás kerületi sebessége:

$$v_R = r\omega = D(t)\dot{\delta} = v_T \sin \varphi(t) \quad (2.24)$$

ahol v_R - a rakéta sebessége

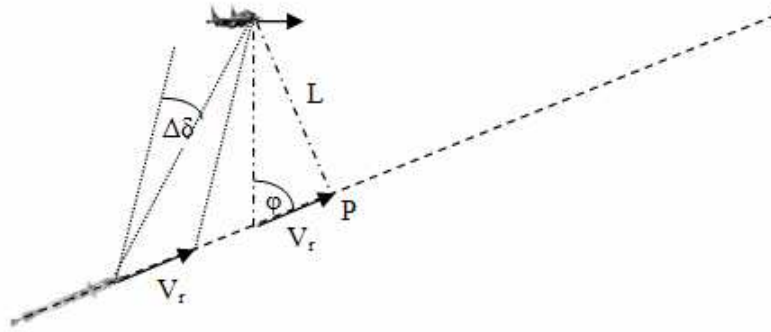
A 2.24 egyenletből az elfordulás szögsebessége:

$$\dot{\delta} = \frac{v_T \sin \varphi(t)}{D(t)} \quad (2.25)$$

Ahol:

φ - a cél-rakéta egyenes egységnyi idő alatti elfordulása

$\dot{\delta}$ - a cél-rakéta egyenes elfordulási szögsebessége.



II-14. ábra. A kinematikus tag instabilitásának fizikai értelmezése

Deriváljuk a 2.25 összefüggést. Mivel sem a φ , sem a D nem állandó, azaz időfüggő, ezért:

$$\dot{\delta} = \frac{V_R \cos \varphi}{D} \dot{\varphi} - \frac{V_R \sin \varphi}{D^2} \dot{D}$$

(2.26)

ahol: $\dot{\delta}$ -a cél-rakéta egyenes elfordulásának szöggyorsulása.

Tekintve, hogy $\sin \varphi = \frac{L}{D}$ (2.27)

Ennek deriváltja: $\cos \varphi \cdot \dot{\varphi} = -\frac{L}{D^2} \dot{D}$

Kifejezve $\cos \varphi$ -t:

$$\cos \varphi = -\frac{L}{D^2} \frac{\dot{D}}{\dot{\varphi}}$$

(2.28)

A 2.27 és 2.28 összefüggést behelyettesítve a 2.26 összefüggésbe a 2.25 összefüggés felhasználásával:

$$\dot{\delta} = -\frac{V_R L \dot{D}}{D^2} - \frac{V_R L}{D^2} = -2 \frac{V_R L \dot{D}}{D^2}$$

(2.29)

A 2.25 és a 2.27 egyenlet alapján:

$$\dot{\delta} = \frac{V_r \sin \varphi(t)}{D} = \frac{V_r L}{D^2}$$

Így:

$$\ddot{\delta} = -\frac{V_R L \dot{D}}{D^2} - \frac{V_R L}{D^2} = -2 \frac{\dot{D}}{D} \quad (2.30)$$

Mivel a rakéta célhoz való közeledésekor $\dot{D} < 0$ és a $\ddot{\delta} > 0$, azaz ha a rakéta közeledik a célhoz, a δ szög növekedése pozitív gyorsulással történik, ami a mozgás instabilitásának a jele. A találkozás pillanatában ugyanis $D=0$ és $\ddot{\delta} = \infty$ lenne! A kinematikus tag távolságtól való függését legszemléletesebben a tag amplitúdó-frekvencia karakterisztikájának változásán keresztül vizsgálhatjuk.

A II-15. ábrán a BODE diagram amplitúdó és fázis karakterisztika alakulását mutatja meg különböző céltávolságok esetén.

Ha a cél távolság egy nagyságrenddel nagyobb, a cél relatív sebesség abszolút értékénél, akkor a rakéta célhoz való közeledését állandónak tekintjük.

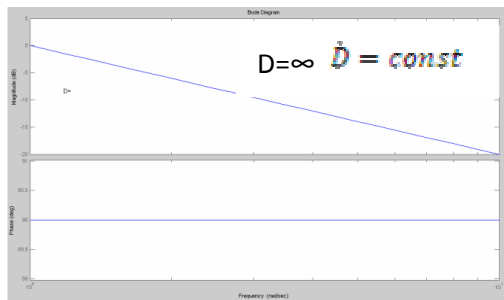
$$|\dot{D}| = const$$

Ebben az esetben a kinematikus tag átviteli függvénye.

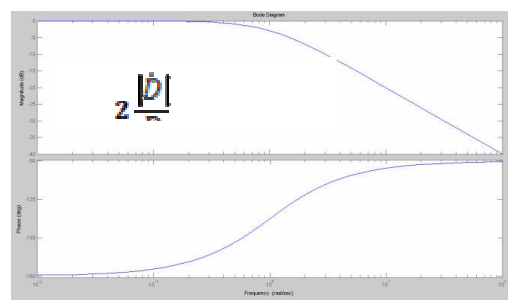
$$K(s) = \frac{1}{\frac{2|\dot{D}|}{D} (1 - \frac{2|\dot{D}|}{D} s)} \quad (2.31)$$

A 2.28 összefüggésből következik, hogy a (2.31) átviteli függvény fázisa:

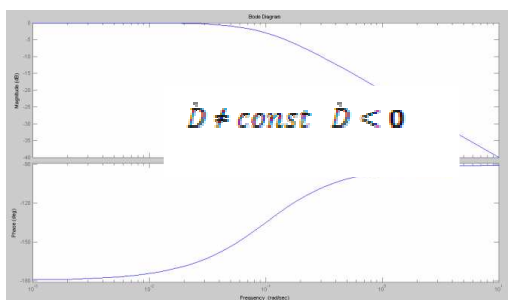
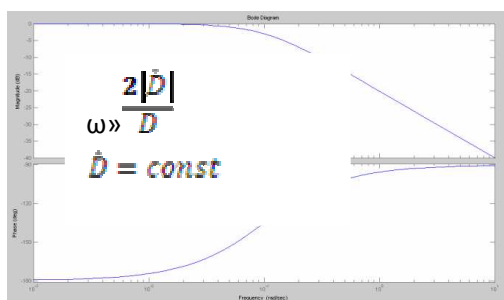
$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{D}{2|\dot{D}|} \omega$$



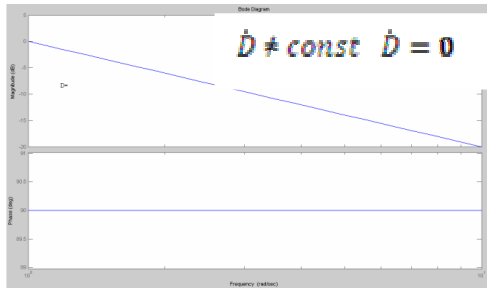
II.15/a. ábra



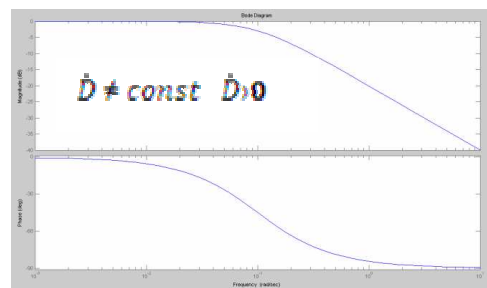
II.15/b. ábra



II.15/c. ábra



II.15/d. ábra



II.15/e. ábra

II.15/f. ábra

II-15. ábra. Az amplitúdó-fázis karakterisztika alakulása különböző D és \dot{D} értéke esetén

A 2.31. összefüggésből következik, hogy a távolság növekedése esetén a $\frac{D}{2|\dot{D}|}$ alapfrekvencia csökken és határértékben $D \rightarrow \infty$ esetén egy tiszta integráló taghoz tart (II-15/a. ábra). A távolság csökkenése esetén az alapfrekvencia növekvő tendenciájú (II-15/b. és II-15/c. ábra) [41c].

Kis céltávolság esetén – amikor a cél távolság (D) összemérhető a cél relatív sebesség abszolút értékével ($|\dot{D}|$) - akkor $|\dot{D}|$ nem tekinthető állandónak. Így $|\dot{D}|$ csökken, és amikor a rakéta a maximális paraméteren tartózkodik (II-14.

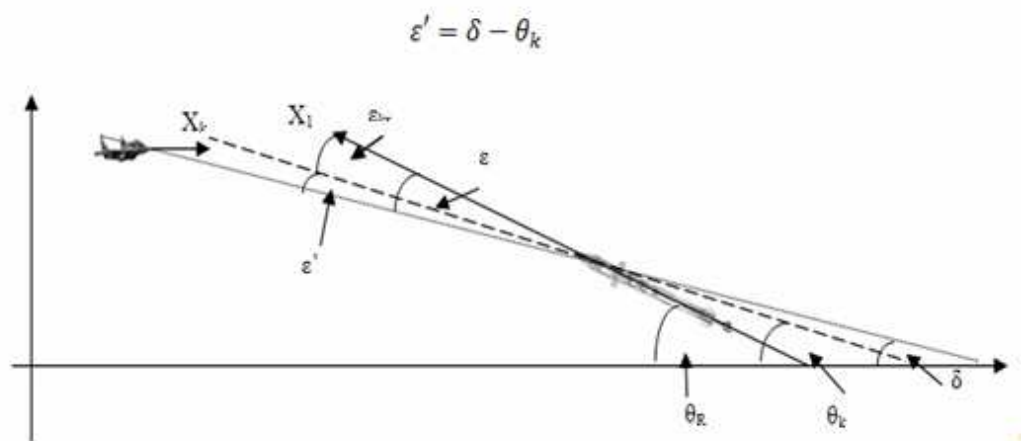
ábra P - pont), akkor $\dot{D} = 0$. A kritikus paraméterhez közeledve a $2 \frac{(|\dot{D}|)}{D}$ alapfrekvencia csökken (II-15/d. ábra) és $\dot{D} = 0$ esetén a kinematikus tag integrálóvá válik (II-14/e. ábra). Amikor a rakéta áthalad a P ponton, a céltávolság növekedni kezd, $\dot{D} > 0$ lesz és a kinematikus tag stabil aperiodikus tulajdonságúvá válik (II-15/f. ábra) [7d, 41d].

A kinematikus tagnak a II-15. ábrán bemutatott fáziskarakterisztikáiból következtethetünk - különösen kis céltávolság esetén – arra, hogyan változnak a kinematikus tag tulajdonságai a távolság függvényében. Kis távolság esetén a kinematikus tag nem stacionárius és paraméterei nem rögzíthetők! Megvizsgálva a II-13. ábra szerinti egyszerűsített kinematikus tag átviteli függvényét egyértelmű, hogy a 2.24 egyenlet alapján az átviteli függvény 0 típusú, azaz integráló tagokat nem tartalmaz. Az ilyen típusú átviteli függvénnyel rendelkező

szabályozási körök statikus hibája egységugrás alapjelre $1/1+k$, azaz $\frac{2|D|}{2|D|+1}$. Amikor pedig a bemenőjel sebességugrás vagy gyorsulásugrás alakú, akkor ezt a szabályozás már nem képes lekövetni. Azonban jelentősen eltérő eredményre jutunk akkor, ha nem csak az egyszerűsített kinematikus tagot vizsgáljuk, hanem a teljes kinematikus tagot vesszük vizsgálat alá (II-12. ábra). Ebben az esetben nyilvánvaló, hogy ez már egyes típusú szabályozó, amely egy integráló tagot tartalmaz. Az ilyen típusú szabályozó jellemzője, hogy az egységugrás alakú bemenő jelet zéró hibával követi és a sebesség ugrás alakú bemenő jelet pedig $\frac{1}{2|D|}$ hibával követi le. Fizikailag ez azt jelenti, hogy állandósult állapotban a rakéta szabályozási körének kinematikus tagja a cél intenzív manővere esetén sem visz „követési hibát” a követő rendszerbe [41d, 42, 43].

A rakéta helyszög szerinti irányítási rendszere párhuzamos megközelítéses rávezetés esetén

Az irányítási rendszer funkcionálisan szükséges elemeinek ismeretében már lehetőségünk van a teljes helyszög szerinti irányítási rendszer hatásvázlatának felépítésére. A hatásvázlaton alkalmazott jelöléseket a II-15. ábra alapján értelmezzük. Az iránymérő által mért szöghiba az ábrából:



II-16. ábra. Az irányítási rendszer hatásvázlat jelöléseinek értelmezése

- ahol:
- ε' - az iránymérő által mért szöghiba függőleges síkban;
 - δ - a cél rakéta összekötő egyenes helyszöge;
 - θ_k - a rakéta sebességvektor vízszintessel bezárt szöge.

A párhuzamos megközelítéses rávezetésnél a rakétát irányító parancsot a rakéta-cél összekötő egyenes koordináta tengelyével bezárt szögének megfelelően képezzük.

Ezzel a szögértékkel arányos ε_{kr}' feszültség kerül a szögmérő üzemmódban dolgozó célkoordinátor nyomaték adójára. A vezérlő nyomaték hatására fellépő giroszkopikus nyomaték úgy forgatja el a koordinátor tengelyét, hogy az ε_{kr}' hiba fokozatosan csökkenjen. A rakéta szabályozási körére jutó hibajel a koordinátor tengelye és a rakéta tengelye közötti ε_{kr} szögértékkel arányos:

$$\varepsilon_{kr} = \theta_R - \theta_k \quad (2.32)$$

- ahol:
- ε_{kr} - a célkoordinátor tengelye és a rakéta tengelye közötti szögműködés

Ezzel a szögértékkel arányos vezérlő feszültség egy K_{pm} átalakítási tényezőjű potenciométerrel közvetlenül előállítható. A potenciométer álló része a rakétához, a mozgó része a célkoordinátor berendezés Z_k tengelyéhez van rögzítve. Ha a rávezetés előre tartási szögértékét is figyelembe kell venni, akkor a potenciométer szögelfordulása:

$$\varepsilon_{kr} = \theta_k - \theta_R + \varepsilon_e \quad (2.33)$$

A szögelfordulással arányos ε_{kr} feszültség a PKB bemenetére kerül:

$$\lambda = K_\lambda \varepsilon_{kr}' \quad (2.34)$$

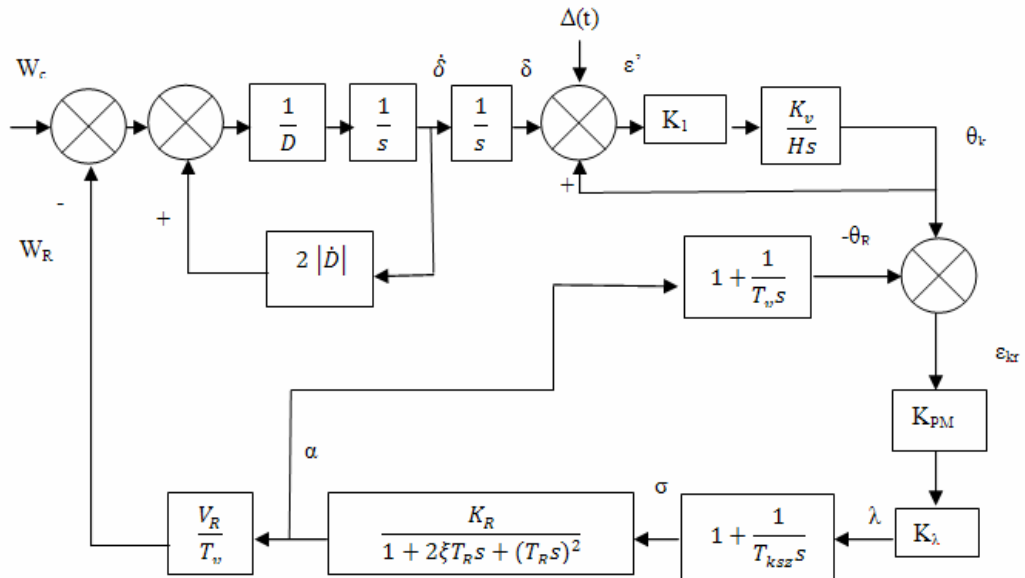
- ahol:
- λ - PKB által kidolgozott parancs feszültség a kormányszakasz részére;
 - K_λ - PKB erősítési tényezője.

A parancsfeszültség hatására a kormányszakasz δ szöggel elforgatja a rakéta kormánylapátját. A kormánylapát elfordulás következtében a rakéta α szöggel elfordul a nyomaték pontja körül. Az α támadási szög megváltozása következtében megváltozik a rakéta hossz tengelyének θ_R szöge:

$$\theta_R(s) = 1 + \frac{1}{sT_v} \alpha(s)$$

$$W_{nR} = \frac{V_R}{T_v} \alpha \quad (2.35)$$

A rakéta mozgása következtében megváltozik a rakéta cél összekötő egyenes δ szögértéke és ezzel egy időben a célkoordinátor θ_k hajlásszöge is.



II-17. ábra. A helyszög szerinti irányítási rendszer hatásvázlata párhuzamos megközelítéses rávezetésnél [45]

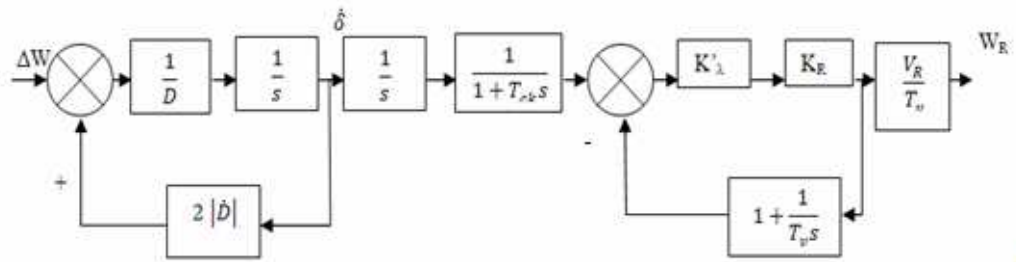
A rendszer kimenő jele a rakéta normál gyorsulása, a hibajele a célkoordinátor és a rakéta hossz tengelye közötti ϵ_{kr} szög, ami kis követési hiba esetén azonos a rakéta hossz tengelyéhez viszonyított eltéréssel.

A szabályozási kör elemein kívül a rendszerre különböző belső és külső zavar jelek is hatnak. Ezeket a hatásvázlaton a $\Delta(t)$ véletlen idő függvénnyel vettük figyelembe. A vizsgált irányítási rendszer a kinematikus tag miatt nem stacionárius [41e, 42, 43]. Ha a rakéta cél távolságot rögzítjük és elhanyagoljuk a rakéta és a kormányszakasz tehetetlenségét, a hatásvázlat lényegesen leegyszerűsödik. A célkoordinátor átviteli függvénye:

$$\frac{\theta_k(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{1 + \frac{H}{K_1 K_v} s} = \frac{1}{1 + T_{ck} s}$$

(2.36)

Ennek megfelelően a felnyitott szabályozási kör hatásvázlata:



II-18. ábra. A felnyitott kör hatásvázlata párhuzamos megközelítéses rávezetésnél [41e]

Az egyszerűsített hatásvázlatban a K_λ és K_{pm} átviteli tényezőket a PKB K'_λ tényezőjébe összevontam:

$$K'_\lambda = K_\lambda K_{pm} \quad (2.37)$$

A felnyitott kör hatásvázlatából felírható a rendszer átviteli függvénye:

$$K(s) = \frac{W_R(s)}{W(s)} = \frac{1}{\frac{D}{2|D|} - 1} \frac{1}{s} \frac{1}{1 + T_{ck}s} \frac{K'_\lambda K_R}{1 + K'_\lambda K_R + \frac{K'_\lambda K_R}{T_v s}} \frac{V_R}{T_v} =$$

$$\frac{1}{\frac{D}{2|D|} s - 1} \frac{1}{s} \frac{1}{1 + T_{ck}s} \frac{1}{1 + \frac{1}{K'_\lambda K_R} + \frac{1}{T_v s}} \frac{V_R}{T_v} \quad (2.38)$$

Átrendezve az egyenletet:

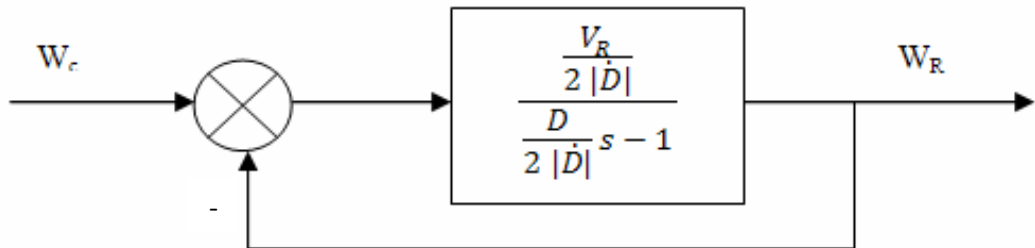
$$K(s) = (V_R / (2|D|)) / ((D/2|D|) s - 1) (1 + T_{ck} s) (1 + \frac{1}{K'_\lambda K_R} + \frac{1}{T_v s}) \quad (2.39)$$

A rakéta felnyitott szabályozási köre párhuzamos megközelítéses rávezetés esetén olyan statikus rendszer, ahol a szabályozási kör erősítési tényezője $\frac{V_R}{2|D|}$ [41e, 44, 47].

Az analízishez kimunkált algoritmus használhatóságának eldöntésére célszerű megvizsgálni a rendszer stabilitási feltételeit. Az 2.39 összefüggésből

egyértelműen látható, hogy a kinematikus tag időállandója domináns időállandó. Ez határozza meg a rendszer kritikus frekvenciáját, ezért ennek vizsgálata a továbbiakban elengedhetetlen.

Az irányítási rendszer stabilitásának vizsgálatát a II-19 ábrán látható hatásvázlaton az egyszerűsített, csak a kinematikus tagot és visszacsatolását tartalmazó rendszeren végzem el.



II-19. ábra. Az egyszerűsített hatásvázlat párhuzamos megközelítéses rávezetés esetén [42]

Az egyszerűsített hatásvázlatából az átviteli függvény:

$$\frac{W_R(s)}{W_c(s)} = \frac{\frac{V_R}{2|D|}}{1 + \frac{\frac{V_R}{2|D|}}{\frac{D}{2|D|}s - 1}} = \frac{\frac{V_R}{2|D|}}{\frac{D}{2|D|}s + \frac{V_R}{2|D|} - 1} \quad (2.40)$$

A 2.40 összefüggésből következik, hogy a rendszer addig stabil, amíg $\frac{v_R}{2|D|} > 1$ [41e, 46d]!

Közeledő célra történő tüzelés esetén:

a $|D| = v_R + v_c$ így a stabilitás feltétele:

$$\frac{v_R}{2(v_R + v_c)} > 1 \quad (2.41)$$

Ez a feltétel nem teljesülhet közeledő célra történő rávezetés esetén, ezért ez minden esetben instabil követést eredményez párhuzamos megközelítés módszer alkalmazása esetén.

Távolodó célra történő rávezetés esetén $|\dot{D}| = v_R - v_c$ a stabilitás feltétele:

$$(2.42) \quad \frac{v_R}{2(v_R - v_c)} > 1$$

$$\text{azaz } v_R < 2v_c$$

Párhuzamos megközelítés módszer esetén tehát az irányítási rendszer csak a hátsó félgömbből történő rávezetés esetén lesz stabil, amikor a rakéta sebessége nem haladja meg a cél sebesség kétszeresét [41e, 46d]. Ezért ez a rávezetési mód csak kisegítő rávezetésként alkalmazható.

A rakéta helyszög szerinti rávezetése arányos megközelítés módszer esetén

Az arányos megközelítéssel történő rávezetést alkalmazó rendszereknél a rakéta célkoordinátora nem szögmérő, hanem szögsebesség mérő üzemben dolgozik. Ebben az esetben a célkoordinátor a viszonylagos $\dot{\delta}$ cél helyszög változásának sebességét, a szögsebességet méri, amely arányos a cél-rakéta egyenes elfordulási szögsebességével:

$$\dot{\delta} = \delta - \theta_k \quad (2.43)$$

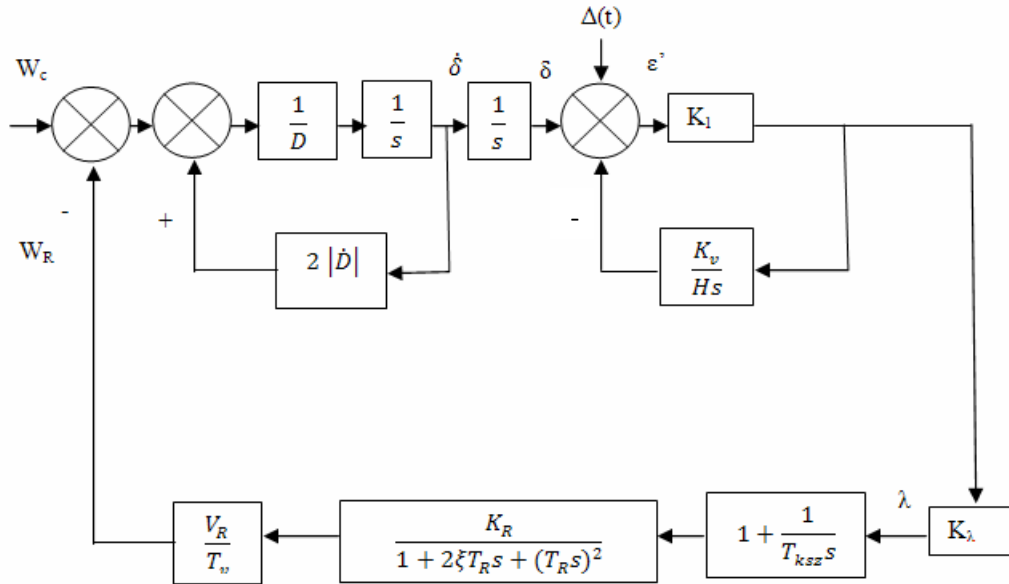
A parancskidolgozó berendezés a mért értékkel arányos vezérlő jelet állít elő:

$$\lambda = K'_{\lambda} \dot{\delta} \quad (2.44)$$

A parancssal arányosan elfordul a kormánylapát δ szöggel, ez pedig az α támadási szög megváltozását vonja maga után. A fellépő W_R normál gyorsulás úgy változtatja meg a rakéta helyzetét a síkban, hogy a $\dot{\delta}$ szögsebesség csökken. Ez nyilvánvalóan a δ szög értékének megváltozásával és így ϵ csökkenésével jár együtt. Az arányos rávezetéssel dolgozó szabályozási rendszer hatásvázlata a II-20. ábrán látható [41f, 42, 43].

A rendszer alapjele a cél normálgyorsulása (W_c), amely a kinematikus tagon keresztül a rakéta - cél egyenes forgásának $\dot{\delta}$ szögsebességét határozza

meg. Abban az esetben, amikor a cél egyenes vonalú egyenletes mozgással halad, akkor a szabályozási rendszer - a rakéta rávezetésének kezdetén - csak a rakéta cél egyenes kezdeti elfordulási sebességét $\dot{\delta}_0$ dolgozza le. Ekkor a rakéta sebesség vektora a számított találkozási pontba mutat [41f, 47, 48].



II-20. ábra. Az irányítási rendszer hatásvázlata arányos rávezetés esetén [47]

A rendszer kimenő jele a rakéta W_R normálgyorsulása. A szabályozási kör elemein kívül a rendszerre különböző belső és külső zavar jelek is hatnak. Ezeket a hatás vázlaton a $\Delta(t)$ véletlen idő függvényvel vettem figyelembe.

A további vizsgálatokhoz célszerű a következő egyszerűsítést végrehajtani:

- Az iránymérőt lineárisnak tekintjük $K=1$ erősítési tényezővel.
- A követőfej erősítési tényezőjét tartalmazó tag hatáspontját áthelyezzük és összevonjuk a parancskidolgozó berendezés erősítési tényezőjével.

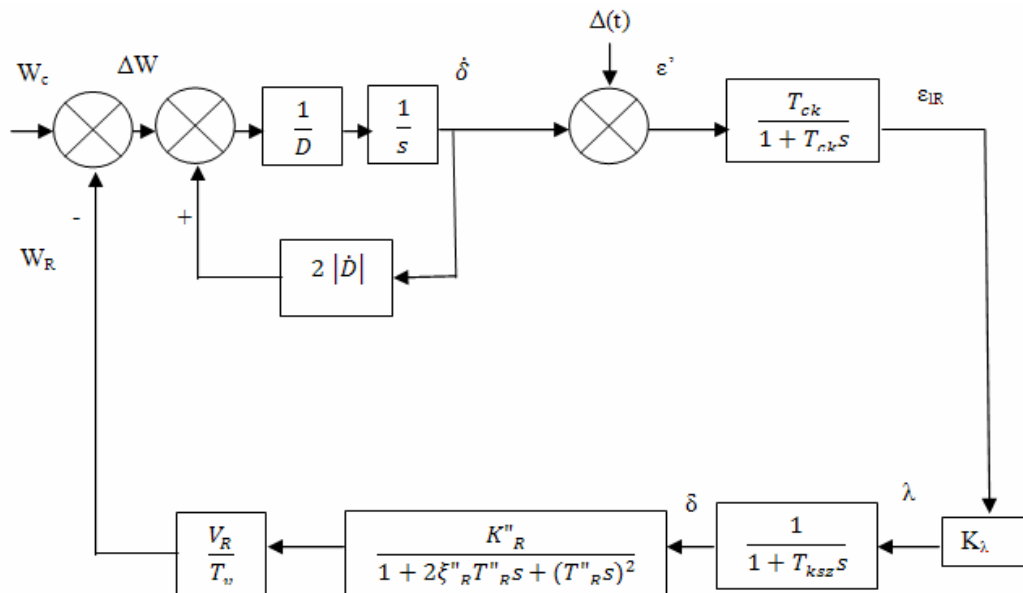
$$K_\lambda = K_\lambda' K_1$$

A szögsebesség mérési üzemmódban dolgozó célkoordinátor átviteli függvénye:

$$\frac{\varepsilon_{iR}'(s)}{\sigma(s)} = \frac{K_1}{1 + \frac{K_1 K_v}{Hs}} = \frac{K_1}{\frac{Hs + K_1 K_v}{Hs}} = \frac{K_1 Hs}{Hs + K_1 K_v} = \frac{\frac{H}{K_1 K_v} K_1 s}{\frac{H}{K_1 K_v} s + 1} = \frac{T_{ck}}{1 + T_{ck} s} K_1 s$$

(2.45)

Helyezzük át a II-19. ábrán bemutatott hatásvázlaton a célkoordinátort megelőző „1/s” tagot a célkoordinátor után és vonjuk össze a célkoordinátor átviteli függvényében szereplő (2.45 egyenlet) „sk_l” taggal.



II-21. ábra. Arányos megközelítés módszerrel dolgozó rendszer átalakított hatásvázlata [45, 47]

Az áthelyezés és összevonás után a célkoordinátort megelőző „1/s” tag és a célkoordinátort követő „s” taggal az egyszerűsítés elvégezhető és a hatásvázlat a II-21. ábra szerint egyszerűsödik. Az arányos megközelítéses módszert alkalmazó irányítási rendszer alapvető sajátossága, hogy nem stacionárius. Ez a kinematikus tag tulajdonságával kapcsolatos sajátosság [41f, 42, 43 46, 47].

Rögzített rakéta - cél távolság esetén az arányos megközelítésű módszert alkalmazó légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének átviteli függvénye:

$$K(s) = (W_1 R(s)) / (W_1 c(s)) = (1 / (2|D\dot{)}} / ((D / (2|D\dot{)}} s - 1)) \cdot 1 / ((1 + T_1 c k s)(1 + T_1 k_{sz} s)) \cdot (T_1 c$$

(2.46)

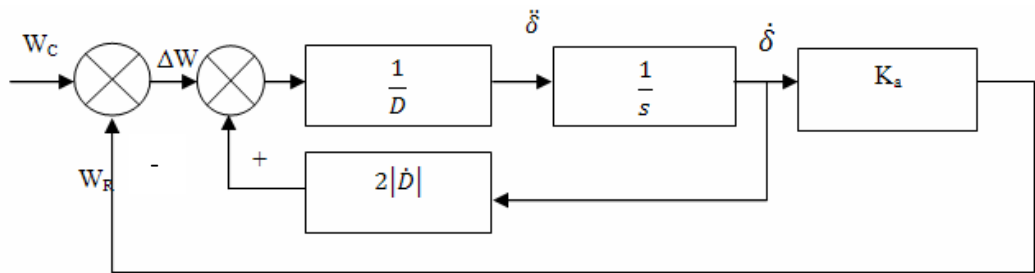
Az átviteli függvény számlálóját célszerű $K = \frac{K_a}{2|D\dot{}}$ alakban felírni. Ebben az alakban:

$$K_1 a = T_1 c k K_1 \lambda \quad [K^*] \quad \downarrow R \quad V_1 R / T_1 v$$

(2.47)

ahol: K_a - a szabályozási kör számlálójának összevont erősítési tényezője;
 K - a szabályozási kör összevont erősítési tényezője.

A 2.47 kifejezés azt mutatja meg, hogy a rakétán mekkora normál gyorsulás lép fel, ha a cél - rakéta egyenes szögsebessége $\dot{\delta} = 1 \text{ rad/sec}$. A felnyitott szabályozási kör - a negatív pólusa miatt - funkcionálisan instabil. Vizsgáljuk meg a stabilitás feltételét zárt szabályozási kör esetén a II-22. ábrán leegyszerűsített rendszeren.



II-22. ábra. Az arányos rávezetéssel dolgozó rendszer leegyszerűsített hatásvázlata [45]

A II-21. ábra alapján a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye:

$$\frac{W_R(s)}{W_C(s)} = \frac{\frac{\frac{K_a}{2|\dot{\delta}|}}{D} s - 1}{1 + \frac{\frac{K_a}{2|\dot{\delta}|}}{D} s - 1} = \frac{\frac{K_a}{2|\dot{\delta}|}}{\frac{K_a}{2|\dot{\delta}|} + \frac{D}{2|\dot{\delta}|} s - 1} \quad (2.48)$$

A felírt átviteli függvényből megállapítható, hogy csak feltételesen stabil, mivel negatív visszacsatolást tartalmaz. Az átviteli függvény a következő feltételek teljesülése esetén lesz stabil:

$$\frac{K_a}{2|\dot{\delta}|} > 1 \quad (2.49)$$

Ez a feltétel a rakéta paramétereinek ismeretében teljesül. A MISTRAL-2 légvédelmi rakéta esetén a rakéta cél elméleti maximális közeledési sebessége kisebb 1240 m/s-nál ($2480 > 2|D|$), ugyanakkor a szabályozási kör eredőerősítési tényezője $K_a > 5000$, így korlátozás nélkül alkalmas az önrávezető légvédelmi rakéták célravezetésére.[44]

A szabályozási kör jellemzőinek általános analízise

Az önrávezető rakéta szabályozási rendszere - elsősorban a kinematikus tag tulajdonságai miatt – nem stacionárius rendszer, amelynek jellemzői és tulajdonságai nagymértékben függenek a rakéta - cél közötti távolságtól. A szabályozási kör távolságtól való függését a szabályozás átviteli függvényének (2.46 egyenlet) elemzésén keresztül célszerű vizsgálni [41d]. Ez azért is megtehető, mert a kompenzációkat úgy kell beállítani, hogy azok az alapvető tulajdonságokat ne befolyásolják. A kormányszakasz és a rakéta időállandója minimális értékű, ezért a vizsgált frekvencia tartományban a hatásuk elhanyagolható. A szabályozási kör kritikus ω_c frekvenciáját, ebből adódóan a szabályozási kör erősítési tényezőjét, a célkoordinátor időállandója és a kinematikus tag átviteli tulajdonságai határozzák meg. A céltávolságtól való függés hatásának vizsgálatokor a szabályozási kör átviteli függvényét a következő alakban is felírhatjuk:

$$K(s) = \frac{W_R(s)}{W(s)} = \frac{\frac{K_a}{2|D|}}{\left(\frac{D}{2|D|}s - 1\right)} \frac{1}{(1 + T_{ck}s)}$$

(2.50)

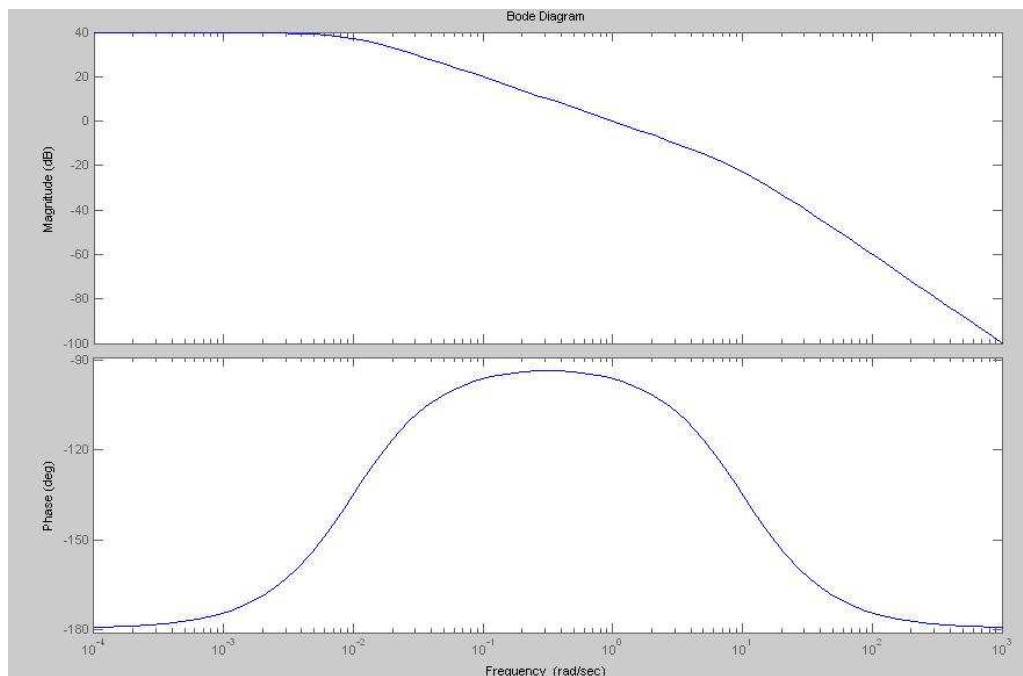
ahol: T_{ck} - a célkoordinátor időállandója.

Ha a cél távolság egy nagyságrenddel nagyobb a cél relatív sebesség abszolút értékénél a kinematikus tag $\frac{2|D|}{|D|}$ alapfrekvenciája alacsony, mivel az lényegesen kisebb a célkoordinátor alapfrekvenciájánál. A kinematikus tagnál - a pozitív visszacsatolás miatt - a fázistolás mértéke zérus frekvencián $-\pi$, nagyobb

frekvenciákon $-\pi/2$ felé tart. Ugyanakkor a frekvencia növekedésével ω_c vágási

körfrekvencia után egyre nagyobb lesz a szabályozási kör tehetetlensége. A szabályozási kör tagjai jelentős késéseket visznek a rendszerbe, - annál nagyobb, minél nagyobb a vágási körfrekvencia - ezért ω_c -t követően meredeken nő a szabályozás fázis forgatása:

$$\varphi = -\pi + \tan^{-1} \frac{D}{2|D|} \omega_c \quad (2.51)$$



II-23. ábra. A felnyitott szabályozási kör amplitúdó és fázis karakterisztikájának alakulása a frekvencia függvényében, ha a cél távolság egy nagyságrenddel nagyobb, a cél relatív sebesség abszolút értékénél

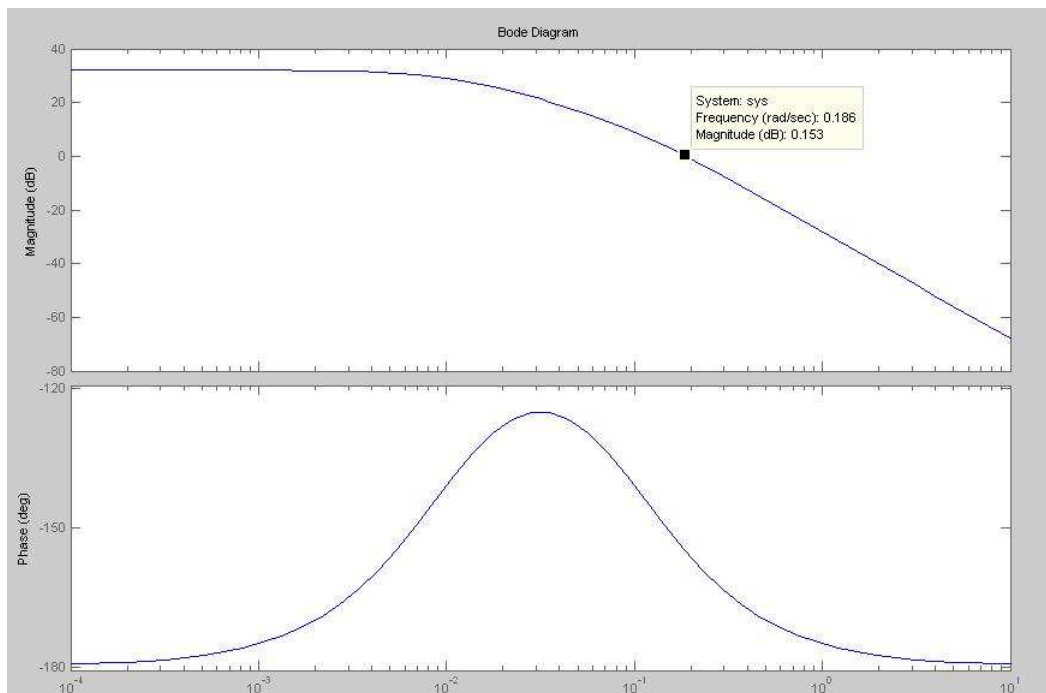
Ez megfigyelhető a II-23. ábrán is. Így nagy céltávolság esetén a kinematikus tag időállandója kicsi, a szabályozási rendszer ω_c vágási körfrekvenciáját az összevont erősítési tényező és a céltávolság aránya határozza meg:

$$\omega_c = \frac{K_a}{D}$$

A 2.51 egyenletből következően nagy céltávolság esetén a szabályozási rendszer fázis tartaléka független a cél távolságától:

$$\Delta\varphi = \tan^{-1} \frac{D}{2|D|} \omega_c = \tan^{-1} \frac{K_a}{2|\dot{D}|}$$

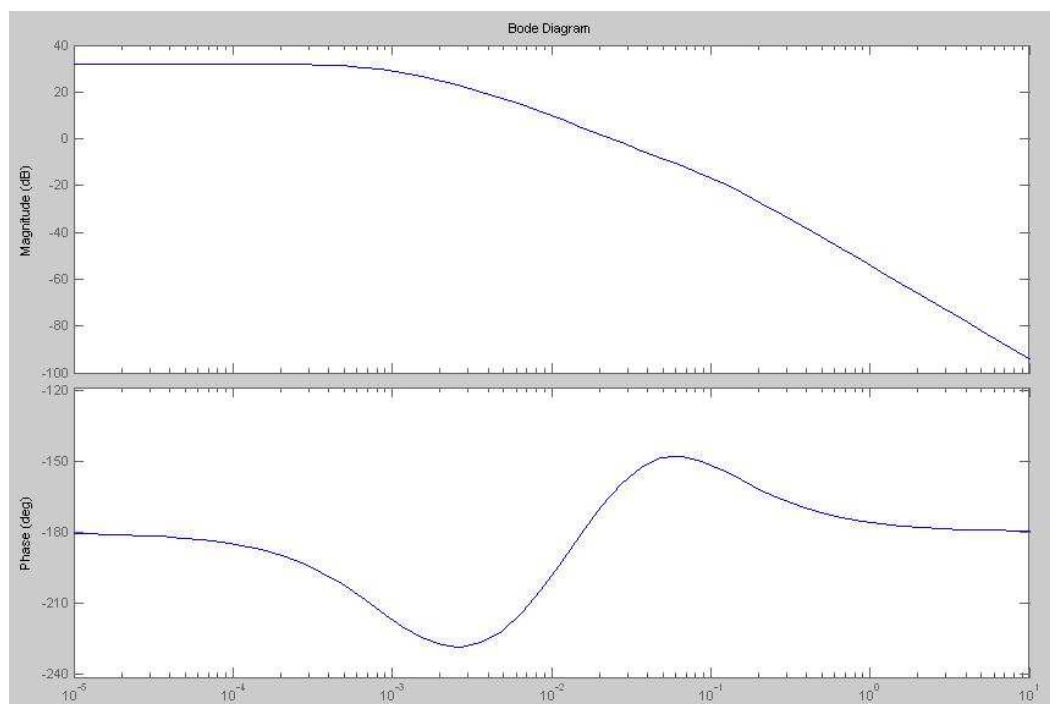
A cél-rakéta távolság csökkenésével a kinematikus tag $\frac{2|\dot{D}|}{|D|}$ alapprofrekvenciája változik, ezzel együtt változik az ω_c vágási körfrekvencia értéke is. A cél-rakéta távolság csökkenése változatlan stabilitási tartalék mellett a vágási körfrekvencia növekedését vonja maga után (II-24. ábra).



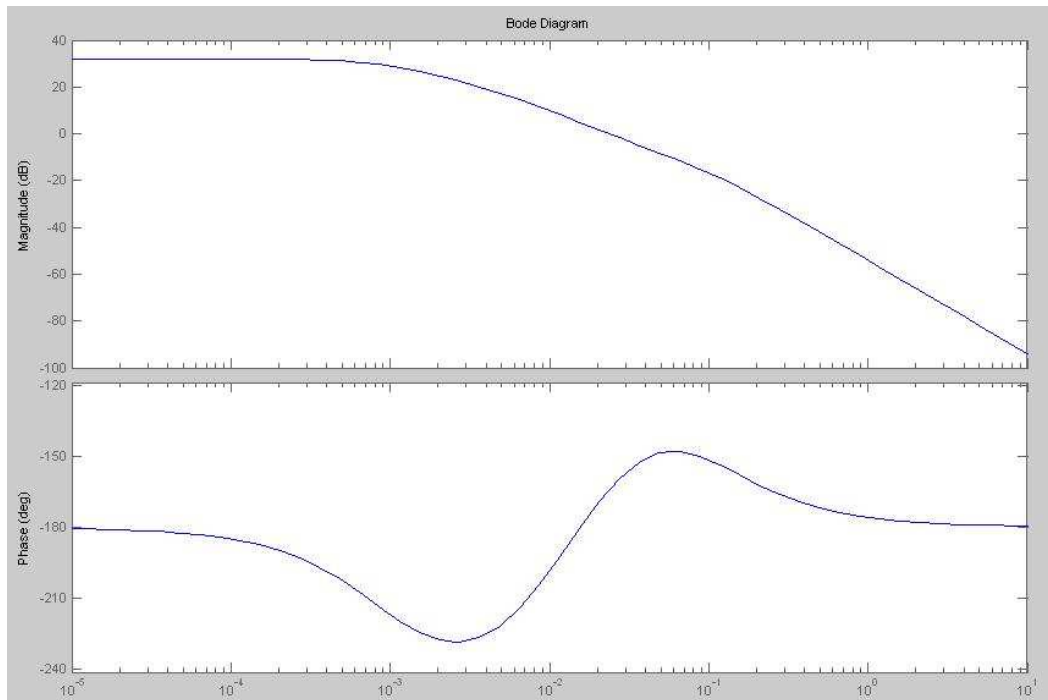
II-24. ábra. A távolság csökkenés hatására változik a rendszer Bode diagram jelleggörbéje

A cél-rakéta távolság jelentős csökkenése esetén a kinematikus tag alapprofrekvenciája növekszik és közelít a szabályozási kör tagjainak alapprofrekvenciájához. Ennek hatására mind amplitúdóban, mind fázisban jelentősen módosul a Bode diagram jelleggörbéje (II-24 ábra).

Ebből következően minél kisebb lesz a céltávolság, annál jobban közelít a kinematikus tag alapfrekvenciája a nagyobb frekvenciák felé, továbbá annál nagyobb negatív fázistolásokat okoznak az inerciális tagok, illetve ezzel csökken a stabilitási tartalék (II-25. ábra). A stabilitási (erősítési) tartalék csökkenése egyben az effektív zajsáv jelentős növekedését, a rávezetés fluktuációs hibájának növekedését eredményezi. Ennek a fizikai magyarázata az, hogy a távolság csökkenésével a cél már nem tekinthető pontszerűnek, ez a követőfejen a jelközép imbolygását okozza, ami a szabályozási kör stabilitásának elvesztéséhez vezet.



II-25. ábra. A felnyitott szabályozási kör Bode diagramja, amikor a cél távolsága nagyságrendileg azonos a cél relatív sebesség abszolút értékével (kis D esetén)



II-26. ábra. Az inerciális szűrővel kompenzált szabályozási kör BODE diagramja

A fluktuációs hiba csökkentése érdekében egy inerciális jelformáló szűrőt célszerű a rendszerbe kapcsolni, amely a fluktuációs hiba jelentős csökkenése mellett stabilizálja a rendszer jelleggörbét a rávezetés szempontjából kiemelkedően fontos kis céltávolság esetén (II-26. ábra).

Az inerciális jelformáló szűrő átviteli függvénye:

$$K_{SZ}(s) = \frac{1 + sT_{SZ2}}{1 + sT_{SZ1}} \quad (2.52)$$

ahol $T_{SZ1} \cdot T_{SZ2}$ - az inerciális jelformáló szűrő időállandói $T_{SZ1} > T_{SZ2}$

II-26. ábra Bode diagramjából az is leolvasható, hogy a jelformáló szűrő bekapcsolása után a rendszer kritikus frekvenciája független lesz a távolságtól, azt teljes mértékben a kör erősítési tényezője és a formáló szűrő alapfrekvenciája határozza meg! A szűrő ω_1 és ω_2 paramétereit ezért úgy célszerű megválasztani, hogy a rávezetési hiba négyzetes középértéke a lehető legkisebb legyen.

A felnyitott szabályozási kör optimalizált átviteli függvényében a korrekciós szűrő és a kompenzált légvédelmi rakéta csillapító giroszkóp szűrője is figyelembe van véve. A két szűrő időállandója megegyezik, így az átviteli függvény:

$$W_{10}(s) = (W_{1R}(s))/(W(s)) = (K_{1a}/(2|D'|)) / ((D/(2|D'|)s - 1)) \cdot [(1 + T_{1sz}2s)]^{1/2} / (1 + T_{1g}) \quad (2.53)$$

ahol: T_{1g} - a kompenzált légvédelmi rakéta giroszkóp szűrő időállandó

T'_{1g} - a kompenzált légvédelmi rakéta giroszkóp szűrő és korrekciós szűrő összevont időállandója.

$$T'_{1g} = \frac{T_{1g}}{1 + i_q K_R K_{ggya} \frac{V_R}{T_v}}$$

A 2.53 átviteli függvény nevezőjében lévő (korrekciós szűrők) beépítésével a szabályozási kör stabilitása a rávezetés szempontjából lényeges megközelítési távolságig biztosítható.

A találkozási ponthoz közeledve a rendszer instabillá válhat. A rendszer paramétereit ezért úgy kell megválasztani, hogy az instabillá válás távolsága kisebb legyen az önrávezető fej „elvakulási” távolságától. Az irányító rendszer stabilitásának elvesztése a célhoz közeledve kis távolságon, időben a találkozás előtt közel 1 másodperccel következik be. Ekkor a légvédelmi rakéta szabályozási köre elveszti stabilitását és a légvédelmi rakéta irányítatlanul repül a cél felé. Ha a stabilitás elvesztésének pillanatában a rakéta sebesség vektora a pillanatnyi találkozási pont¹⁸ irányába mutat, akkor a rakéta fizikailag is biztosan eltalálja a célt.

A rakéta – az önrányítás megszakadása utáni - irányítatlan repülésének ideje a találkozási pontig közel egy másodperc, ami gyakorlatilag nagyon lecsökkenti (kizárja) annak lehetőségét, hogy a cél, manőverezéssel elkerülje a megsemmisítést. Ennek az időnek, illetve távolságnak az értékét alapvetően a cél mozgás paramétereit, kisebb részben az önrávezető fej konstrukciós sajátosságai és a véletlen tényezők határozzák meg. Vizsgálataim célja annak megállapítása,

¹⁸ A pillanatnyi találkozási pont alatt azt a pontot értjük, ahol bekövetkezne a céllal való találkozás, ha a cél illetve a rakéta egyenes vonalú egyenletes sebességgel repülne tovább.

hogy a szabályozási kör stabilitásának elvesztése a cél mozgás paramétereinek és az önrávezető fej konstrukciós sajátosságainak függvényében mikor következik be.

KÖVETKEZTETÉSEK

Ebben a fejezetben az irányított légvédelmi rakéták, ezen belül az önirányítású légvédelmi rakéták rávezetési módszereit elemeztem. Meghatároztam a különböző rávezetési módszerek előnyeit, hátrányait, alkalmazásának korlátait. Ennek során bizonyítottam, hogy a légvédelmi rakéta megsemmisítési valószínűsége függ a célra történő rávezetési módszertől is. A megsemmisítési valószínűség és cél közelében a kinematikus röppálya görbülete között szoros korreláció áll fenn. A legkisebb röppálya görbületet a párhuzamos megközelítésű rávezetési módszer biztosítja, azonban közeledő célra történő tüzelés esetén ez nem alkalmazható, mivel a szabályozási kör instabillá válik.

A párhuzamos megközelítésű rávezetési módszer csak távolodó célra történő tüzelésre alkalmazható. Ezért alapvető rávezetési módszerként nem, csak kiegészítő rávezetésként alkalmazható.

Aerodinamikailag a légvédelmi rakéták irányítási rendszerei helyszögben és oldalszögben megegyezők, így elegendő csak az egyikkel, például a helyszög szerinti irányítási rendszer felépítésével foglalkozni. A helyszög szerinti irányítási rendszer felépítésének meghatározása után kidolgoztam a parancs kidolgozó berendezés analóg számítógépes modelljét. Bemutattam, hogy az önrávezető légvédelmi rakéta parancskidolgozó berendezésének átviteli függvényéből hogyan lehet realizálni analóg számítógéppel a parancskidolgozó berendezést. A differenciálegyenlet rendszer valós idejű megoldására az analóg számítógép a legköltséghatékonyabb eszköz.

A helyszög szerinti irányítási rendszer átviteli függvénye a kinematikus tag miatt nem lesz mindig stabil. Ez az instabilitás nem szüntethető meg kompenzálással, mivel az instabilitást maga a kinematikus tag időfüggő tényezői okozzák, azaz csak a cél közelében jelentkezik. A vizsgálatok alapján bizonyítottam, hogy a légvédelmi rakétát irányító szabályozási rendszer arányos rávezetés esetén a cél közelében - a találkozás előtt cca. 1 másodperccel elveszti stabilitását. Ennek alapvető oka, a szabályozási körben lévő kinematikus tag

instabilitása, ami kompenzációval nem szüntethető meg. Azonban, ha a stabilitás elvesztésének pillanatában a rakéta sebesség vektora a találkozási pontba mutat és a találkozási pont helyzete nem változik meg cél megsemmisítéséig, akkor a cél megsemmisítése a rakétára megadott valószínűséggel bekövetkezik. Mivel a légvédelmi rakéta stabilitásának elvesztése a cél sebességének függvényében a céllal történő találkozás előtt ≈ 1 másodperccel következik be, ezért a pilótának gyakorlatilag nincs esélye a megsemmisítés elől manőverrel kitérni. Az instabilitás pillanatát úgy lehet meghatározni, hogy először a rakéta repülési idő függvényében Bode diagramokon megjelenítem a szabályozási kör átviteli függvényét. Minden vizsgált idő pillanat Bode diagramjához meghatározható a szabályozási kör átviteli függvényének fázis tartaléka. Ott ahol a szabályozási kör fázistartaléka megközelíti a zérus értéket, részletesebben (tized másodpercenként) megvizsgálom a fázis tartalék alakulását és ezek alapján határozom meg azt a pillanatot, ahol a fázis tartalék értéke zérussá válik. A részletesebb vizsgálatok eredményeit Nyquist diagramokon mutatom be.

III. MISTRAL 2 KÖZELI HATÓTÁVOLSÁGÚ LÉGVÉDELMI RAKÉTA SZABÁLYOZÁSI KÖR ANALÍZISE

1. Légvédelmi rakétakomplexum megsemmisítési zónáját meghatározó tényezők

A megsemmisítési zóna a légvédelmi rakétakomplexum harci lehetőségeinek alapvető jellemzője. A megsemmisítési zóna a tüzelés hatékonyságának figyelembe vételével meghatározza a komplexum hatótávolságát magasság és irány paraméter szerint.

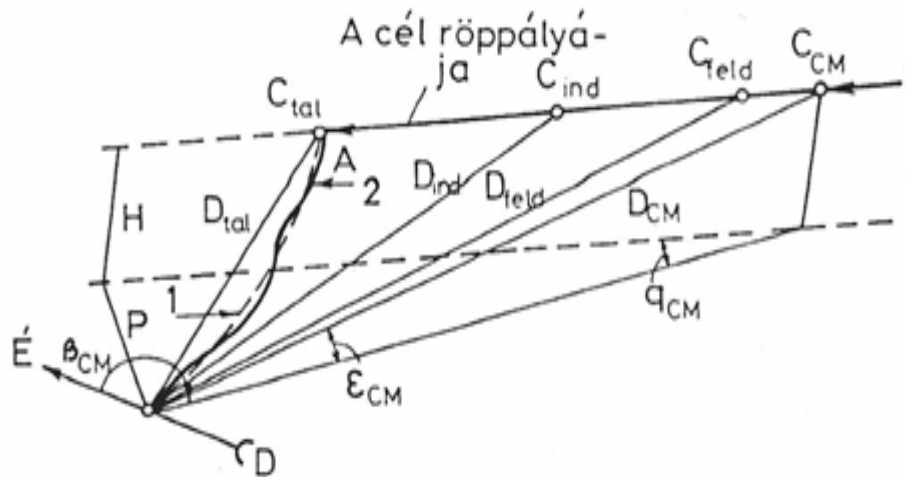
Definiálva a megsemmisítési zóna: a légvédelmi komplexum körüli légtér azon része, amelynek minden pontjában a cél megsemmisítése irányított légvédelmi rakétával, adott valószínűség szerint tervezett tüzelési körülmények között¹⁹ biztosított [47, 48].

Ezen belül értelmezzük a *realizálható megsemmisítési zónát*, amely a megsemmisítési zóna azon része, amelyben biztosított az adott típusú cél megsemmisítése a megadott valószínűséggel korlátozott tüzelési körülmények között [48].

A *tüzelési zóna* a komplexum körüli légtér azon része, amelyben biztosított a rakéta rávezetése a célra [48].

Azért, hogy a cél megsemmisítése a megsemmisítési zónában történjen, szükséges, hogy a rakétát - a célsebesség függvényében - egy meghatározott idő intervallumban indítani. Ezt szemlélteti a célmegsemmisítés algoritmusát bemutató III-1. ábra.

¹⁹ *Tervezett tüzelési körülmények:* adott határértéken belüli céljellemezők és mozgás paraméterek (a cél sebessége, magassága, a célról érkező infravörös jel nagysága), valamint a cél megfigyelését nem befolyásoló (zavaró) légköri és terep viszonyok. Terep viszonyok alatt a cél felderítését és stabil követését lehetővé tevő nulla közeli fedező szögert értjük.



III-1. ábra. A célmegsemmítés algoritmus [46f]

A III-1. ábrán az alábbi távolságok és szögek láthatók:

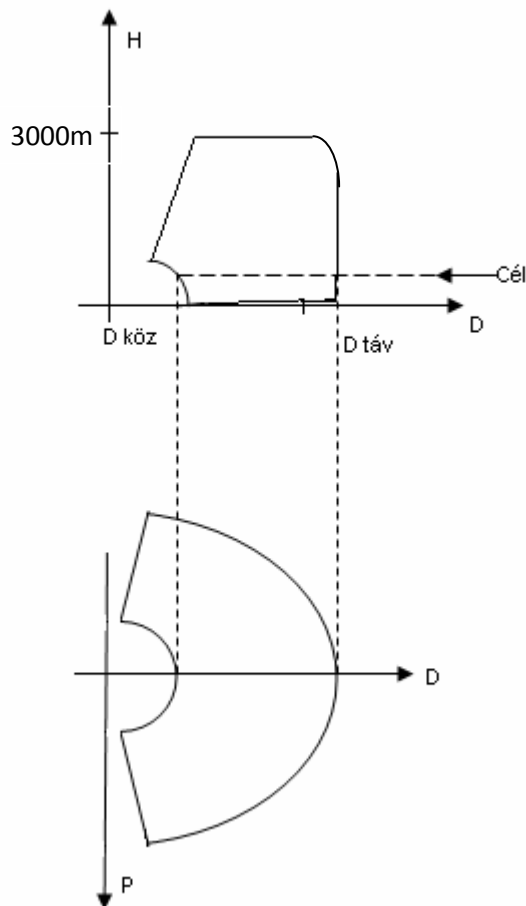
- a légi cél helyzete (C_{CM}) és a cél távolsága az indítási ponttól (D_{CM}) a célmegjelölés pillanatában;
- a légi cél helyzete (C_{feld}) és a cél távolsága az indítási ponttól (D_{feld}) a célfelderítés pillanatában;
- a légi cél helyzete (C_{ind}) és a cél távolsága az indítási ponttól (D_{ind}) a rakéta indítás pillanatában;
- a légi cél helyzete (C_{tal}) és a cél távolsága az indítási ponttól (D_{tal}) a cél és a rakéta találkozásának pillanatában;
- a célmegjelölés helyszöge (ϵ_{CM}) és oldalszöge (β_{CM}), a cél sebesség vektor és a rakéta-cél egyenes bezárt szöge (q_{CM}) a célmegjelölés pillanatában, a cél magassága (H_c) és a cél paramétere (P);
- a rakéta szükséges és tényleges (1 és 2) röppályája;
- a röppálya azon pontja (A), ahol bekövetkezik a harci rész felrobbanása.

A megsemmisítési zónát paraméteres koordináta rendszerben ábrázoljuk (III-2. ábra) és távoli, közeli, felső és alsó határaival jellemezzük.

A megsemmisítési zóna határainak helyzetét általános esetben az egyidejűleg ható nagy számú összetevő határozza meg, amelyek szoros korrelációban vannak a komplexum jellemző paramétereivel, a tüzelési viszonyokkal, valamint a cél mozgás paramétereivel:

- a légi célok jellemzői (a légi célok mozgásparaméterei, a légi célról érkező detektálható infravörös jel nagysága, stb);
- tüzelési viszonyok (zavarviszonyok, célok manőverezése);
- a rakéta irányítási kör és a rávezetés paraméterei;
- a rakéta harci rész és a távolsági gyújtó paraméterei;
- a rakéta repülési és a cél manőverezési lehetőségei;
- a cél felderítő és követő rádiólokációs eszközök lehetőségei.

Az értekezésben a légi célok mozgásparamétereinek korrelációjában a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta felnyitott irányítási körének fázistartalékát, stabilitását vizsgálom.



III-2. ábra. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta megsemmisítési zónájának ábrázolása két egymásra merőleges síkban paraméteres koordináta rendszerben

A megsemmisítési zóna felső és távoli határát meghatározó tényezők

A megsemmisítési zóna felső és távoli határát a találkozási pont magasságának és távolságának olyan értékei határozzák meg, amelyeknél a célra történő tüzelés hatékonysága nem kisebb a rakétára meghatározott értéknél. Egy rakétával történő tüzeléskor a cél megsemmisítési valószínűsége a rávezetési hiba és a célmegsemmisítés feltételes törvényének jellemzőitől függ. A cél mozgás paraméterei, az alkalmazott rávezetési módszer és az indítás kezdeti feltételei, az adott rakéta sebesség mellett definiálják a rakéta röppályáját. A matematikailag számított röppályától való eltérés olyan nagyságú és irányú kormánylapát elfordulásokat hoz létre, amely a rakétát visszaállítja a kiszámított kinematikai röppályára [46c,47,48].

A röppálya görbületét a normális túlterhelésekkel szokás jellemezni. Ahhoz, hogy a cél megsemmisíthető legyen, biztosítani kell, hogy a rakétára jellemző maximális túlterhelések értéke meghaladja a cél megsemmisítéséhez szükséges túlterheléseket. A realizálható túlterhelések értékét a rakéta sebessége, a kormánylapátok felületének nagysága és a kormánylapátok maximális elfordulása határozza meg. Ily módon a túlterhelések értéke az a számított túlterhelési érték, ami ahhoz kell, hogy a rakéta a cél mozgás paramétereinek változásában bekövetkezett eltéréseket korrigálja és a rakétát kivezesse a kiszámított kinematikus röppályára.

A cél manőverezése következtében a különböző időpillanatokban a kinematikai röppálya nagymértékben változhat. A kinematikus röppályára történő rávezetés során a parancskidolgozó berendezés előállítja a szükséges parancs feszültségeket. Ezt a parancs feszültséget egy gyors működésű egyenáramú motor alakítja át kormánylapát elfordulássá. Azonban a légvédelmi rakéták nem képesek bármekkora túlterhelést törés nélkül elviselni. Ezért a parancs feszültség és a kormánylapát elfordulás nagysága is behatárolt, azaz az esetleges túlterhelés is határolva van. A MISTRAL 2 légvédelmi rakétánál a kormánylapát elfordulások maximális értéke 30° [44a].

Az eddig tárgyaltakon kívül a rakéta megsemmisítési zónáját behatárolja az a távolság is, amelynél a rakéta sebesség csökkenése folytán a rendelkezésre álló túlterhelés értéke egy kritikus szint, a cél megsemmisítéséhez szükséges túlterhelési érték alá csökken. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta esetén, mivel a

rakéta rávezetése a célra a rakéta repülésének passzív szakaszán valósul meg, a megsemmisítési zóna távoli határát alapvetően az az idő pillanat határozza meg, amikor a realizálható túlterhelés értéke a rávezetéshez szükséges kritikus túlterhelés értéke alá csökken. A poligon eredmények azt mutatják, hogy 310 m/s-os rakéta sebesség felett a légvédelmi rakéta mozgási energiája elegendő a közeledő 70m/s-os sebességű cél leküzdéséhez a földközeli magasságon.

Az infra követőfejes légvédelmi rakéták megsemmisítési zónájának távoli határát egy másik tényező, a követő fej érzékenysége jelentősen korlátozza. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta követőfeje egy vadászrepülőgépet 7000 m-es ferdetávolságon képes elfogni. Ebből meghatározható az adott célsebességhez tartozó megsemmisítési zóna elméleti távoli határa (III-1 táblázat) [44b, 50, 51].

III-1. táblázat. A megsemmisítési zóna elméleti távoli határa (D_t) a célsebesség (v_c) függvényében

v_c (m/s)	100	200	300	400
D_t (m)	5750	4900	4300	3800

A megsemmisítő zóna távoli határa a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta esetén tehát erősen sebesség függő. A légvédelmi rakéta maximális repülési ideje 14. másodpercig tart. Ekkor már a rakéta sebessége lecsökken a kritikus 310 m/s-ra és távolsága 6190m az indítási ponttól. A 7000m-es távolságon történő célelfogásból és a rakéta maximális repülési távolságából meghatározható az elméleti minimális célsebesség (70m/s), amit ezen feltételek esetén a rakéta képes megsemmisíteni.

Az indítás utáni 14. s-ban működésbe lép a légvédelmi rakéta önmegsemmisítő rendszere. Erre a saját erők védelme érdekében van szükség [44c, 50].

A megsemmisítési zóna alsó és közeli határát befolyásoló tényezők

A megsemmisítési zóna alsó határát adott irányban - a domborzati viszonyoktól függően – a cél felderítési és követési lehetősége determinálja.

A megsemmisítő zóna közeli határát két tényező befolyásolja. Az egyik a légvédelmi rakétának a kinematikai pályára történő kivezérhetőségének ideje, a másik pedig a rakéta adott magasság eléréséhez szükséges repülési idő.

A megsemmisítő zóna közeli határát a két időtényező közül a nagyobb határozza meg a cél magasságának függvényében. A kinematikai pályára történő kivezérhetőség ideje MISTRAL 2 légvédelmi rakéta esetén kisebb, mint 4 másodperc [44c].

A rakéta 4 másodperc alatt 1675m-re távolodik el az indítási ponttól (ferde távolság), ezért a megsemmisítési zóna közeli határának ferde távolsága nem lehet kisebb ennél az értéknél. A magasság függvényében természetesen ennek a vízszintes vetülete változik. Az adott magasság eléréséhez szükséges repülési időt pedig a III-2. táblázat mutatja a kinematikus pálya vízszintessel bezárt szöge alapján, melyet a rakéta által megtett út alapján szögfüggvénnyel határoztam meg. A táblázatban feltüntetett értékek valamint 3000m-es célmagasság esetén a megsemmisítő zóna közeli határához a rakéta repülési ideje több mint 6s.

III-2. táblázat. A légvédelmi rakéta kinematikus röppálya magassága (H_R) a kinematikus röppálya vízszintessel bezárt szöge (α), a repülési idő (t_{Rrep}) függvényében

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7
H_R (m) ha $\alpha=65^\circ$	1518	2114	2646	3126
H_R (m) ha $\alpha=70^\circ$	1574	2192	2743	3241
H_R (m) ha $\alpha=75^\circ$	1618	2254	2820	3331
H_R (m) ha $\alpha=80^\circ$	1650	2298	2875	3397

A megsemmisítő zóna távoli határát $v_c=400\text{m/s}$ célsebesség, $H_c=3000\text{m}$ célmagasság, 7000m-en történő elfogás és rakéta indítás esetén a rakéta ~8,5s alatt éri el. A megsemmisítő zóna ferde távolsága ekkor ~4150m, vízszintes vetülete ~2700m. Ilyen magasságú célra a rakéta repülési ideje a megsemmisítő zóna közeli határáig több mint 6s. A légi célra történő indításra így alig 2-2,5s áll a rendelkezésre. Figyelembe véve a lövész reakció idejét is, csak nagyon jól

kiképzett és begyakoroltatott lövő állománnyal lehetséges az ilyen célok megsemmisítése [44c]!

Az analízishez szükséges idővariáns és nem idő variáns paraméterek meghatározása

Az analízis során a légvédelmi rakéta szabályozási kör fázis tartalékát (stabilitását) vizsgáltam a kinematikus pályára történő kivezérlés pillanatától a célmegsemmisítés pillanatáig a rakéta repülésének minden egész másodpercében, különböző célparaméterek esetén. Az analízis egyik meghatározó feltétele a rakéta sebességének meghatározása a kinematikus röppályán történő mozgása során. A rakéta sebessége az indítócsőből történő kivetés után eléri a 37 m/s-t. 130 ms-mal az indítás után megtörténik az indítóhajtómű leválasztása a gyorsító hajtóműről. Az indítás után 500 ms-mal begyújt a rakéta gyorsító hajtóműve, amely 1,3 s-ig 760 KN tolóerőt, majd 0,9 s-ig 280 KN tolóerőt fejt ki. Ezen idő alatt a rakéta sebessége eléri a 840 m/s-os végsebességet. A gyorsító hajtómű kiégése után a rakéta gyorsítása megszűnik és megkezdődik a repülés passzív szakasza. Ezen a szakaszon a rakéta mozgási energiáját felhasználva repül a kiszámított találkozási pont felé [44c, 50, 52].

A passzív szakaszon a rakétára három erő hat: a súly erő, a felhajtó erő és a légellenállási erő. Ezek közül a súly erő és a felhajtóerő egymással az ellentétes irányú erő, amelyek a rakéta sebességére csak korlátozottan hatnak, ezért a vizsgálataim további részében ezeket elhanyagoltam.

A légellenállási erőt – amely döntően befolyásolja a rakéta sebességét- az alábbi képlettel lehet meghatározni:

$$F_{\text{lég ell}} = v_R^2 A C_w \frac{\rho}{2} \quad (3.1)$$

ahol: $F_{\text{lég ell}}$. a légellenállási erő nagysága;

v_R . rakéta sebessége;

A - rakéta hatásos keresztmetszete a repülési

irányban; C_w - rakéta légellenállási tényezője;

ρ - levegő sűrűsége.

A levegő sűrűsége ugyan a magasság növekedésével fordítottan arányos, azonban 3000 méter magassági tartományig csak kis mértékben változik, ezért a továbbiakban ennek értékét állandónak tekintetem.

A légellenállási erő a rakétát úgy fékezi, hogy az negatív irányú gyorsulást idéz elő:

$$F_{\text{leg ell}} = -ma \quad (3.2)$$

ahol: m - a rakéta tömege;

a - a rakéta negatív irányú gyorsulásának értéke.

A két egyenletet egyenlővé téve és ebből kifejezve a gyorsulás értékét:

$$-a = v_r^2 \frac{AC_w \rho}{2m} \quad (3.3)$$

A negatív gyorsulás értéke, azaz a rakéta sebesség csökkenése négyzetesen arányos a rakéta pillanatnyi sebességével, másképpen a rakéta sebessége az idővel négyzetesen csökken.

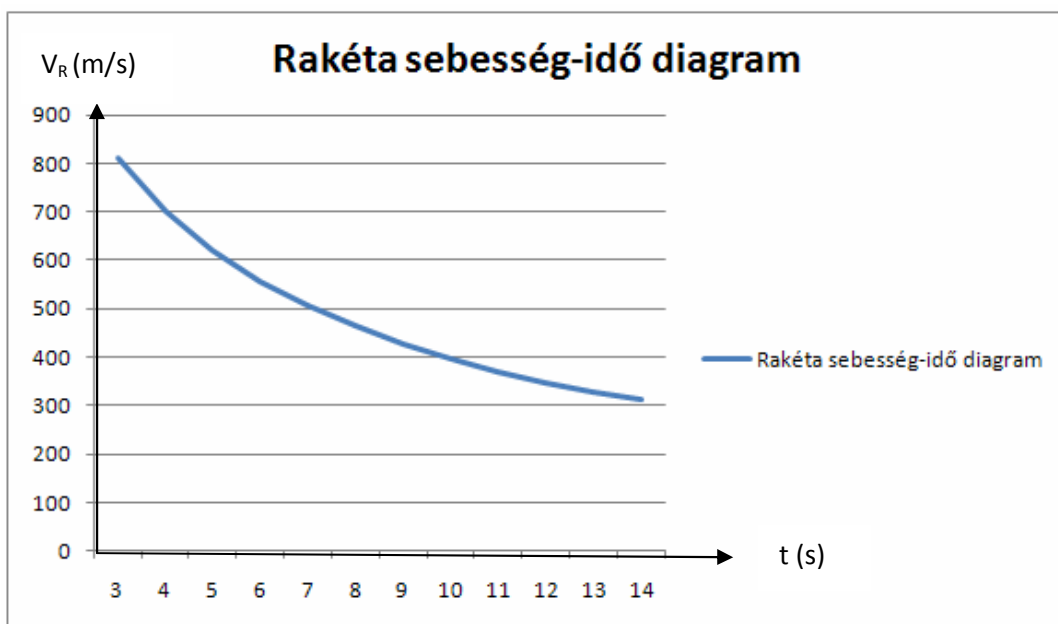
$$v_{R \text{ pill}} = 840 - k v_{R \text{ pill } t-1}^2 \quad (3.4)$$

ahol: k - arányossági tényező;

$v_{R \text{ pill}}$ - a rakéta pillanatnyi repülési sebessége (m/s);

$v_{R \text{ pill } t-1}$ - a rakéta sebessége az előző másodpercben (m/s).

A MISTRAL 2 komplexumnál a rakéta sebessége a 14. másodpercben 310 m/s-ra csökken. A rakéta a passzív szakaszon való repülési ideje: 11,3 s [44d, 54].



III-3. ábra. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta sebesség-idő grafikonja

A rakéta sebesség-idő grafikonját a francia szakemberek megadták, amelyek a részletes vizsgálatok alapján képezik (III-3. táblázat), a rakéta sebesség-idő grafikonját pedig a III-3. ábra mutatja.

III-3. táblázat. A rakéta repülési idő az indítás pillanatától számítva (t_{Rrep}) és a rakéta pillanatnyi sebesség ($v_{R pill}$) kapcsolata

t_{Rrep} (s)	2,7	3	4	5	6	7
$v_{R pill}$ (m/s)	840	812	703	622	558	507
t_{Rrep} (sec)	9	10	11	12	13	14
$v_{R pill}$ (m/s)	425	396	370	348	328	311

A légvédelmi rakéta pillanatnyi sebességének pontos meghatározása alapvető fontosságú a szabályozási kör vizsgálata szempontjából, mert ennek a hibája minden további számításban megjelenik. Az elméleti értékek közelítése a valóságos értékekhez a matematikai modellalkotás szempontjából a következtetések helytállóságát biztosítja, ezért fontos a légvédelmi rakéta pillanatnyi sebességének minél pontosabb meghatározására.

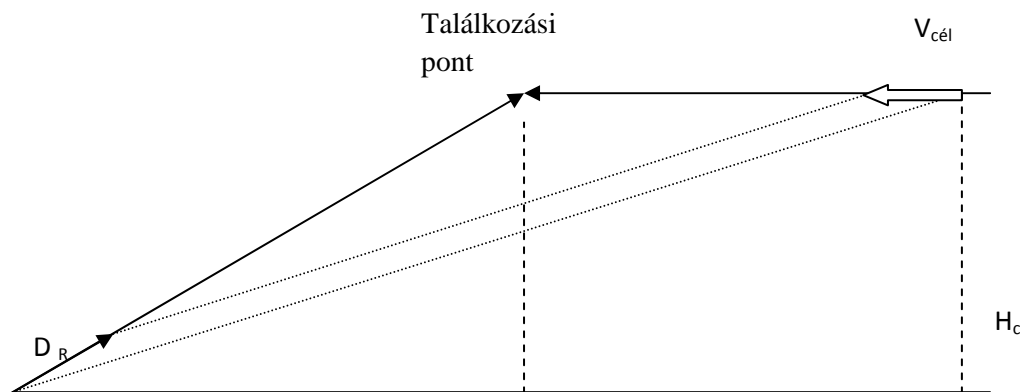
A rakéta aktív repülési ideje 2,7 s [44b, 51, 52 55, 57, 58], a passzív repülési ideje pedig maximálisan 11,3 s lehet. Az analízis során a találkozási

pontig hátralévő idő ($t_{találk}$) alapján határoztam meg a szabályozási kör stabilitását. A találkozási pontig hátralévő idő meghatározásához először azt szükséges definiálni, hogy az indítás után a cél megsemmisítése (t_{megs}) mennyivel később következik be:

$$t_{találk} = t_{megs} - t_{R rep} \quad (3.5)$$

A további paraméterek meghatározása során abból a feltételezésből indultam ki, hogy az arányos rávezetési módszert alkalmazva a légvédelmi rakéta kinematikai röppályája közelítőleg egyenes. A valóságban csak nagy céltávolság esetén tekinthető a kinematikus röppálya egyenesnek, a cél közelében a kinematikus pálya görbül.

A rakéta – cél ferdetávolság meghatározásához folyamatosan ismernünk kell a rakéta és a cél pillanatnyi távolságát a rakéta indítási helyétől.



III-4. ábra. A rakéta és a cél helyzete a függőleges síkban arányos rávezetés esetén

ahol D_R - a rakéta által megtett távolság

Határozzuk meg a rakéta gyorsulását. Az $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ összefüggés alapján a rakéta gyorsulása: 496 m/s^2 . A megtett út meghatározható az $s = \frac{a}{2} t^2$ összefüggés alapján. A kivető hajtómű 15 m-re távolítja el a rakétát, amikor begyűjt a gyorsító hajtómű. Ezek alapján a rakéta által megtett út a hajtóművek kiégésének pillanatáig [44a,50,51,52,55,57]:

$$D_{aktív rep} = 660 + 15 = 675 \text{ m.} \quad (3.6)$$

A rakéta által megtett út két részre bontható: az aktív repülés alatt és a passzív repülés alatt megtett útra. Az aktív repülés alatt megtett út távolsága a 675 m, míg a passzív repülés alatt megtett utat az önmegsemmisítés bekövetkeztéig a III-4. táblázat tartalmazza.

III-4. táblázat. A rakéta sebessége (v_R), a rakéta és az indítási pont ferde távolsága (D_R) a rakéta repülési idő (t_{Rrep}) függvényében

$t_{Rrep}(s)$	2,7	3	4	5	6	7	8
v_R (m/s)	840	812	703	622	558	507	464
D_R (m)	675	921	1673	2332	2919	3448	3932
$t_{Rrep}(s)$	9	10	11	12	13	14	
v_R (m/s)	429	398	372	349	329	311	
D_R (m)	4376	4788	5172	5532	5870	6190	

Ebből következően a légvédelmi rakéta elméleti maximális repülési távolsága az indítási ponttól 6190 m. Ez ferde távolság: a cél 3000 m-es repülési magassága esetén ennek vízszintes vetülete 5400 m.

Miután meghatároztuk a rakéta által megtett utat és ismerjük a cél sebességét, valamint a megsemmisítés pontos időpontját és távolságát az indítási ponttól, meghatározhatjuk a cél és a rakéta közötti távolságot:

$$D_{C-R} = \sqrt{(D_{R-TP} \cos \varphi + v_c t_{találk})^2 + (D_{R-TP} \sin \varphi)^2} \quad (3.7)$$

ahol D_{C-R} - cél-rakéta közötti távolság (m);

D_{R-TP} – rakéta a találkozási pont távolsága (m);

φ – indítási pontot és a találkozási pontot összekötő egyenes helyszöge ($^\circ$);

$t_{találk}$ - a találkozásig hátralévő idő (s);

v_c - a cél sebessége (m/s).

A cél - rakéta közeledési sebesség kiszámítására az alábbi egyenletet használtam:

$$\dot{D} = \sqrt{(v_c + v_R \cos \varphi)^2 + (v_R \sin \varphi)^2} \quad (3.8)$$

A légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének analízise

A felnyitott szabályozási kör stabilitását a rakéta kinematikus röppályára történt kivezérlése utáni időpillanattól a célmegsemmisítés időpillanatáig másodpercenként vizsgáltam.

Az önrávezető légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének átviteli függvényét a 2.52 egyenlet határozza meg. Az egyenletben szereplő értékek a technikai leírás adatai alapján [44d, 44e]:

$K_a=5460$ m/s - a felnyitott szabályozási kör eredő műszeres erősítési tényezője,

$T_{ck}=0,49$ s - a célkoordinátor átviteli függvény időállandója;

$T_{gya}=1$ s - az inerciális összevont korrekciós szűrő időállandója²⁰;

$T_{gya'}=0,316$ s - az összevont korrekciós szűrő időállandója;

$T''_R=0,087$ s - a robotpilóta időállandója;

$T_{sz1}=2$ s – a PKB átviteli függvény időállandója;

$T_{sz2}=0,4$ s – a PKB átviteli függvény és a giroszkóp időállandója;

$T_{sz3}=0,1$ s – a PKB átviteli függvényének időállandója;

$\xi''_R=0,785$ – a robotpilóta átviteli függvényének csillapítási tényezője.

Mivel a rakéta átviteli függvénye nem stacioner, azaz két paraméter idővariáns, ezért a vizsgálatokat csak egy adott időpillanatra (másodpercre) lehet elvégezni. A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta átviteli függvényének meghatározása során a 2.52 egyenletből indultam ki, amelybe behelyettesítettem az ismert paraméterek értékét, így megkaptam a légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének átviteli függvényét az idővariáns tagokkal:

$$W_o(s) = \frac{W_R(s)}{W(s)} = \frac{K_a / 2\dot{D}}{\left(\frac{D}{2\dot{D}}s - 1\right) \frac{(1 + 0,4s)^2}{(1 + 2s)(1 + 0,49s)(1 + 0,316s)(1 + 0,1s)} \frac{(1 + 1s)}{1 + 2 \times 0,785 \times 0,087s + (0,087s)^2}}$$

(3.9)

²⁰ A korrekciós szűrőt mellett a kompenzált légvédelmi rakéta csillapító giroszkópjának szűrőjét is tartalmazza.

Az analízis során a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási kör átviteli függvény (3.9 egyenletet) fázis tartalékát vizsgáltam meghatározott célparaméterek és a rakéta repülési idő függvényében, illetve ábrázoltam Bode és Nyquist diagramokon a Matlab® program segítségével. A diagramok alapján a Bode, illetve Nyquist stabilitási kritériumok szerint analizáltam a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta irányítási rendszer stabilitását a rakéta repülési idő függvényében.

A szabályozási kör részletes analízise

Az önrávezető rakéták felnyitott szabályozási körének átviteli függvényéből következik, hogy a felnyitott kör nem stabil, mert egy negatív pólusa van. Ezt a negatív pólust az önrávezető rakéta kinematikus tagja okozza. A negatív pólust, amely még idővariáns is nem lehet megszüntetni, ami a kinematikus röppálya végén a rakéta szabályozásának (célra irányításának) instabilitását okozza.

A 3.9 egyenletből következően a légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitását az idővariáns paraméterek, a cél-rakéta távolság és a rakéta célhoz mért közeledési sebessége határozza meg. Ezen paraméterek értékét emellett még a légi cél sebessége, magassága, irányparamétere és a légvédelmi rakéta repülési ideje is befolyásolja, ezért megvizsgáltam, hogy ezen paraméterek változása hogyan változtatja meg a légvédelmi rakéta rávezetését, azaz a légvédelmi rakéta szabályozási körének stabilitását. Az analízis során feltételeztem, hogy a cél 0 irányparaméteren repül az indító állás helye felé. Vizsgálataim során a célsebesség, a célmagasság és a találkozási pont távolsága közül két paramétert rögzítettem és a harmadik paramétert változónak tekintettem. Ezek alapján a vizsgálatokat az első alfejezetben a magasság függvényében 13s-os rakéta repülési idővel végeztem el.

A második alfejezetben a találkozási pont helyzetének a megsemmisítési zóna mélységében történő változása (a légvédelmi rakéta repülési ideje a találkozási pontig) alapján végeztem vizsgálatokat. A harmadik alfejezetben a célsebesség változásának hatását vizsgáltam a szabályozási kör stabilitására. A negyedik alfejezetben a távolodó célokra a célsebesség függvényében vizsgáltam a szabályozási kör stabilitását.

Vizsgálataimat három részre bontva végeztem. A első részben azt analizáltam, hogy a rakéta célra történő rávezetése folyamán hogyan változnak az átviteli függvény idővariáns paraméterei. Ennek definiálásához azonban szükséges a cél távolságának és a cél rakéta közeledési sebességének pontos meghatározása a 3.7 és a 3.8 egyenletek alapján. A cél-rakéta távolság értékeit az analízis során a táblázatokban tüntettem fel, míg a közeledési sebességet az idővariáns paraméterek számítására használom fel.

A vizsgálataim második részében a kiszámított és a táblázatokban megadott értékek alapján meghatározom a felnyitott szabályozási kör fázis tartalékát a rakéta vizsgált repülési ideje függvényében.

A vizsgálataim harmadik részében definiálom a légvédelmi rakéta (zárt) irányítási rendszerének stabilitását a rakéta repülési idejének függvényében és meghatározom a stabilitás elvesztésének idő pillanatát, valamint ebben az időpillanatban a cél távolságát a rakétától.

Számításaim eredményeit, az idővariáns paraméterek értékeit és az ebből számított a stabilitás vizsgálat eredményét, a fázis tartalékot táblázatba foglaltam. Azért, hogy számításaimat ellenőrizni lehessen, megadtam a táblázatokban a fontosabb részeredményeket is, amit a Bode, illetve a Nyquist diagram szerkesztéséhez használtam fel. Az analízist a 3.9 egyenletre és a táblázatokban kiszámított értékekre végeztem el. Az analízis eredményeként meghatároztam a fázistartalékot és ez alapján definiáltam szabályozási kör stabilitását: vagyis azt, hogy a légvédelmi rakéta célra történő irányítása az adott pillanatban biztosított-e. Az analízis alapján meghatároztam azt az idő pillanatot, ameddig még a légvédelmi rakéta rávezetése a célra stabilan biztosított. A szabályozási kör vizsgálatát először a megsemmisítési zóna távoli határára végeztem el úgy, hogy a cél paraméter értékét 0 m-en, a cél magasságát 3000 m-en rögzítettem, és csak a cél sebességét változtatva vizsgáltam hatását a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta irányítási rendszerének stabilitására.

2. Szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna távoli határán

A szabályozási kör vizsgálatát a fejezet további részében a megsemmisítési zóna távoli határára (5871m-es ferde távolságra, 13s-os rakéta repülési időre) végeztem el úgy, hogy a cél paraméter értékét 0 m-en, a cél sebességét 100 m/s-on rögzítettem. A cél magasságának függvényében elemeztem a légvédelmi rakéta irányító rendszer fázis tartalékának változását. A fázis tartalék alapján vizsgálom a szabályozási kör stabilitását az 1000 m-es, a 2000 m-es, és a 3000 m-es célmagasság mellett a rakéta repülési idő függvényében. A szabályozási kör vizsgálatát a légvédelmi rakéta repülési idejének 4s és a 12s közötti minden egész másodpercben elvégeztem. A 4s előtti másodpercekben a rakéta kinematikus pályára való kivezérlése, illetve a 13. másodpercben pedig a célmegsemmisítése miatt nem végeztem analízist.

A szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna távoli határán (13s- os rakéta repülési idővel számolva), a rakéta repülési idő függvényében, $H_c= 3000m$ és $v_c=100m/s$ esetén

A rakéta repülési idő függvényében definiáltam a rendszer stabilitására ható idővariáns paramétereket, majd ezek segítségével meghatároztam a légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási kör átviteli függvényének Bode diagramját és a diagram legfontosabb mutatóit, a fázis tartalék, az amplitúdó tartalék és a vágási körfrekvencia értékeit a rakéta repülési idő függvényében.

III-5. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{rep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{z|D|}, \frac{D}{z|D|})$ közeledő $v_c=100m/s$, $H_c= 3000m$ cél és $t_{Rrep}=13$ s idő esetén

t_{rep} (sec)	4	5	6	7	8
$v_{R\ pill}$ (m/s)	703	622	558	507	464
D_{C-R} (m)	4991	4245	3572	2954	2383
$\frac{K_a}{z D }$	3,4530	3,8491	4,2279	4,5916	4,9419
$\frac{D}{z D }$	3,1563	2,9928	2,7657	2,4839	2,1565
$\varphi(t)$ [°]	36,59	37,03	37,05	36,73	35,96

K_t	0,2894	0,2596	0,2364	0,2177	0,2023
ω_c [rad/s]	0,7015	0,7983	0,9135	1,0587	1,2526

A táblázatban használt jelölések magyarázata:

$v_{R\text{ pill}}$ - A légvédelmi rakéta pillanatnyi sebessége

D_{C-R} a cél-rakéta távolsága

$\frac{K_a}{2|D|}$ - időfüggő paraméter

$\frac{D}{2|D|}$ időfüggő paraméter

$\varphi(t)$ - fázis tartalék

K_t - amplitúdó tartalék

ω_c - vágási körfrekvencia

A vizsgálatok eredményeit a III-5. és a III-6. táblázat tartalmazza. Az eredményeket a III-5. és a III-6. ábrán mutatom be.

III-6. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{R\text{rep}}, v_{R\text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=3000\text{m}$ cél és $t_{R\text{rep}}=13\text{ s}$ esetén

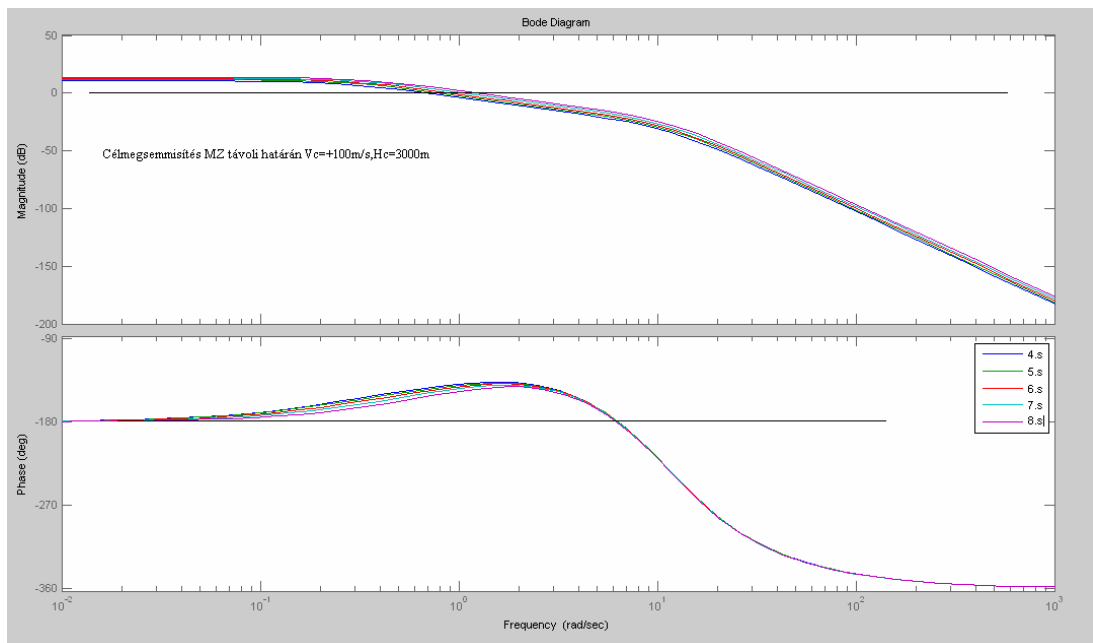
$t_{R\text{rep}}$ (s)	9	10	11	12	13
$v_{R\text{ pill}}$ (m/s)	429	398	372	349	329
D_{C-R} (m)	1849	1349	876	428	0
$\frac{K_a}{2 D }$	5,2800	5,6069	5,9234	6,2302	
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	1,7882	1,3849	0,9502	0,4884	
$\varphi(t)$ [°]	34,42	31,16	22,88	-3,83	
K_t	0,1893	3,7535	2,2812	0,8830	
ω_c [rad/s]	1,5341	1,9909	2,8724	5,0880	

Következtetések

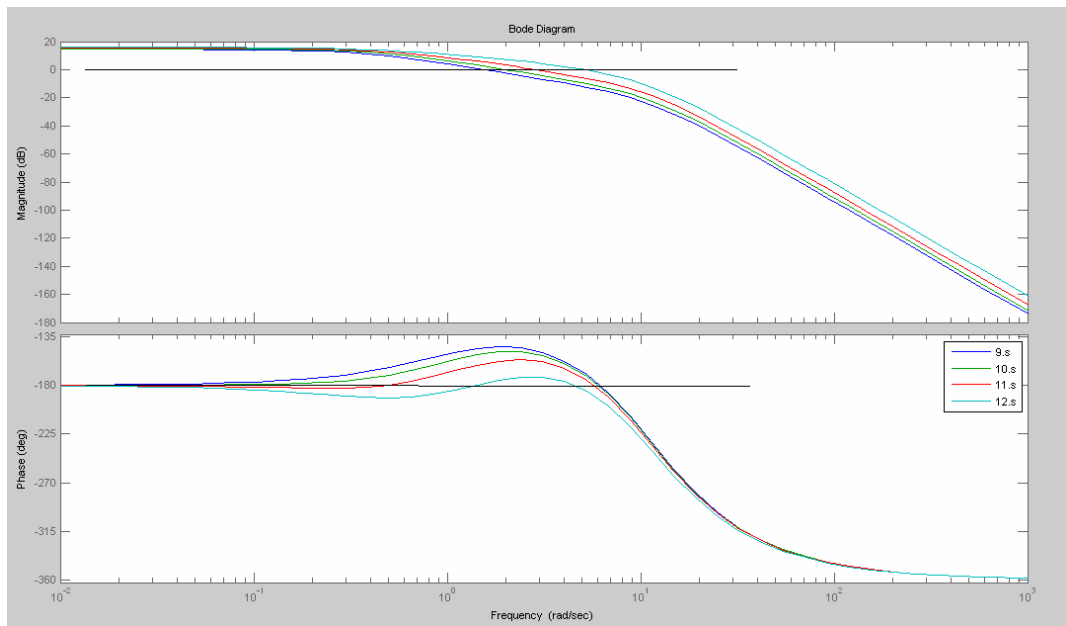
A III-5. és a III-6. táblázat, valamint a III-5. és III-6. ábra Bode diagramja alapján a légvédelmi rakéta irányítása a repülés kezdeti szakaszán (4 s ÷ 10 s között) kellően stabil és értéke kezdetben még emelkedik (6s-ig 36,59°-ról 37,05°-ra), majd lassan csökken (31,16°-ig) a repülés 10. másodpercéig. A vágási

körfrekvencia a rakéta repülése során lassan eltolódik (0,7015 rad/sec-ról 1,9909 rad/sec-ig) a magasabb frekvenciák felé.

Az erősítési tartalék lassan csökkenő (0,2894-ről 0,1893-re) a 9. másodpercig, majd a 10. másodpercben hirtelen megnő 3,7535-re. A rakéta repülésének 10. másodpercétől megváltozik a szabályozási kör viselkedése. Az addigi lassú fázis tartalék csökkenést erőteljes csökkenés váltja fel és a 12. másodpercben a fázis tartalék értéke már $-3,8349^\circ$. Így a találkozás előtt 1 másodperccel már nem stabil a rakéta irányítása a célra. A vágási körfrekvencia értéke a repülési idő növekedésével gyorsuló mértékben tolódik a magasabb frekvenciák irányába (5,0880 rad/s-ig). A vágási körfrekvencia gyorsuló eltolódása is azt mutatja, hogy a rakéta szabályozási kör stabilitása gyorsan közelít a stabilitás elvesztésének pillanatához. A találkozás előtt 1 másodperccel a fázis tartalék nem éri el már a 0° -ot sem!



III-5. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s-ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=3000$ m esetén a rakéta repülési idő függvényében



III-6. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s-ban történő megsemmisítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=3000$ m esetén a rakéta repülési idő függvényében

A szabályozási kör magasság szerinti analíziséhez tartozó további táblázatok és diagramok a függelékben találhatóak meg

A megsemmisítési zóna távoli határán történő célmegsemmisítés és a 2000m-es célmagassághoz tartozó vizsgálatok eredményét a III-26. és a III-27. táblázatok tartalmazzák. A táblázatokban szereplő értékek alapján ábrázoltam szabályozási kör átviteli függvényeit Bode diagramokon a III-18. és a III-19. ábrákon.

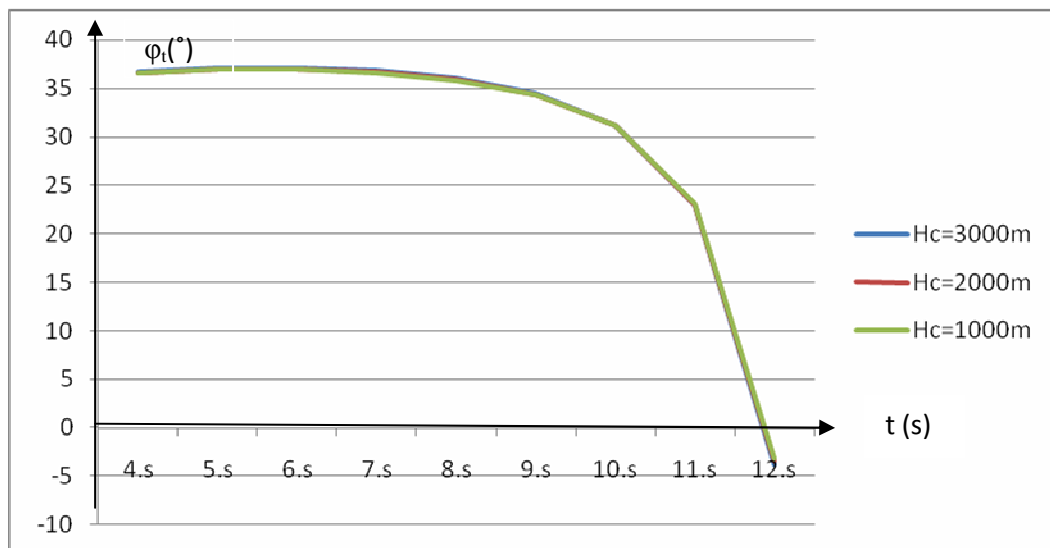
A megsemmisítési zóna távoli határán történő célmegsemmisítés és a 1000m-es célmagassághoz tartozó vizsgálatok eredményét a III-28. és a III-29. táblázatok tartalmazzák. A táblázatokban szereplő értékek alapján ábrázoltam szabályozási kör átviteli függvényeit Bode diagramokon a III-20. és a III-21. ábrákon.

A vizsgálatok eredményeit az III-7. táblázatban foglaltam össze. A cél magasság és a rakéta repülési idő függvényében meghatároztam a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör fázis tartalékának alakulását.

III-7. táblázat. A fázis tartalék (stabilitás) alakulása a rakéta repülési ideje és a magasság függvényében 13s-os rakéta repülési idővel számítva közeledő $v_c=100$ m/s –os sebességű cél esetén

	t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8
$H_c=3000m$	$\varphi(t)$ [°]	36,59	37,03	37,05	36,73	35,96
$H_c=2000m$		36,54	36,96	36,97	36,65	35,86
$H_c=1000m$		36,51	36,92	36,92	36,59	35,80

	t_{Rrep} (s)	9	10	11	12	13
$H_c=3000m$	$\varphi(t)$ [°]	34,42	31,16	22,88	-3,83	
$H_c=2000m$		34,35	31,12	23,02	-3,37	
$H_c=1000m$		34,29	31,10	23,08	-3,11	



III-7. ábra. A cél magasságának hatása a szabályozás fázis tartalékának $[\varphi(t)]$ alakulására a megsemmisítési zóna távoli határán történő tüzeléskor $t_{Rrep}=13s$, $v_c=100m/s$ esetén

A vizsgálatok alapján megállapítható, hogy a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási körének fázis tartaléka és a cél magassága között nincs szoros korreláció. A célmagasság csökkenés hatására a fázis tartalék csak kis mértékben

csökken. Ez a csökkenés a rakéta repülésének 4. másodpercében is kevesebb, mint egy tized fok, de a 12. másodpercben is csak néhány tized fokra növekszik.

Az instabilitás időpillanatának meghatározása

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási körének fázistartalékát a III-8. táblázat tartalmazza a találkozás előtt a 0,9s és 1,2 s közötti időtartományban, ahol a vizsgálatokat tized másodpercenként végeztem el. Az eredményekből arra a következtetésre jutottam, hogy a cél magasságának változása során a fázis tartalékok legfeljebb csak néhány tized fokban térnek el egymástól, ezért a cél magassága érdemben nem befolyásolja a rakéta szabályozási körének stabilitását!

A III-8. táblázat adatai alapján meghatároztam a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta instabillá válásának pillanatát a magasság függvényében, valamint meghatároztam az időpillanathoz tartozó cél távolságot. A cél távolságát a rakétától a 3.7 egyenletet alapján határoztam meg.

III-8. táblázat. A légvédelmi rakéta szabályozási kör fázis tartaléka és a cél repülési magasságának kapcsolata a találkozásig hátralévő repülési idő függvényében

	$t_{\text{találk-ig}} \text{ (s)}$	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
$H_c=3000\text{m}$	$\varphi(t) \text{ [}^\circ\text{]}$	-9,12	-3,83	0,68	4,6	8,11	
$H_c=2000\text{m}$		-8,61	-3,36	1,16	5,04	8,44	11,46
$H_c=1000\text{m}$			-3,11	1,42	5,26	8,63	11,63

III-9. táblázat. Az instabillá válás pillanata és távolsága a céltől.

A cél magassága (H_c) [m]	3000	2000	1000
Az instabillá válás időpillanata és a találkozás időpillanata közötti idő (s)	1,085	1,0725	1,069
A cél távolsága (m) az instabillá válás pillanatában	465	467	469

3. Szabályozási kör analízise a találkozási pont helyzete alapján a megsemmisítési zóna mélységében

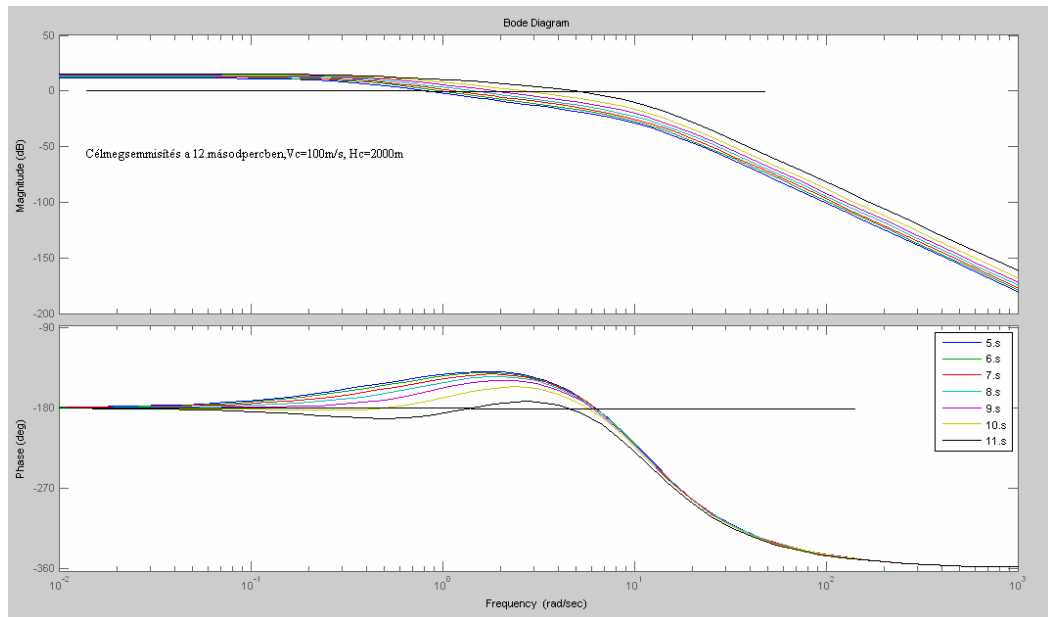
Ebben a részben azt vizsgáltam, hogyan alakul a szabályozási kör fázis tartaléka (stabilitása) akkor, ha a találkozási pont helyzete változik a megsemmisítési zónán belül. A vizsgálat során a cél sebességét ($v_c=100\text{m/s}$) és magasságát ($H_c=2000\text{m}$) konstansnak tekintem. A találkozási pont helyzetét a légvédelmi rakéta találkozási pontig történő repülési ideje determinálja. A vizsgálataimat ezért a találkozási pont helyzete szerint a rakéta találkozási pontig való repülési ideje alapján végeztem el 12÷6s-os repülési időre.

A szabályozási kör analízise a találkozási pont helyzete alapján 12 s -os rakéta repülési idő, $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ esetén

A vizsgálati eredmények alapján (10. táblázat) elmondható, hogy a légvédelmi rakéta irányítása a 9. másodpercig nagyon stabil és a fázistartalék értéke csak kis mértékben csökken. A fázis tartalék csökkenése viszont egyre meredekebb a repülés folyamán és egy másodperccel a találkozás előtt a légvédelmi rakéta már elvesztette stabilitását.

III-10. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{rep}}, v_{R \text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{R\text{rep}}=12\text{ s}$ idő esetén

t_{rep} (s)	5	6	7	8	9	10	11
$v_{R \text{ pill}}$ (m/s)	621	558	506	464	429	398	372
D_{C-R} (m)	3860	3180	2556	1978	1439	932	454
$\frac{K_a}{2 D }$	3,8150	4,1873	4,5445	4,8881	5,2195	5,5396	5,8493
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	2,6970	2,4386	2,1271	1,7710	1,3754	0,9459	0,4860
$\varphi(t)$ [°]	35,69	35,57	34,98	33,66	30,78	23,32	-2,0875
K_t	0,262	0,2387	0,22	0,2045	4,005	2,4259	0,933
ω_c [rad/s]	0,8532	0,9925	1,1772	1,4428	1,8727	2,7039	4,839



III-8. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zónán belül, az indítás utáni 12.s-ban, $v_c=100$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén a rakéta repülési idő (5 s-tól 11 s-ig) függvényében

A szabályozási kör találkozási pont helyzete szerinti analíziséhez tartozó további táblázatok és diagramok ($v_c=100$ m/s $H_c=2000$ m) a függelékben található.

Az indítás utáni 11. és 10. másodpercben történő célmegsemmisítéshez tartozó vizsgálatok eredményét a III-30. és a III-31. táblázatok tartalmazzák. A táblázatokban szereplő értékek alapján ábrázoltam a szabályozási kör átviteli függvényeit Bode diagramokon a III-22. és a III-23. ábrákon.

Az indítás utáni 9-8-7-6. másodpercben történő célmegsemmisítéshez tartozó vizsgálatok eredményét a III-32., III-33., III-34. III-35. táblázatok tartalmazzák. A táblázatokban szereplő értékek alapján ábrázoltam szabályozási kör átviteli függvényeit Bode diagramokon a III-24., III-25., III-26. III-27. ábrákon.

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta instabillá válás időpillanatának és távolságának definiálása a találkozási pont függvényében $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén

III-11. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{találk}}, v_{R \text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{R\text{rep}}=12\text{ s}$ idő esetén

$t_{\text{találk}}$ (s)	0,7	0,8	0,9	1	1,1
$v_{R \text{ pill}}$ (m/s)	364	366	369	371,0803	373,6067
D_{C-R} (m)	315	361	407	454	501
$\frac{K_a}{2 D }$	5,9559	5,9247	5,8933	5,8619	5,8303
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	0,3439	0,3919	0,4397	0,4873	0,5345
$\varphi(t)$ [°]	-20,15	-13,12	-7,15	-2,03	2,37
K_t	0,1679	0,6165	0,7843	0,9350	1,0822
ω_c [rad/s]	6,1906	5,6751	5,2281	4,8385	4,4987

A vizsgálatok során a légvédelmi rakéta szabályozási körének átviteli függvényét a repülés utolsó másodpercének közelében analizálom azért, hogy definiáljam a stabilitás elveszésének pontos idejét és távolságát. A vizsgált idő intervallumot mindig úgy választottam meg, hogy az biztosan lefedje az instabillá válás idő pillanatát.

A III-9. ábrán a Nyquist diagramból is látható, hogy a légvédelmi rakéta szabályozási köre a találkozás előtti 1,1s-ban még stabil, de már a találkozás előtt 1s-mal elveszti stabilitását. Az instabillá válás pontos idejét iterációval (közelítéssel) lehet meghatározni. Számításaim szerint az instabillá válás (100m/s-os közeledő célra, $H_c=2000\text{m}$, célmegsemmisítés a 12. másodpercben esetén) a találkozás előtt 1,048s-mal következik be. Ekkor a céltől 479m-re tartózkodik a légvédelmi rakéta!

III-12. táblázat. A légvédelmi rakéta instabillá válása a találkozásig hátralévő idő alapján és a cél távolsága az instabillá válás idő pillanatában, a találkozási pont helyzete függvényében a megsemmisítési zóna mélységében (a rakéta repülési ideje függvényében) $H_c=2000\text{m}$, $v_c=100\text{m/s}$ esetén

A rakéta repülési ideje a találkozási pontig (s)	6	7	8	9
Az instabillá válás időpillanata (s)	0,85	0,88	0,915	0,953
A cél távolsága (m) az instabillá válás pillanatában	560	539	523	510

A rakéta repülési ideje a találkozási pontig (s)	10	11	12	13
Az instabillá válás időpillanata (s)	0,984	1,012	1,048	1,0725
A cél távolsága (m) az instabillá válás pillanatában	497	484	479	467

4. Szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna közeli határán

A megsemmisítési zóna közeli határát két tényező határozza meg: egyrészt, hogy a megsemmisítési zóna közeli határára a rakéta kivezérelhető legyen, figyelembe véve, hogy a rakéta szabályozási köre a sebesség függvényében a megsemmisítés előtt már instabillá válik. Másrészt az a kritérium, hogy a rakéta elérje az adott terepszakaszt (itt elsősorban arról van szó, hogy a cél magasságának függvényében változik a megsemmisítési zóna közeli határáig tartó rakétarepülési idő). A rakéta a 3000 m-es magasságot 7s alatt, a 2000 m-es magasságot 5 s alatt, az 1000 méteres magasságot 3÷4 s között éri el, ezért a megsemmisítési zóna közeli határa erősen függ a cél magassági paraméterétől (III-13. táblázat).

III-13. táblázat. A rakéta ferdetávolsága az indítási ponttól a rakéta repülési idő függvényében

$t_{R\text{ rep}}(\text{s})$	3	4	5	6	7
------------------------------	---	---	---	---	---

D_R (m)	922	1675	2333	2919	3449
-----------	-----	------	------	------	------

A légvédelmi rakéta alkalmazása szempontjából a közepes magasságot, az 1500-1600 m-t, a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta 4s alatt éri el. A szakirodalom is 4s -ban határozza meg a megsemmisítési zóna közeli határáig a repülési időt, de a következő táblázatból is látható, hogy ez csupán átlagos érték, egy átlagos magasságon repülő cél esetén! A III-2. táblázat ezért azokat a vizsgálati eredményeket tartalmazza, amelynél a rakétának a kinematikai röppálya vízszintessel bezárt szöge alapján az idő függvényében a magassági tartományok növekednek [44c, 50, 51, 52, 53].

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta ugyan képes a 3000 m feletti magassági tartományt is elérni, azonban a tüzelésre rendelkezésre álló idő miatt a rakéta alkalmazhatóságát sebességben vagy magasságban korlátozni kellett. A gyártó ezért a 3000 m feletti tartományban repülő légi célokra korlátozta a légvédelmi rakéta alkalmazhatóságát [44c, 54, 55, 56, 57].

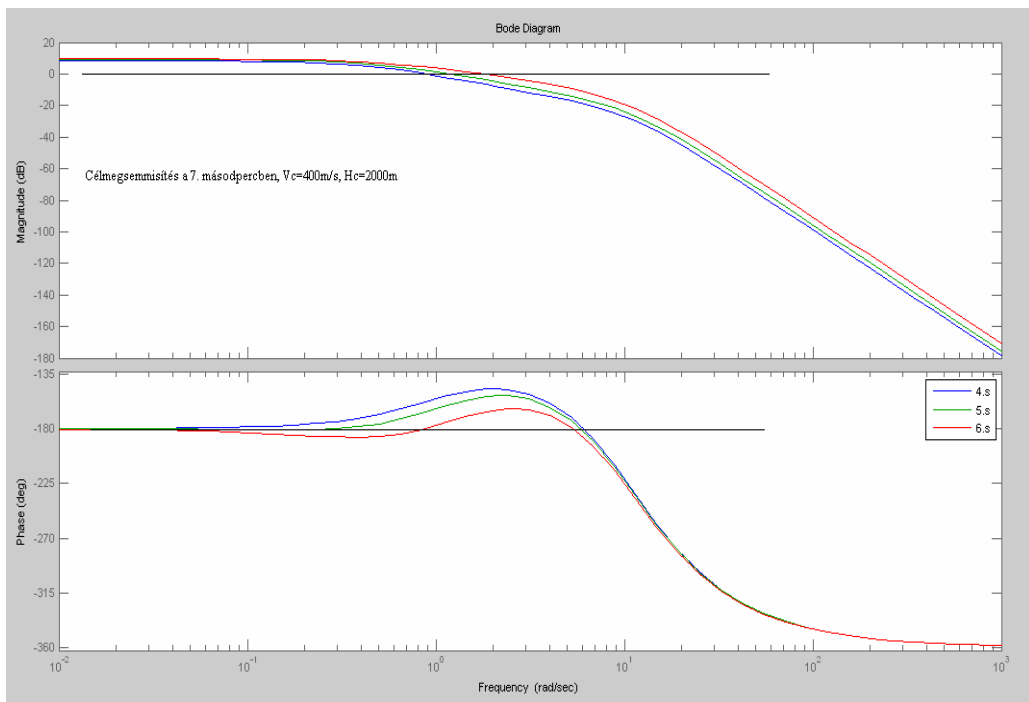
Az előzőekben a megsemmisítési zóna távoli határára irányuló vizsgálatokból megállapítottam, hogy a cél magassága az irányítási rendszer stabilitását nem befolyásolja. Ezért a megsemmisítési zóna közeli határán a vizsgálatokat az alapján végeztem el, hogy a cél megsemmisítése a rakéta repülési idejének hányadik másodpercében fog bekövetkezni. Könnyen belátható, hogy van korreláció a két vizsgálat között, de azért a kettő nem ugyanaz. Azért választottam ezt a vizsgálati módszert és ez a III-13. táblázatból is látható, mert a cél repülési magasságával arányosan növekszik találkozási pontig a rakéta repülési ideje is; továbbá ezzel a módszerrel a rendelkezésre álló adatok alapján egyszerűbben végezhetők el a számítások. Ez alapján 5 s-os, illetve 7 s-os rakéta repülési időre végeztem el számításaimat.

A MISTRAL 2 rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán a $v_c=+400$ m/sec, $H_c=2000$ m, $t_{Rep}=7$ s esetén

A vizsgálatok eredményeit a III-14. táblázat tartalmazza és a III-10. ábrán Bode diagramokon mutatom be.

III-14. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{rep}}, v_{R \text{ pill}}, D_{C-R}, K_a/2|D|, D/2|D|)$ közeledő $v_c=400\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{R\text{rep}}=7\text{ s}$ idő esetén

t_{rep} (s)	4	5	6	7
$v_{R \text{ pill}}$ (m/s)	703	621	558	506
D_{C-R} (m)	2838	1828	887	0
$K_a/2D'$	2,5884	2,7991	2,9883	3,1597
$D/2D'$	1,3455	0,9369	0,4853	0,0000
fit ($^\circ$)	22,36	19,79	13,83	
K_t	0,3862	0,411	0,59	
ω_c [rad/s]	0,8862	1,1737	1,7906	



III-10. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, $v_c=400\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{R\text{rep}}=7\text{ s}$ idő esetén a rakéta repülési idő (4÷6 s-ig) függvényében

Következtetések

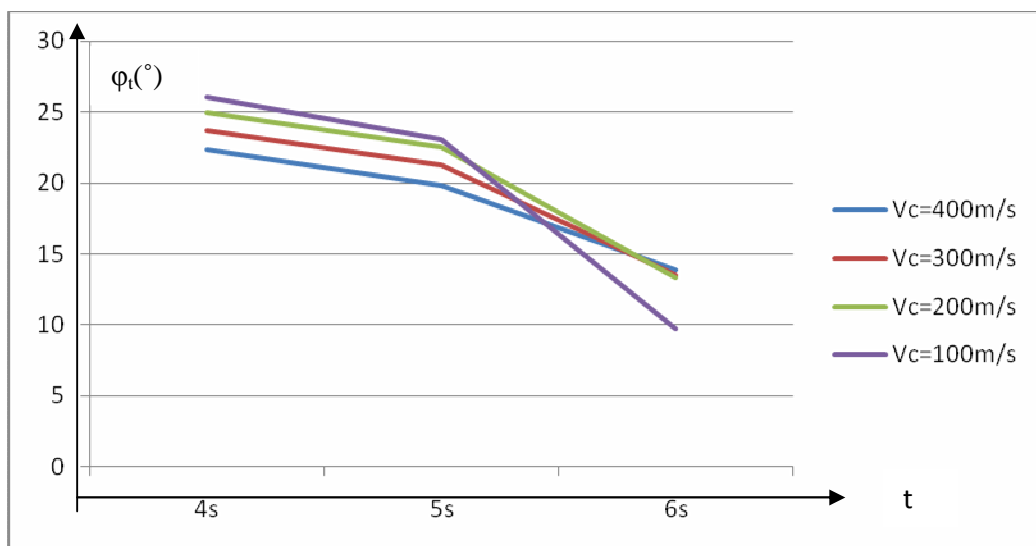
Az indítás utáni 4. másodpercben a fázistartalék $22,36^\circ$, ez a 6. másodpercben lecsökken $13,83^\circ$ -ra, miközben a vágási körfrekvencia a 4. másodpercben $0,8862\text{ rad/s}$ -ról eltolódik a $1,7906\text{ rad/s}$ -ig. A vágási

körfrekvencia eltolódása úgy megy végbe, hogy az amplitúdó tartalék nő 0,3862 -ről 0,59 –re növekszik!

A megsemmisítési zóna közeli határán a szabályozási kör sebesség szerinti analíziséhez tartozó további táblázatok és diagramok a függelékben találhatóak meg.

A megsemmisítési zóna közeli határán történő célmegsemmisítés és a $v_c=300\text{m/s}$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-41. táblázat, a $v_c=200\text{m/s}$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-42. táblázat és a $v_c=100\text{m/s}$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-43. táblázat tartalmazza. A táblázatokban szereplő értékek alapján a szabályozási kör átviteli függvényeit a III-33., III-34., III-35. ábrákon a Bode diagramok mutatják.

A vizsgálatok összegzéseként meghatároztam a III-15.táblázatban a rakéta repülési ideje és a cél sebessége függvényében a fázistartalék alakulását a találkozási pontig 7s-os rakéta repülési időt feltételezve. Az táblázat értékeit a III-11. ábra diagramján ábrázoltam.



III-11. ábra. A fázis tartalék $[\varphi(t)]$ alakulása $H_c=2000\text{m}$ és $t_{\text{Rrep}}=7\text{ s}$ idő esetén a cél sebesség és az idő függvényében

III-15. táblázat. A fázis tartalék (stabilitás) alakulása $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{Rrep}=7\text{ s}$ idő esetén a cél sebesség és az idő függvényében

	t (s)	4	5	6
$v_c=400\text{(m/s)}$	$\varphi(t)$ [°]	22,36	19,79	13,83
$v_c=300\text{(m/s)}$		23,66	21,26	13,52
$v_c=200\text{(m/s)}$		24,94	22,47	13,33
$v_c=100\text{(m/s)}$		26,08	23,10	9,71

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta instabilitás pillanatának és a cél távolságának meghatározása $t_{Rrep}=7\text{s}$, $H_c=2000\text{m}$ esetén

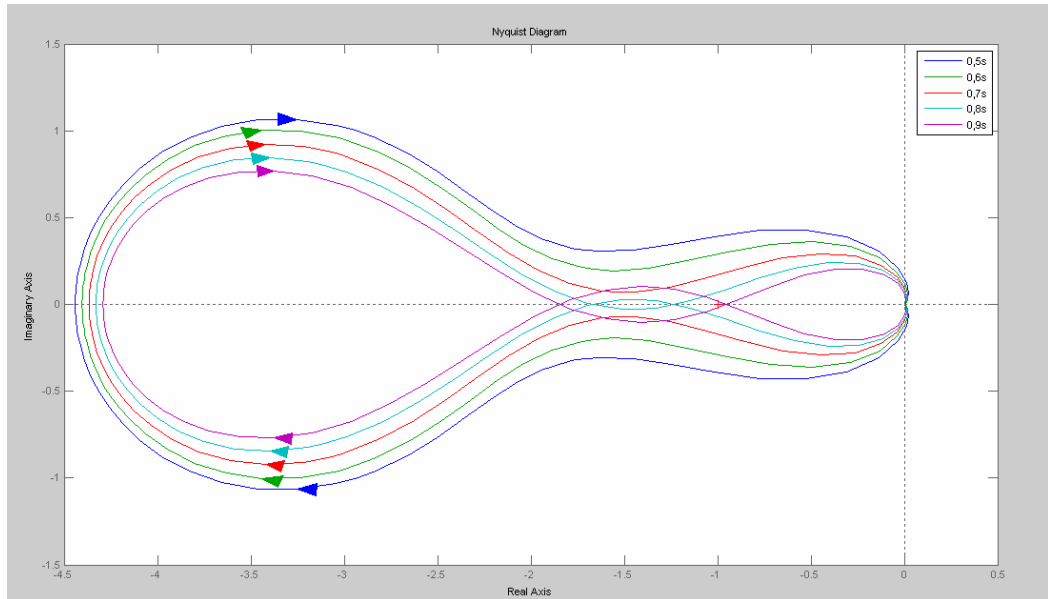
Előzetesen definiáltam, hogy a fenti paraméterek ($t_{Rrep}=7\text{s}$, $H_c=2000\text{m}$) esetén a légvédelmi rakéta szabályozási köre a találkozás előtt egy másodperccel még stabil. Most részletesen megvizsgálom a találkozás előtti 0,5s - 1s közötti idő intervallumban a szabályozási kör fázisstartalékának alakulását (III-16. táblázat).

III-16. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ cél és $t_{Rrep}=7\text{ s}$ esetén

$t_{találk}$ (s)	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$v_{R\ pill}$ (m/s)	531	536	541	546	552
D_{C-R} (m)	301	363	425	488	552
$K_a/2D'$	4,4404	4,4034	4,3662	4,3289	4,2916
$D/2D'$	0,2451	0,2928	0,3402	0,3871	0,4335
fit (°)	-24,16	-17,60	-10,02	-3,4834	1,0359
K_t	0,2252	0,2271	0,2290	0,818	1,0487
ω_c	5,8112	5,3436	4,7941	4,3345	3,9464

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör átviteli függvénye a megsemmisítés előtti 0,5÷1s-ban látható a Nyquist diagrammon. A szabályozási kör a találkozás előtt 0,9 s-mal még stabil (általánosított Nyquist stabilitási kritérium). Ha pontosabban akarom meghatározni a stabilitás elvesztésének pillanatát, akkor iterációval kell meghatározni a 0,8s és a 0,9s-hoz tartozó fázisstartalékokból azt, hogy mikor lesz a fázisstartalék értéke zérus értékű.

Vizsgálataim szerint a stabilitás elvesztése a találkozás előtt 0,88 s-mal következik be.



III-12. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja a találkozás előtt 0,5s÷0,9s közötti időintervallumban $v_c=100$ m/sec, $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=7$ s esetén

A szabályozási kör sebesség szerinti analiziséhez tartozó további táblázatok és diagramok a függelékben található meg.

A $v_c=200$ m/s-os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-44. táblázat, a $v_c=300$ m/s-os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-45. táblázat és a $v_c=400$ m/s-os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-46. táblázat tartalmazza. A táblázatokban szereplő értékek alapján a szabályozási kör átviteli függvényeit a Nyquist diagramokon a III-36., III-37. és a III-38. ábrán szerkesztettem meg.

III-17. táblázat. Az instabillá válás időpillanata (a találkozásig hátralévő idővel számolva) és a cél távolsága a célsebesség függvényében

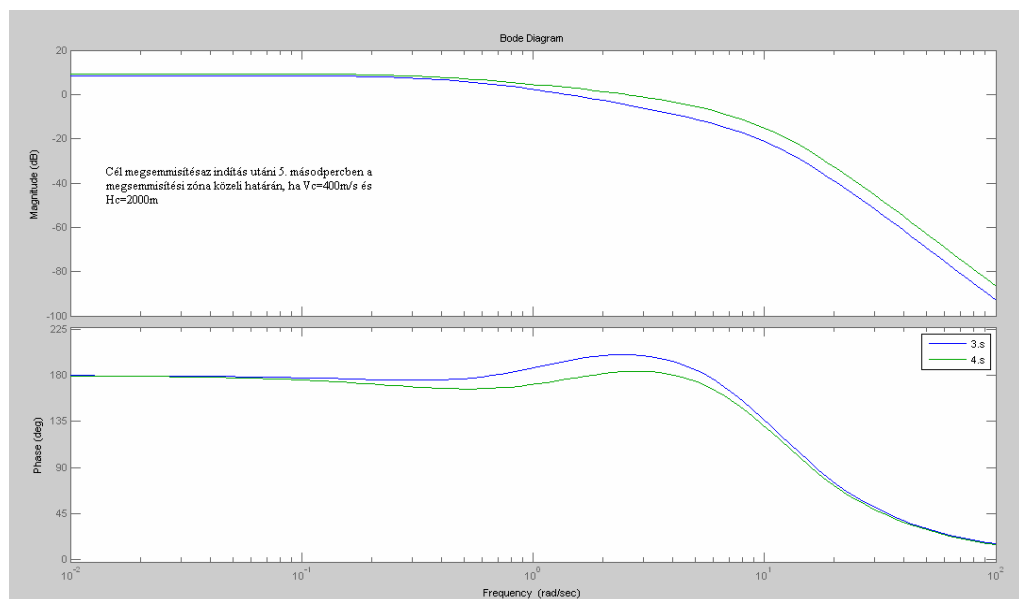
v_c (m/s)	100	200	300	400
az instabilitás pillanata a TP előtt (s)	0,88	0,82	0,785	0,77
rakéta - cél távolsága az instabilitás pillanatában (m)	539	573	620	679

A vizsgálatok eredményeit a III-17. táblázatban foglaltam össze.

A rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán a cél sebességének függvényében, $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=5$ s esetén

III-18. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=400$ m/s, $H_c=2000$ m cél és $t_{Rrep}=5$ s idő esetén

t_{Rrep} (s)	3	4	5
$v_{R\ pill}$ (m/s)	812	703	622
D_{C-R} (m)	1697	930	0
$K_a/2D'$	2,6693	2,8101	3,0681
$D/2D'$	0,8295	0,4784	0,0000
fit (°)	14,26	5,73	
K_t	0,9785	0,7787	
ω_c	2,9245	2,1809	



III-13. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja $v_c=400$ m/s, $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=5$ s esetén az idő (3÷4s) függvényében

Következtetések

Az indítást követő 3. másodpercben a fázistartalék csak 14,26°. Ilyen fázistartalék mellett a légvédelmi rakéta kivezérése a megsemmisítési zóna közeli határára a számított kinematikus pálya körüli lengésekkel valósul meg. Ez a 4.

másodpercre lecsökken $5,73^\circ$ -ra, ami még éppen biztosítja a szabályozási kör stabilitását a kinematikus pálya körüli lengésekkel.

A szabályozási kör sebesség szerinti analiziséhez tartozó további táblázatok és diagramok a függelékben találhatóak meg. ($t_{Rrep} = 5s$, $H_c=2000m$)

A $v_c=300m/s$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-47. táblázat, a $v_c=200m/s$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-48. táblázat és a $v_c=100m/s$ -os célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-49. táblázat tartalmazza. A táblázatokban szereplő értékek alapján a szabályozási kör átviteli függvényeit a Bode diagramokon a III-39., III-40. és a III-41. ábrán prezentálom.

A szabályozási kör stabilitás elvesztésének ideje és távolsága a találkozási ponttól a megsemmisítési zóna közeli határán $t_{Rrep} = 5s$, $H_c=2000m$ esetén

A III-18., a III-47., a III-48. és a III-49. táblázatok segítségével meg határoztam a légvédelmi rakéta szabályozási kör fázistartalékát a légvédelmi rakéta sebességének függvényében a megsemmisítő zóna közeli határán. Az eredményeket a III-14. ábrán mutatom be.

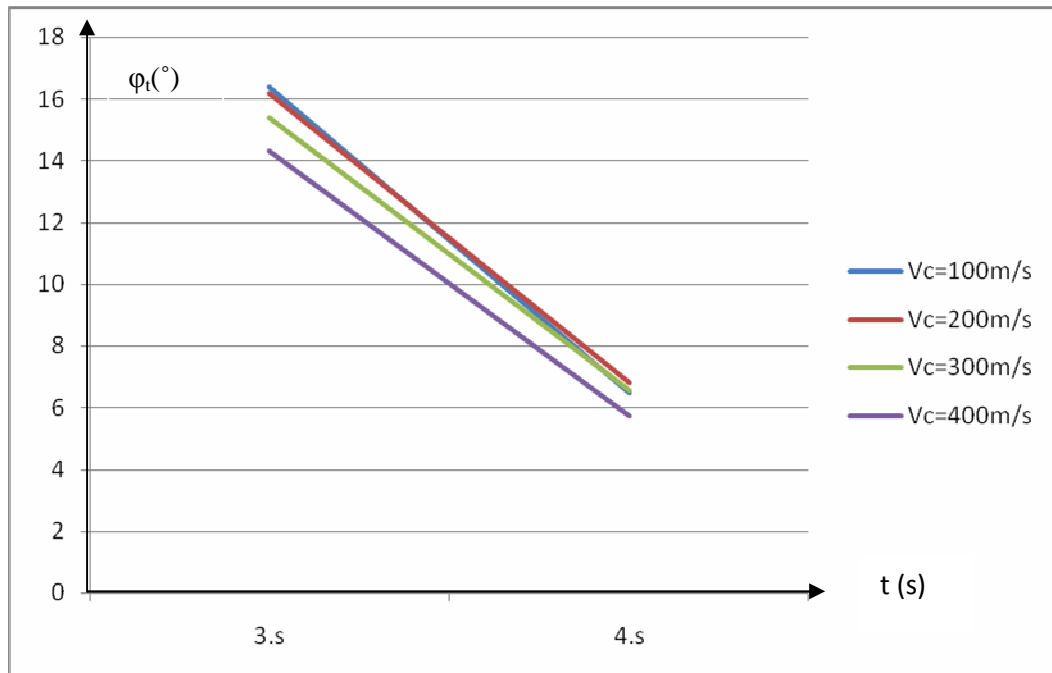
Következtetések

A megsemmisítési zóna közeli határán a $H_c=2000$ m-es magasságon 5s-os a rakéta repülési idővel számítva azt tapasztaljuk, hogy a szabályozási kör fázistartalékának csökkenése az alacsonyabb sebességi tartományokon 1-2 tized másodperccel később következik be.

A 3. másodpercben azonban még nem fejeződött be a rakéta kinematikus röppályára történő kivezérlése (az illesztetlenség szakasza), ezért a találkozás előtt két másodperccel lényegesen kisebb a szabályozás fázis tartaléka, mint az előző 7s-os rakéta repüléssel számított esetben. Meghatároztam a stabil állapotból az instabil állapotba való átmenet idejét a találkozásig és ez milyen távolságra történik a céltől.

Azt tapasztaltam, hogy a stabil állapotból az instabil állapotba való átmenet időpillanatának meghatározásakor a célsebesség az fordítottan arányos a

találkozásig hátralévő instabil repülési idővel és egyenesen arányos a rakéta céltől mért távolságával. Az eredményeket a III-19. táblázatban foglaltam össze.



III-14. ábra. A fázis tartalék $[\varphi(t)]$ alakulása $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=5$ s esetén az idő és a cél sebesség függvényében

III-19. táblázat. Az instabillá válás időpillanata (a találkozásig hátralévő idővel számolva) és a cél távolsága a célsebesség függvényében $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=5$ s esetén

A cél sebessége v_c (m/s)	100	200	300	400
Az instabilitás pillanata a TP előtt (s)	0,8225	0,792	0,771	0,768
A rakéta cél távolsága (m)	588	615	655	712

5. Szabályozási kör analízise távolodó célra

A vizsgálatok során abból a feltételezésből indultam ki, hogy a cél 3000 m magasságon repül és a célsebesség legfeljebb 300 m/s, a cél megsemmisítése a 14. másodpercben történik. Ezen kiindulási feltételek alapján a vizsgálatokhoz meg kell határoznunk a cél - rakéta távolságot és a cél - rakéta közeledési sebességet, mivel ezek időben nem stacioner értékek, melyek hatással vannak a szabályozási kör stabilitásra (2.28 egyenlet).

A III-20. táblázatból látható, hogy a rakéta pillanatnyi sebesség vízszintes irányú összetevője a 11. másodperc után 300 m/s sebesség alá csökken. Ez azt jelenti, hogy a 3000 m-es célmagasságot és 300 m/s célsebességet feltételezve a 11. másodperctől a rakéta már nem érheti utol a célt. Matematikailag lehet találni olyan megoldást, ahol a cél és a rakéta találkozása a 14. s-ban megvalósul, de ezt fizikailag értelmezve azt jelenti, nem a rakéta éri utol a célt, hanem fordítva a cél a rakétát.

III-20. táblázat A rakéta pillanatnyi sebessége (v_R), és a rakéta pillanatnyi sebességének vízszintes összetevője (v_{Rv}) rakéta repülési idő függvényében távolodó célra történő tüzeléskor, $v_c = -300$ m/s, $H_c = 3000$ m esetén

t_R (s)	6	7	8	9	10	11	12	13
v_R (m/s)	558	507	464	429	398	372	349	329
v_{Rv} (m/s)	454	413	378	349	324	303	285	268

ahol a t_R - rakéta repülési ideje az indítás pillanatától (s)

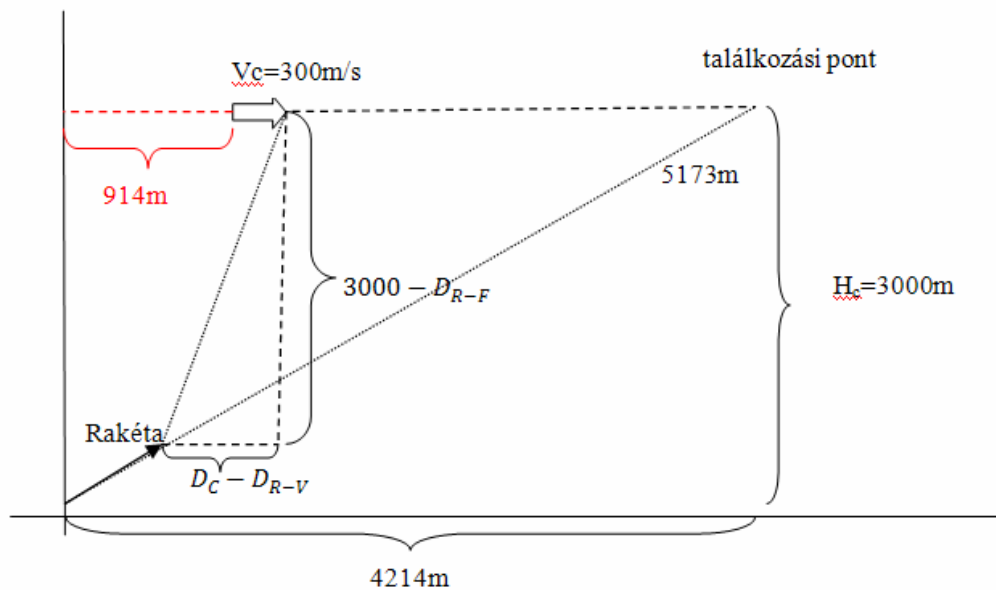
v_R - rakéta pillanatnyi sebessége (m/s)

v_{Rv} - A rakéta pillanatnyi sebesség vektor vízszintes vetülete (m/s).

Ha abból indulunk ki, hogy a megsemmisítés a 11. másodpercben következik be, akkor azt kell vizsgálnunk, hogy ehhez milyen célhelyszög alatt kell indítani a rakétát. A 11. másodpercben a megsemmisítés a tűzszakasztól 5173 m-es ferdetávolságon történik, aminek a vízszintes távolsága 4212 m [56].

Az indítás pillanatában 300 m/s célsebesség mellett a cél 914 m-es vízszintes távolságra lesz a tűzszakasztól, ami 73° -os célhelyszögnek felel meg. Ha feltételezzük, hogy a cél elfogástól az indításig 2 másodperc telik el, akkor a cél már csak 314 m-es vízszintes távolságon van a tűzszakasztól, ami 84° -os cél helyszögnek felel meg. Belátható, hogy ilyen cél helyszög mellett felderíteni és elfogni a célt nagyon nehéz feladat, és inkább elméleti lehetőség, mint gyakorlatban megvalósítható eset. Így már érthető miért korlátozódik le az utánlövés esetén a célsebesség 300 m/s-ra. A 300 m/s-nál nagyobb célsebesség esetén a rakéta jellemzői nem teszik lehetővé a cél megsemmisítését, azonban 300 m/s célsebesség esetén a rakéta repülési ideje és a megsemmisítési zóna mélysége csökken, és kétségessé teszi a cél megsemmisítését. Csak kisebb célsebesség (200

m/s) esetén valósul meg az eredeti 6190 m ferdetávolságú, 5414 m vízszintes távolságú megsemmisítési zóna [44b,57,58].



III-15. ábra. A cél és a rakéta mozgásának függőleges síkú metszete, 11s-os repülési idővel és 300 m/s-os távolodó célsebességgel számolva

A cél és a rakéta közötti távolság meghatározásakor abból a feltételezésből indultam ki, hogy amennyiben a cél magassága 3000 m, sebessége 300 m/s távolodó és a cél megsemmisítése az indítás utáni 11. másodpercben történik. Feltételeztem, hogy a rakéta kinematikai röppályája egyenes. A rakéta által megtett utat D_R (m) jelöltem és vízszintes, illetve függőleges irányú komponensekre bontottam, majd meghatároztam a cél-rakéta távolságot:

$$D_{RV} = D_R \cos \varphi$$

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{3000}{6190}$$

$$D_{RF} = D_R \sin \varphi$$

$$D_C = 1214 + V_c t_R$$

$$D_{R-C} = \sqrt{(D_C - D_{R-V})^2 + (3000 - D_{R-F})^2} \quad (3.11)$$

ahol: D_{RV} - a rakéta ferde távolság vízszintes vetülete

D_R - a rakéta ferde távolsága az indítási ponttól

D_{RF} - a rakéta ferde távolság függőleges vetülete

D_C - a cél vízszintes távolsága az indítási ponttól

D_{R-C} - a cél-rakéta ferde távolsága

t_R (s) - a rakéta repülési ideje az indítás pillanatától

φ - a találkozási pont-indítási pont egyenes vízszintessel bezárt szöge.

$[D, R]$

III-21. táblázat. A rakéta ferde távolsága (), és a rakéta ferde távolság vízszintes vetülete $(D \cos \varphi)$ és a cél-rakéta távolsága (D_{C-R}), a rakéta rep. idő (t_{Rrep}) függvényében távolodó célra történő tüzeléskor, $v_c=300$ m/s, $H_c=3000$ m esetén

t_{Rrep} (s)	3	4	5	6	7	8	9	10	11
D_R (m)	922	1675	2333	2919	3449	3932	4377	4789	5173
D_{RV} (m)	751	1364	1901	2378	2810	3203	3566	3901	4214
D_{R-C} (m)	2684	2163	1725	1349	1020	728	464	223	0

A másik feladat a cél-rakéta közeledési sebesség meghatározása. A cél - rakéta közeledési sebesség, a cél - rakéta távolság idő szerinti deriváltja. Ennek meghatározása egyszerű feladat, ha ismert a cél - rakéta távolsága. Az adott idő pillanatba a közeledési sebességet meghatározhatjuk, ha az egy másodperccel később mért cél-rakéta távolságból kivonjuk a jelen pillanatban mért cél-rakéta távolságot.

III-22. táblázat. A cél-rakéta közeledési sebesség a rakéta repülési idő függvényében távolodó célra történő tüzeléskor, $v_c=300$ m/s, $H_c=3000$ m esetén

t_R (s)	4	5	6	7	8	9	10	11
v_{C-R} (m/s)	521	438	376	329	292	264	241	223

Ezen adatok ismeretében elvégezhetem a szabályozási kör stabilitás vizsgálatát. A III-22. táblázat adatait felhasználva a szabályozási kör Bode diagramjait a III-16. ábrán mutatom be.

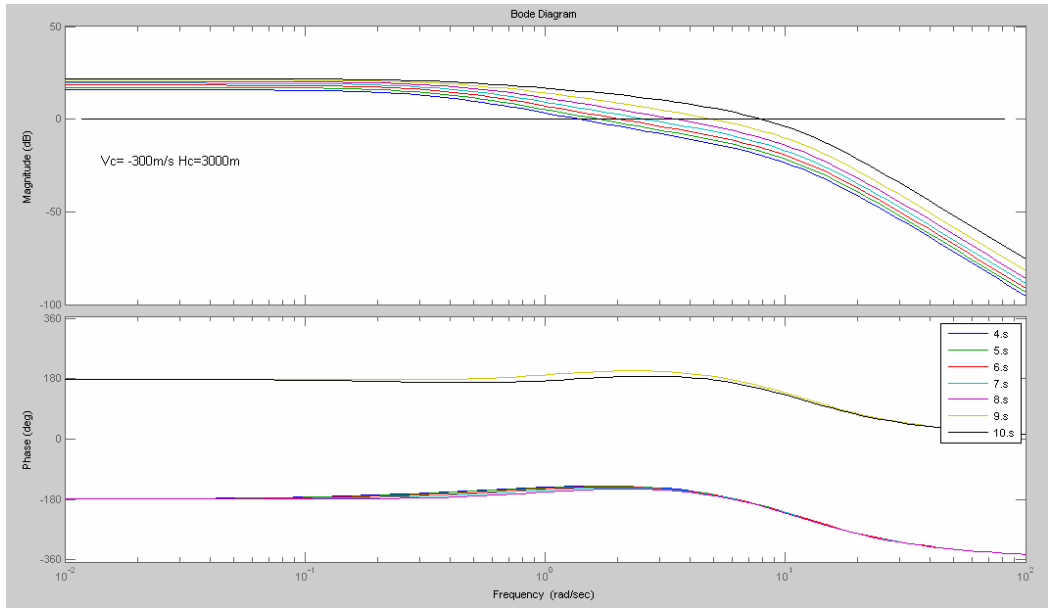
Következtetések

A távolodó $v_c=300$ m/s célra történő tüzelést a közeledő $v_c=300$ m/s célsebességű célra való tüzeléssel összehasonlítva megállapítható, hogy a rakéta szabályozási körnek a repülési idő első harmadában nagyobb a szabályozás fázistartaléka (35° közeledő és 37° távolodó célra) és ezáltal növekszik a stabilitása.

III-23. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{rep}}, v_{C-R \text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|\dot{D}|}, \frac{D}{2|\dot{D}|})$ távolodó $v_c=300$ m/s, $H_c=3000$ m cél és $t_{\text{Rep}}=11$ s idő esetén

$t_{\text{találk-ig}}$ (s)	4	5	6	7	8	9	10
$v_{C-R \text{ pill}}$ (m/s)	491	415	359	315	280	253	232
D_{C-R} (m)	2163	1725	1349	1020	728	464	223
$\frac{K_a}{2 \dot{D} }$	5,5636	6,5719	7,6150	8,6778	9,7393	10,7737	11,7525
$\frac{D_{C-R}}{2 \dot{D} }$	2,2041	2,0766	1,8819	1,6218	1,2986	0,9160	0,4803
$\varphi(t)$ [$^\circ$]	37,16	37,39	36,09	32,35	24,16	6,99	-29,65
K_t	0,1797	5,0292	3,8967	2,8998	2,0070	1,1995	0,4555
ω_c [rad/s]	1,3641	1,6518	2,0391	2,5983	3,4736	4,9751	7,9184

A találkozási ponthoz közeledve a rakéta a repülés utolsó harmadában, különösen a találkozás előtti 3. és 1. másodpercet vizsgálva meredekebben csökken a szabályozás fázistartaléka (51° -os csökkenés távolodó célnál és 25° -os csökkenés közeledő cél esetén). Így a megsemmisítés előtti másodpercben már olyan fázis tartalék csökkenést szenvedett el távolodó célra a szabályozás, hogy lényegesen hamarabb elveszteti stabilitását (1,9 s), mint a közeledő célnál (0,9 s). A megsemmisítés előtti másodpercet vizsgálva, közeledő célnál a fázistartalék 4° , míg távolodó célnál -29° .



III-16. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja távolodó célra történő tüzeléskor, $H_c=3000$ m $v_c=-300$ m/s, a rakéta repülési idő (4s-10s) függvényében

Közeledő célra történő tüzelés esetén, a szabályozás vizsgálata szempontjából kiemelten vizsgált vágási frekvencia értéke 0,4561 Hz ről 3,695 Hz ig változik a rakéta repülése során a 4÷12 s között. Távolodó célnál a 4. másodpercben lényegesen nagyobb frekvencián kezdődik (1,3641 rad/s) és tolódik el a 10. s-ra 7,9184 rad/s -re. A magasabb vágási körfrekvencia értéke egyben azt is jelzi, hogy megnő a szabályozás instabilitásának veszélye, azaz lényegesen csökken a megsemmisítés valószínűsége.

Távolodó célra a szabályozási kör sebesség szerinti analiziséhez tartozó további táblázatok és diagramok a függelékben található meg.

III-24. táblázat. A fázis tartalék ($\phi(t)$) alakulása a cél sebesség és a repülési idő függvényében $t_{R\text{rep}}=11$ s, $H_c= 3000$ m, távolodó cél esetén

	$t_{R\text{rep}}(s)$	4	5	6
$v_c=300(m/s)$	$\phi(t)$ [°]	37,16	37,39	36,09
$v_c =200(m/s)$		36,42	36,88	36,14
$v_c =100(m/s)$		35,72	36,27	35,93

	$t_{R\text{rep}}(s)$	7	8	9	10
$v_c =300(m/s)$	$\phi(t)$ [°]	32,35	24,16	6,99	-29,65
$v_c =200(m/s)$		33,34	26,55	11,01	-25,06

$v_c = 100(\text{m/s})$		34,13	29,32	16,98	-16,41
-------------------------	--	-------	-------	-------	--------

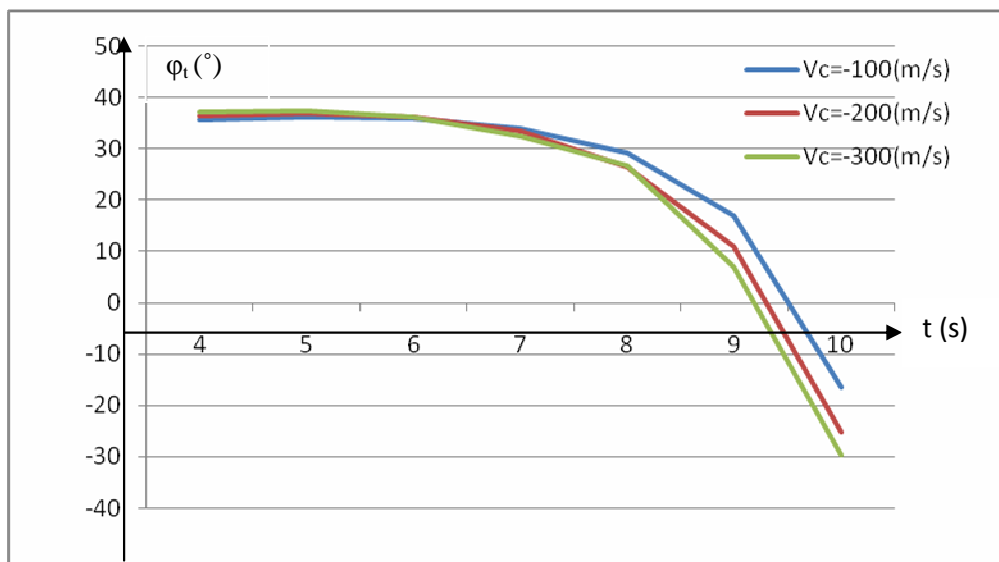
Távolodó célra a megsemmisítési zóna távoli határán történő célmegsemmisítés és a 200 m/s-os távolodó célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-50. táblázat, a 100 m/s-os távolodó célsebességhez tartozó vizsgálatok eredményét a III-51. táblázat tartalmazza.

III-25. táblázat. Az instabillá válás időpillanata (a találkozásig hátralévő idővel számolva) és a cél távolsága a célsebesség függvényében $H_c=2000$ m, $t_{\text{rep}}=11$ s, távolodó célra

A távolodó cél sebessége v_c (m/s)	300	200	100
Az instabilitás pillanata a TP előtt (s)	1,95	1,65	1,45
A rakéta cél távolsága (m)	439	434	426

A táblázatokban szereplő értékek alapján a szabályozási kör átviteli függvényeit prezentálom Bode diagramokkal a III-42. és a III-43. ábrán.

Az elvégzett vizsgálatok eredményeit a III-24 és a III-25. táblázatban összegeztem és a III-17. ábrán mutatom be.



III-17. ábra. A fázis tartalék (stabilitás) alakulása a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta repülési ideje és a cél sebesség függvényében a megsemmisítő zóna távoli határán, távolodó $H_c=3000$ m-es magasságon repülő célra

KÖVETKEZTETÉSEK

A szakirodalmi hivatkozások alapján rendszereztem a légvédelmi rakétához kapcsolódó olyan, a vizsgálatokhoz szükségeszerű légvédelmi alapfogalmakat, mint a megsemmisítési zóna, garantált megsemmisítési zóna és a tüzelési zóna, a légvédelmi rakétával való tüzelés algoritmusát. Összefoglaltam, a légvédelmi rakéták megsemmisítési zónáját befolyásoló tényezőket, külön kiemelve a MISTRAL 2 közeli hatótávolságú légvédelmi rakétára vonatkozó specifikumokat. Meghatároztam a MISTRAL 2 közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta irányítási rendszer (szabályozási kör) átviteli függvény konstans (idő invariáns) és idő variáns értékeit, majd ezek figyelembevételével Matlab® fájlokkal megvizsgáltam a MISTRAL 2 közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének stabilitását a légvédelmi rakéta repülési idejének függvényében.

Az idő variáns paraméter értékek meghatározásakor a rakéta repülési jellemzőit (rakéta repülési időt a találkozási pontig (t_{Rep}), a rakéta repülési sebességét az idő függvényében [$V_R(t)$], a rakéta és az indítási pont távolságát [D_R]) ismertnek tekintettem. A cél mozgásparamétereinek, a megsemmisítés térbeli helyzetének, valamint a rakéta repülési idejének függvényében meghatároztam a légvédelmi rakéta felnyitott szabályozási körének fázis tartalékát a rakéta kinematikus röppályára állításától a cél megsemmisítéséig minden egész másodpercben. A felnyitott szabályozási kör fázistartalékából következtettem a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta (zárt) irányítási rendszerének a stabilitására. Definiáltam az irányítási rendszer stabilitás elvesztésének időpontját és térbeli helyzetét a találkozási ponthoz viszonyítva a cél mozgásparamétereinek függvényében. Ez alapján következtetéseket vontam le a szabályozási kör stabilitásának elvesztési ideje, a céltól mért távolsága, a cél megsemmisítési valószínűségének és a cél mozgásparamétereinek korrelációjáról.

A szabályozási kör stabilitásának elvesztési idejét, annak a céltól mért távolságát alapvetően a cél és a rakéta relatív sebessége, kisebb mértékben a cél-rakéta távolság határozza meg. Ezen paraméterek nem állnak rendelkezésre az indítás pillanatában, ezért az értekezésemben részletesen elemeztem az ismert paraméterek (célsebesség v_c , célmagasság H_c és a pillanatnyi találkozási pont távolsága az indítási ponttól), hogyan befolyásolják a légvédelmi rakéta

szabályozási körének stabilitását és ezen keresztül a légvédelmi rakétacélra történő irányítását. Definiáltam a rakétának az instabillá válás időpontját találkozási ponthoz viszonyítva és a céltól mért távolságát.

A szabályozási kör stabilitásának elvesztési idejét és a céltól mért távolságát egy olyan háromváltozós függvénykapcsolattal lehet jellemezni, amelynél bármelyik változó (v_c , H_c , t_{Rrep}) értéke befolyásolja az instabillá válás időpontját és távolságát.

A vizsgálati eredményekből megállapítható, hogy a cél magassága elhanyagolható mértékben befolyásolja a szabályozási kör az instabillá válás időpontját és távolságát!

ÖSSZEGZETT KÖVETKEZTETÉSEK

Jellegéből adódóan a légvédelmi harc gyors lefolyású, dinamikus műveleti algoritmusok összessége. Legfontosabb eleme a tüzelés, amely a légi ellenség megsemmisítésére irányuló harci munka folyamata.

A tüzelés feladata a megsemmisítési zónába folyamatosan érkező légi célok megsemmisítése. A célra történő tüzelés – ezen belül a légvédelmi rakéta komplexum - hatékonyságát a gyakorlatban (a szakirodalomban) különböző mutatókkal fejezik ki. Kétségtelenül a legkézenfekvőbb minőségi mutató az adott légvédelmi rakétára jellemző megsemmisítési valószínűség mutatója. Ez a szám egészen pontosan az egyes cél egy rakétával történő megsemmisítési valószínűsége, amelynek meghatározásához ismernünk kell a rávezetési hiba törvényt és a cél megsemmisítés feltételes koordináta törvényét.

Az adott légvédelmi rakétára megadott megsemmisítési valószínűség másrésztől a komplexum alkalmazhatóságának és minőségének is legáltalánosabb minőségi mutatója. Ebből következően a megsemmisítési valószínűség a célmegsemmisítés algoritmusának - célfelderítés, elfogás, követés, a rakéta indítási pillanatának meghatározása, az indítás és a rávezetés-technikai feltétele, matematikailag az egyes elemek valószínűségek szorzataként határozható meg. A vizsgált algoritmus műveleteihez tartozó technikai berendezésekkel szembeni követelmények azt jelentik, hogy pl. $P_1=0,9$ értékű megsemmisítési valószínűség

esetében bármely berendezésnek 0.99 valószínűséggel (megbízhatósággal) kell működni. Ez matematikailag azt jelenti, hogy a $P_{gy}=0,9$ -es megsemmisítési valószínűség eléréséhez a tárgyalt összetevőknek nem 0,9 hanem 10X effektívebb működést kell biztosítani. Mindezekkel összefüggésben fogalmaztam meg a vizsgálandó tudományos problémát, jelöltem meg a kutatási célokat és a hipotézist, valamint a különböző kutatási módszereket.

Az első kutatási hipotézisben fogalmaztam meg azt, hogy a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitása csökken a rakéta repülési idő függvényében. A felnyitott szabályozási kör vizsgálata során egyértelművé vált, hogy a rakéta stabilitása a repülési idő függvényében csökken. A csökkenés nem egyenletes, csak a repülési idő utolsó harmadában jelentkezik, amikor is a fázis tartalék csökkenése hirtelen és meredeken megy végbe.

Ez a fázis tartalék csökkenés - amely a rakéta instabilitásához vezet - független a cél paramétereiktől, a kinematikus tag idővariáns tényezői okozzák és kompenzációval nem szüntethető meg.

A második kutatási hipotézis alapján feltételeztem, hogy a légvédelmi rakéta stabilitását, illetve az instabilitásba való átmenet pillanatát a légi cél magassága és sebessége befolyásolja. A hipotézist a kutatási eredmények azonban nem teljesen igazolták, ugyanis a légvédelmi rakéta irányítási körének stabilitása és a cél magassága között csak gyenge korreláció mutatható ki, míg a cél sebessége és a légvédelmi rakéta stabilitása között erős korrelációt találtam.

A harmadik hipotézisben azt rögzítettem, hogy a légvédelmi rakéta szabályozási körének stabilitása a megsemmisítési zóna mélységén belül a találkozási ponttól függően változik. A felnyitott szabályozási kör vizsgálata során meghatároztam a légvédelmi rakéta instabillá válásának időpillanatát és távolságát megsemmisítési zóna mélységében és megállapítottam, hogy a hipotézist teljes mértékben alátámasztják azok a vizsgálati eredmények, amelyek azt mutatják, hogy az instabillá válás időpillanata a megsemmisítési zóna távoli határától a közeli határ irányába 0,2225s-al később következik be.

A negyedik hipotézisben deklaráltam, hogy a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta irányítási rendszer stabilitása a cél mozgásparamétereivel korrelációban a megsemmisítési zóna geometriai közepén maximális, a közeli- és a távoli határhoz közeledve csökkenő. A vizsgálatok során arra a következtetésre jutottam, hogy ezt a hipotézist csak részben támasztják alá a vizsgálati eredmények, ugyan

is a megsemmisítési zóna geometriai közepén nem maximális a légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitása. Azonban a vizsgálati eredmények alapján az is megállapítható, hogy egyrészt nem állandó a szabályozási kör fázistartaléka a megsemmisítési zóna mélységében, másrészt a MISTRAL 2 légvédelmi rakéta célra irányítás pontossága akkor maximális, amikor a célmegsemmisítés 3500m-es ferdetávolságon következik be (100m/s-os célsebesség esetén). Érdemes megemlítenem, hogy ezt az eredményt kapjuk 400m/s célsebességre is.

Ebből következően a légvédelmi rakéta stabilitás szempontjából a megsemmisítési zóna közepe nem a megsemmisítési zóna geometriai középpontjában van, hanem eltolódik a megsemmisítési zóna közeli határa irányába. Emellett a megsemmisítési zóna távoli határának távolsága fordítottan arányos a cél sebességgel, a közeli határa pedig egyenesen arányos a cél magasságával ($H_c > 1500\text{m}$ esetén).

ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

1. Kutatásaim eredményeképpen kidolgoztam az önirányítású légvédelmi rakéták irányító rendszerének determinisztikus analízisét, amely lehetővé teszi a rakéta és a cél paraméterek figyelembevételével a rakéta szabályozási kör egzakt vizsgálatát, ezen belül a stabilitás, megfigyelhetőség, irányíthatóság kritériumainak adekvát meghatározását.
2. Kutatásaim alapján meghatároztam a MISTRAL 2 önirányítású légvédelmi rakéta szabályozási kör fázistartaléka és a célparaméterek (v_c , H_c) közötti kapcsolatot - ezen belül a légvédelmi rakéta szabályozási kör stabil állapotból instabil állapotba való átmenet idő és távolság intervallumát.
3. Vizsgálataim eredményeképpen definiáltam a MISTRAL 2 önirányítású a légvédelmi rakéta célparaméterektől (v_c , H_c) és a találkozási pont helyzetétől (t_{rep}) függő koordinátáit.
4. Vizsgálataim alapján meghatároztam a MISTRAL 2 önirányítású a légvédelmi rakéta fázistartalékára leginkább befolyást gyakorló cél-rakéta közeledési sebesség valamint a találkozási pont távolságának hatását, ennek alapján a cél megsemmisítésének optimális idő pillanatát és távolságát a célparaméterek (v_c , H_c) függvényében.

AJÁNLÁSOK

- A **kidolgozott téma** alapul szolgálhat a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen a légvédelmi rakéta szakos hallgatók Rendszertechnika, Légvédelmi Hálózatok, Légvédelmi Rakéták Típusismerete tantárgy ismereteinek megértéséhez és elmélyítéséhez
- **Hozzájárulhat** a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen a légvédelmi rakéta szakos hallgatók Légvédelmi Rakéták Típusismerete tantárgy Mistral-2 közeli-hatótávolságú légvédelmi rakéta témakörében tanultak megértéséhez
- **Segítséget nyújthat** a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen a légvédelmi rakéta szakcsoport oktatóinak a tananyag fejlesztéséhez és a tananyagok összeállításához
- **Elősegítheti** a további kutatómunkát.

A TÉMAKÖRBŐL KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓIM

1. Lamper László okleveles mk. őrnagy főiskolai tanársegéd:

Új európai kozmikus rádiónavigációs rendszer. Új Honvédségi Szemle ISSN1216-7436 LVIII évfolyam 2004/6 129-133 oldal

2. Rácz Elemér - Lamper László:

A közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta rendszerek fejlesztésének irányai. Bolyai Szemle ISSN1416-1443 2004. évi 2. szám 5.-19 oldal

3. Rácz Elemér - Lamper László:

A Német Szövetségi Köztársaság katonai vezetésének tervei a pilótánélküli repülő eszközök alkalmazására és fejlesztésére I. Bolyai Szemle ISSN1416-1443 2004 évi 3. szám 20.-32. oldal

4. Rácz Elemér - Lamper László:

A Németország katonai vezetésének tervei a pilótánélküli repülő eszközök alkalmazására és fejlesztésére II. Bolyai Szemle ISSN1416-1443 2005 évi 4. szám 7.-18. oldal

5. Lamper László:

A légvédelem felderítési és riasztási rendszerének fejlődése a II. világháború végéig. Bolyai szemle ISSN1416-1443 2007 évi 2. szám 133.-147. oldal

6. Dr. Forgón Miklós - Lamper László:

A légvédelmi tüzérség fejlődése Magyarországon 1945-1953 között Bolyai szemle ISSN1416-1443 2010 évi 2. szám, 225-241. oldal

7. Lamper László:

A légvédelmi tüzérség fejlődése Magyarországon 1953-1956 között. Bolyai szemle ISSN1416-1443 Budapest, 2008 évi 3. szám 103-111. oldal

8. Lamper László:

MEADS (Medium Extended Air Defence Systems) közepes hatótávolságú légvédelmi és rakéta védelmi rendszer. Haditechnika ISSN 0230-6891, Budapest, 2010 évi 4. szám, 16-18 oldal

9. Miklos Forgón - Laszlo Lamper:

Development of MEADS and Patriot air and missile defense systems. AARMS ISSN1588-8789, Budapest, 3/8 2009 455-461 oldal

10 Kecszer Ernő - Lamper László:

MISTRAL 2 közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta komplexum. Elektronikus jegyzet, ZMNE, Budapest, 2008.

11 Lamper László:

Feladatok megoldása Matlab® Control system segítségével. Elektronikus jegyzet, ZMNE, Budapest, 2006.

12 Dr. Forgón Miklós -Lamper László:

A kutatás és fejlesztés fázisai a MEADS légvédelmi és rakéta védelmi komplexumnál. Bolyai szemle ISSN1416-1443 Budapest, 2011 évi 2. szám

13 Lamper László:

Az önirányítású légvédelmi rakéta stabilitás vizsgálata a magasság függvényében. Bolyai szemle ISSN1416-1443 Budapest, megjelenés alatt

14 Lamper László:

Az önirányítású légvédelmi rakéta stabilitás vizsgálata a célsebesség függvényében. Bolyai szemle ISSN1416-1443 Budapest, megjelenés alatt

EGYÉB PUBLIKÁCIÓIM

1. Lamper László: Automatika KE jegyzet, ZMNE, Budapest, 2007.
2. Lamper László: Számítógépes Folyamatszabályozás. Feladat gyűjtemény ZMNE, Budapest, 2005.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] **Dr. Forgon M- Lamper L:** A kutatás és fejlesztés fázisai a MEADS légvédelmi és rakéta védelmi komplexumnál, Bolyai Szemle, ZMNE, Budapest, 2011.évi 2. szám, pp. 2, pp.4
- [2] A repülés elmélet alapjai, Tankönyv, Honvédelmi Minisztérium Budapest, 1962. pp.5-54
- [3] **Blakelock J. H. :**Automatic Control of Aircraft and Missiles. John Wiley and Sons, New York, 1965. pp.10
- [4] **БЛЕЙКЛОК, Г., ДЖ. :**Атаматическое Управление Самолетами и Ракетами, Издательство Машиностроение, Москва. 1967. pp.9-10, pp.125
- [5] **Szegedi P.:** Repülésszabályzó rendszerek szabályzóinak számítógépes analízise és szintézise, PhD értekezés, ZMNE Budapest 2005. pp.18, pp.19, pp.20, pp.39
- [6] Lőelméleti alapismeretek a légvédelmi rakétás tisztek és tiszthelyettesek számára. Tansegédlet, Magyar Honvédség Légvédelmi Rakéta és Tüzérfőnökség kiadványa, Veszprém, 1997. pp.9, pp.11, pp.15, pp.83-92, pp.122, pp.131, pp.138, pp.142
- [7] **ДЕМИДОВ В.,П. –КУТЫБЕВ Н.Ш.:** Упаравление зенитными Ракетами, Воениздат, Москва 1989. pp.127, pp.86, pp.23-30, pp.30-36, pp.37-58
- [8] **Szentesi Gy.:** Rakéta technika alapjai jegyzet, ZMKMF Budapest 1970. pp.56-58

- [9] **Hacker T:** Flight stability and Control, American Elsevier Publishing Co., 1970. pp.37-48
- [10] **Fodor Gy.:** Lineáris rendszerek analízise, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967. pp.12-67
- [11] **Csáki Frigyes-Bars R :** Automatika Tankönyvkiadó, Budapest, 1992. pp.23-47
- [12] **Csáki F.:** Szabályozások dinamikája, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974. pp.12-34
- [13] **Tuschák R.:** Szabályozástechnika. I. Füzet Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1993. pp.34-54
- [14] **Stachó T.:** Automatika BJKMF, Budapest, 1993. pp.94 pp.185-190, pp.189-191,
- [15] **Csáki F.:** Automatika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1986. pp.24-56
- [16] **Csáki F.:** Korszerű szabályozás elmélet, Akadémiai Könyvkiadó, Budapest, 1970. pp.34-45
- [17] **Kuo, B. C.:** Önműködő szabályzó rendszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979. pp.35-39
- [18] **Dr. Szilágyi B.:** Állapot transzformáció. Irányíthatóság, megfigyelhetőség, állapot irányítás. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998. pp.20-27
- [19] **Halász B-Helybéli Z-Juhász F-Szilágyi B-Villányi I:** Állapot transzformáció Irányíthatóság, Megfigyelhetőség, Állapot irányítás, Műegyetemi Kiadó, Budapest. 1998. pp.3-34, pp.13-22
- [20] **Tuschák R.:** Szabályozástechnika, ötödik kiadás, Műegyetemi Kiadó, Budapest. 1999. pp.93-94, pp.95-97, pp.98-101, pp.123-126, pp.132-134, pp.167-168, pp.112
- [21] Automatika DE-MFK Egyetemi jegyzet Debrecen 2005. pp.25, pp.26, pp.28, pp.48-49, pp.37
- [22] **Distefano J. J,- Stubberud A. R.:** SCHAUM'S OUTLINES of Theory and Problems of Feedback and Control Systems, Second Edition, McGRAW-HILL, NEW YORK, 1990. ISBN:0-07-017052-5 pp.246-318, pp.364-410, pp.411-452
- [23] **Bokor J.- Gáspár P.- Kohut M. - Kurutz K.:** Szabályozás technika I, Műegyetemi kiadó, Budapest, 1998, pp.13-34

- [24] **Halász B-Helybéli Z-Juhász F-Szilágyi B-Villányi I:** Jelátvivő tagok frekvencia függvényei, Szabályozás stabilitásvizsgálata a frekvencia módszer alapján, Műegyetemi Kiadó, Budapest. 1998. pp.4-6, pp.27, pp.10-20
- [25] **Petz E.:** Önműködő szabályozók optimális behangolása. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1971.pp.43-58
- [26] **Tuschák R.** Szabályozástechnika. 5. Füzet Optimális irányítási rendszerek, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988. pp.23-34
- [27] **Athans, M.:** The Role and Use of the Stochastic Linear Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design, IEEE Trans. automat. Contr., AC-16 1971. pp.529-552
- [28] **Doyle, J.,C.,-Glover, K.-Khargonekar, P., P.-Francis, B.:**State-space solution to the standard H_2 and H_∞ control problems, IEE Trans. Aut Control vol.,34, 1989 pp.831-846
- [29] **Otaga, K :** Modern Control Engineering, Prentice-Hall International Inc., 1990. pp.56-87
- [30] **Biran A - Breiner M. :**MATLAB® for Engineers, Addison-Wesley Publising Company Inc., 1995. pp.34-53
- [31] **Chiang, R, Y-Safonov, M,G :** MATLAB® Robust Control Toolbox User's Guide, The Math Works Inc., 1996. pp.13-37
- [32] **Chipperfield, A.J.-Fleming, P.J. :** MATLAB® Toolboxes and Applications for Control, Peter Peregrius Ltd, 1993. pp.32-54
- [33] MATLAB® Control System Toolbox 4.0 User's Guide, The Math Works Inc., 1996. pp.34-54
- [34] MATLAB® The Language of Technical Computing User's Guide, The Math Works, Inc., 1997. pp.37
- [35] **Otaga, K :** Solving Control Engineering Problems with MATLAB®, Prentice-Hall International Inc., 1994. pp.47
- [36] **Otaga, K:** Designing Linear Control System with MATLAB®, Prentice-Hall International Inc., 1994. pp.57
- [37] **Halász B-Helybéli Z-Juhász F-Szilágyi B-Villányi I:** Matlab Control System Toolbox Simulink, Műegyetemi Kiadó, Budapest. 1998. pp.3-9, pp.13-15, pp.19

- [38] **Dr. Tusák R.:** MATLAB CONTROL SYSTEM TOOLBOX SIMULINK Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998. pp.23
- [39] **Dr. Szilágyi B.:** Jelátvivő tagok frekvencia függvényei. A szabályozás stabilitás vizsgálata a frekvencia módszer alapján. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998. pp.39
- [40] **Stachó T.:** Légvédelmi rakéták rendszertana I. BJKMF, Budapest, 1992. pp.45-79
- [41] **Stachó T.:** Légvédelmi rakéták rendszertana II. BJKMF, Budapest, 1992., pp.301, pp.302, pp.307, pp.308-311, pp.311-317, pp.317-322
- [42] **Перешада, С., А. :** Зенитные Ракетные Комплексы, Воениздат, Москва 1973. pp.75-79, pp.80-87
- [43] **Перешада, С., А. :** Зенитное Управляемое Оружие, Воениздат, Москва 1997. pp.47
- [44] **Keksz E. - Lamper L.:** MISTRAL 2 közeli hatótávolságú légvédelmi rakéta komplexum típus ismerete, Elektronikus jegyzet, ZMNE, Budapest, 2008.
- [45] **Stachó T.:** Önrávezető légvédelmi rakéták rendszertechnikája ZMKMF, Budapest, 1984. pp.45
- [46] Szakismeretek a légvédelmi rakétás tisztek és tiszthelyettesek számára. Tansegédlet, Magyar Honvédség Légvédelmi Rakéta és Tüzérfőnökség kiadványa, Veszprém, 1997. pp.117-121, pp.121-129, pp.130-136, pp.137-140, pp.141-152, pp.178
- [47] **Вермишев, Ю., Х.:** Основы управления ракетами, Воениздат, Москва 1998. pp.58
- [48] **Дубин, Я., М.,- Исаев, Г., Г.,-Титов, Н., Н.:** Теория полёта и системы управления ЗУР, Воениздат, Москва 1997. pp.79
- [49] **Szegedi P.:** Repülésszabályzó rendszerek szabályzóinak számítógépes analízise és szintézise, ZMNE, Budapest, 2005. pp.3-19
- [50] www.mbd-systems.com/mbda/site/ref/scripts/ 2011-05-19
- [51] www.army-technology.com/projects/mistral/ 2011-05-19
- [52] www.deagel.com/Surface-to-Air-Missiles/Mistral_a001129001.aspx 2011-05-19
- [53] articles.janes.com/articles/Janes-Land-Based-Air-Defence/Mistral-2-France.html 2011-05-19

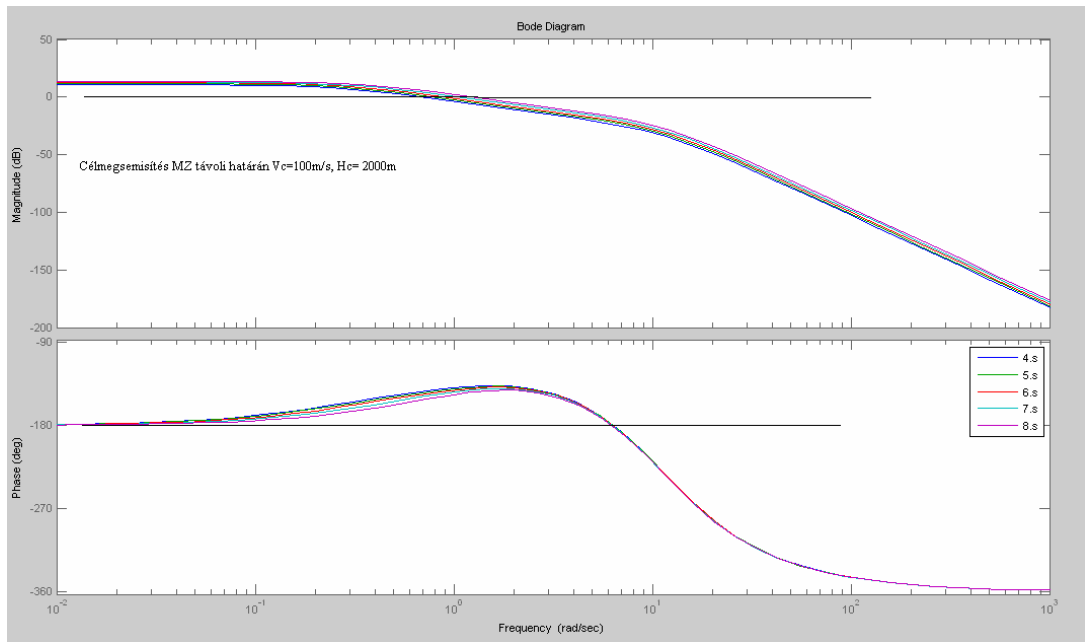
- [54] hu.wikipedia.org/wiki/Mistral 2011-05-19
- [55] en.valka.cz/viewtopic.php/t/15751 - 73k –2011-05-19
- [56] jets.hu/news?id=88 - 17k 2011-05-19
- [57] wapedia.mobi/en/Mistral_missile - 24k 2011-05-19
- [58] s7.invisionfree.com/worldconflictsforum/ar/t3512.htm - 8k 2011-05-19

FÜGGELÉK

A szabályozási kör analízise a megsemmisítési zóna távoli határán, a magasság függvényében

III-26. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{z|D|}, \frac{D}{z|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ és $t_{Rrep}=13\text{s}$ idő esetén

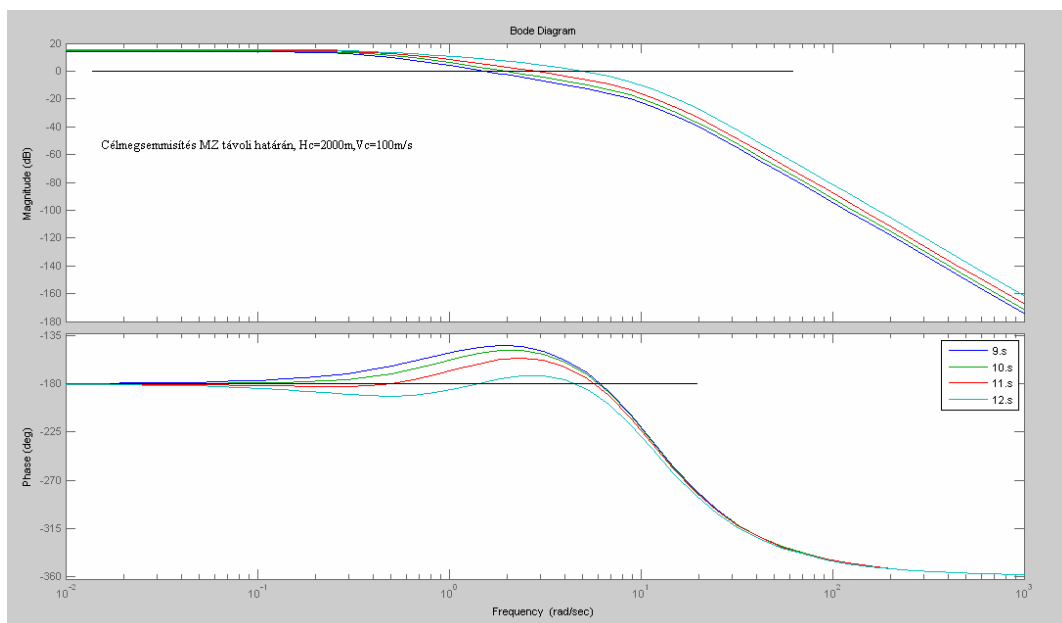
t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8
$v_{R\ pill}$ (m/s)	703	621	558	506	464
D_{C-R} (m)	5051	4299	3618	2993	2415
$\frac{K_a}{z D }$	3,4221	3,8113	4,1830	4,5395	4,8824
$\frac{D}{z D }$	3,1661	3,0008	2,7718	2,4885	2,1596
$\varphi(t)$ [°]	36,54	36,96	36,97	36,65	35,86
K_t	0,292	0,2622	0,2389	0,2208	0,2047
ω_c	0,6946	0,7903	0,9040	1,0472	1,2383



III-18. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s-ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a rakéta repülési idő (4÷8 s-ig) függvényében

III-27. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m cél és $t_{Rrep}=13$ s idő esetén

$t_{R rep}$ (s)	9	10	11	12	13
$v_{R pill}$ (m/s)	429	398	372	349	329
D_{C-R} (m)	1875	1368	889	434	0
$\frac{K_a}{2 D }$	5,2131	5,5325	5,8415	6,1409	
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	1,7902	1,3860	0,9508	0,4885	
$\varphi(t)$ [°]	34,35	31,12	23,02	-3,37	
K_t	0,1918	3,8074	2,315	0,8961	
ω_c	1,5154	1,965	2,8328	5,0250	

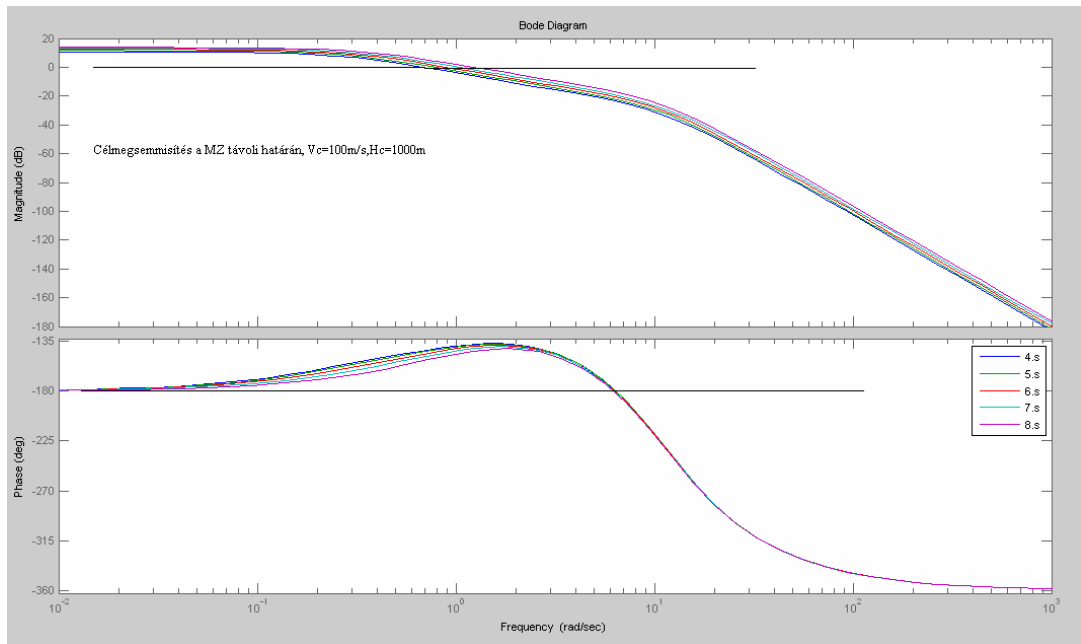


III-19. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s-ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a rakéta repülési idő függvényében

A szabályozási kör analízise a megsemmítési zóna távoli határán, a magasság függvényében ($H_c=1000$ m, $v_c=100$ m/s, $t_{Rrep}=13$ s)

III-28. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=1000$ m cél és $t_{Rrep}=13$ s idő esetén

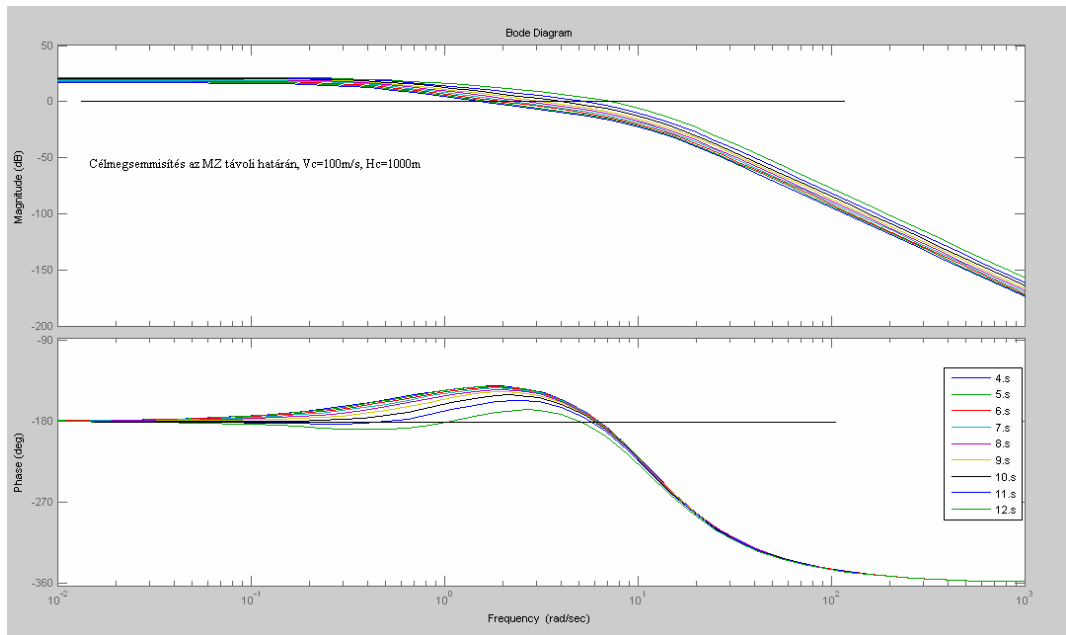
t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8
$v_{R pill}$ (m/s)	703	622	558	507	464
D_{C-R} (m)	5085	4328	3644	3015	2433
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4052	3,7906	4,1585	4,5110	4,8500
$\frac{D}{2 D }$	3,1714	3,0051	2,7751	2,4909	2,1613
$\varphi(t)$ [°]	36,51	36,92	36,92	36,59	35,80
K_t	0,2935	0,2636	0,2403	0,2216	0,2061
ω_c	0,6909	0,7859	0,8988	1,0409	1,2304



III-20. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=1000$ m esetén a rakéta repülési idő (4÷8 s-ig) függvényében

III-29. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=1000$ m cél és $t_{Rrep}=13$ s idő esetén

t_{rep} (s)	9	10	11	12
$v_{R\ pill}$ (m/s)	429	398	372	349
D_{C-R} (m)	1889	1379	896	438
$\frac{K_a}{2 D }$	5,1767	5,4921	5,7971	6,0924
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	1,7913	1,3867	0,9510	0,4886
$\varphi(t)$ [°]	34,29	31,10	23,08	-3,11
K_t	0,1931	3,8376	2,333	0,9036
ω_c	1,5052	1,9508	2,8117	4,9905

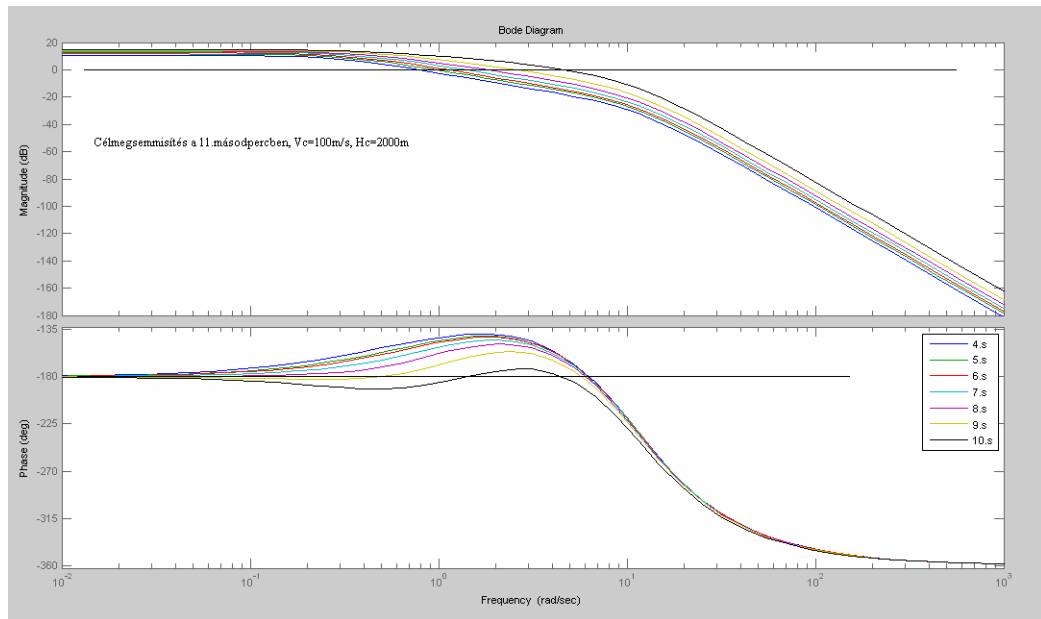


III-21. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 13. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=1000$ m esetén a repülési idő függvényében

A rakéta szabályozási kör analízise a találkozási pont helyzete alapján $t_{Rrep} = 11$ s, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén.

III-30. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c] = f(t_{Rrep}, v_{Rpill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=11$ s idő esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8	9	10
v_{Rpill} (m/s)	703	621	558	506	464	429	398
D_{C-R} (m)	4342	3401	2722	2099	1522	983	478
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4289	3,8196	4,1929	4,5509	4,8955	5,2278	5,5488
$\frac{D}{2 D }$	2,7268	2,3794	2,0903	1,7492	1,3647	0,9417	0,4856
$\varphi(t)$ [°]	34,07	33,55	33,90	32,84	30,30	23,51	-0,4863
K_t	0,2915	0,2617	0,2384	0,2197	4,2273	2,5567	0,9822
ω_c	0,7976	0,9754	1,112	1,3663	1,7747	2,5651	4,628

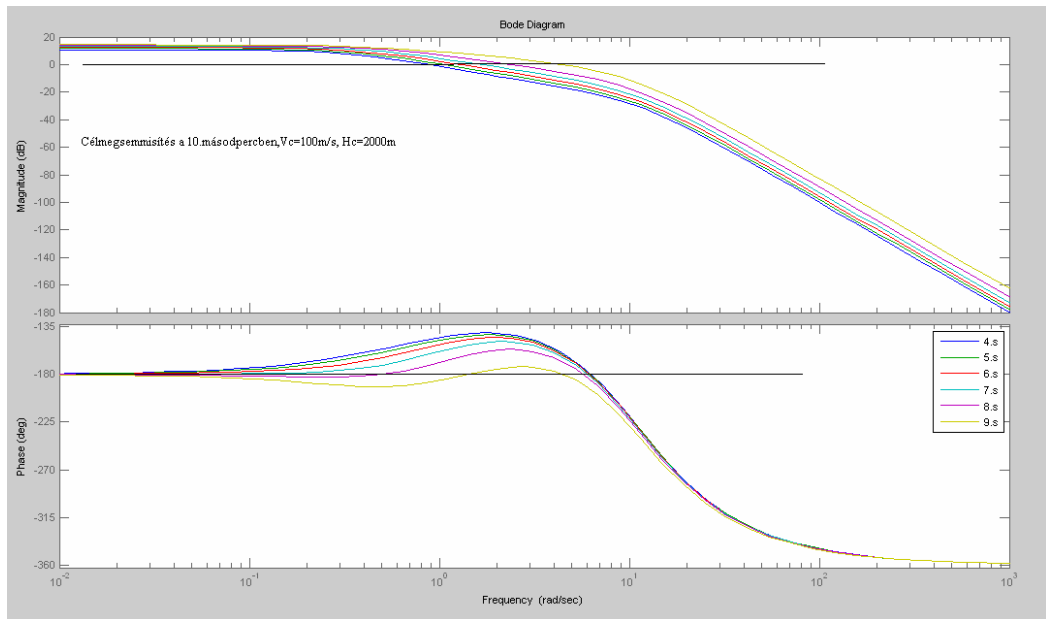


III-22. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 11. s -ban történő megsemmisítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a repülési idő függvényében

A rakéta szabályozási kör vizsgálata a találkozási pont helyzete alapján a megsemmisítési zónában 10s-os rakéta repülési idővel, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén

III-31. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m cél és $t_{Rrep}=10$ s idő esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8	9
$v_{R pill}$ (m/s)	703	621	558	506	464	429
D_{C-R} (m)	3668	2918	2240	1617	1042	505
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4341	3,8260	4,2004	4,5597	4,9055	5,2390
$\frac{D}{2 D }$	2,3069	2,0446	1,7230	1,3507	0,9362	0,4842
$\varphi(t)$ [°]	32,56	32,54	31,76	29,63	23,59	0,944
K_t	0,2911	0,2613	0,238	4,4852	2,7053	1,0354
ω_c	0,8705	1,043	1,2854	1,6735	2,4214	4,4013

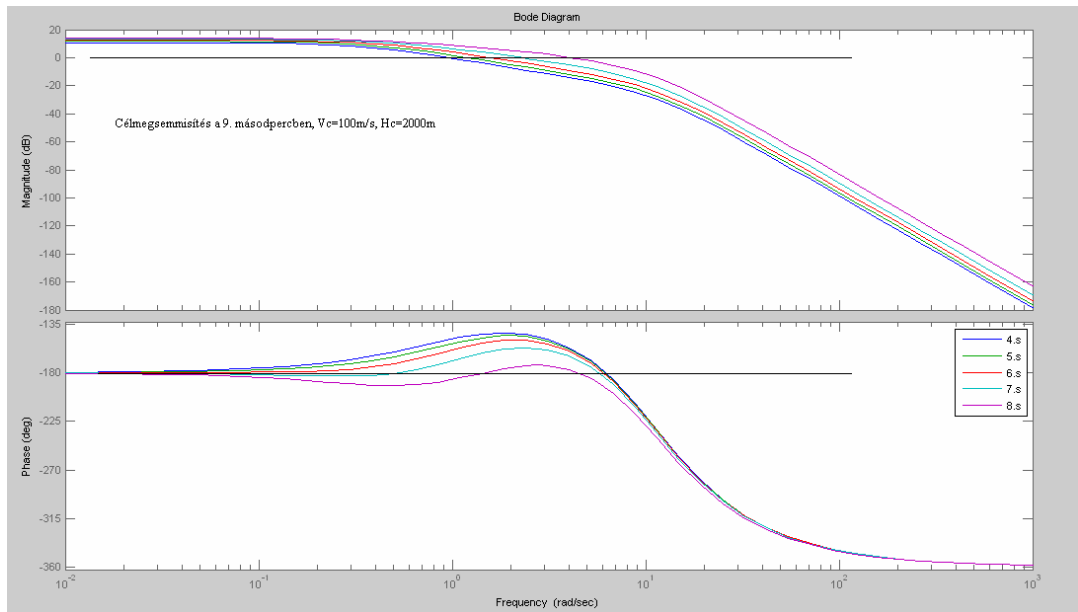


III-23. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 10. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén

A rakéta szabályozási kör vizsgálata a találkozási pont helyzete alapján a megsemmítési zónában 9s-os rakéta repülési idővel, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén

III-32. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=9$ s esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8
$v_{R pill}$ (m/s)	703	621	558	506	464
D_{C-R} (m)	3155	2407	1730	1110	536
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4415	3,8350	4,2111	4,5720	4,9196
$\frac{D}{2 D }$	1,9886	1,6904	1,3345	0,9292	0,4829
$\varphi(t)$ [°]	30,76	30,36	28,65	23,35	2,448
K_t	0,2905	0,2607	0,2374	2,8763	1,0979
ω_c	0,9683	1,2005	1,5663	2,2703	4,1596

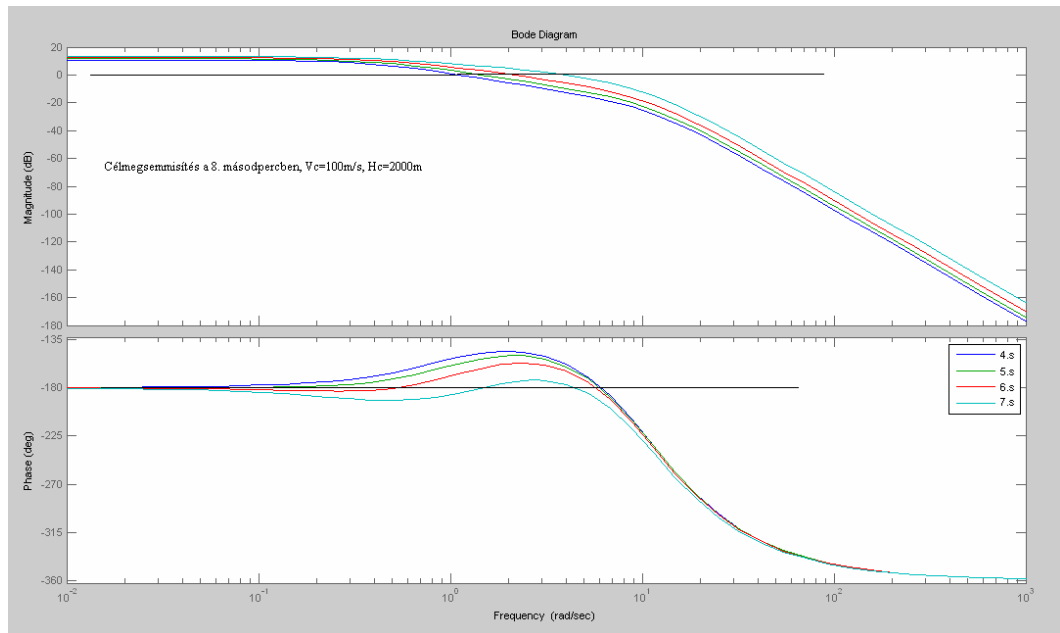


III-24. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 9. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a repülési idő függvényében

A rakéta szabályozási kör vizsgálata a találkozási pont helyzete alapján a megsemmítési zónában, $t_{Rrep} = 8s$, $v_c=100m/s$, $H_c=2000m$ esetén

III-33. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100m/s$, $H_c=2000m$ és $t_{Rrep}=8$ s esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8
$v_{R pill}$ (m/s)	703	621	558	506	464
D_{C-R} (m)	2609	1864	1190	571	0
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4525	3,8484	4,2271	4,5907	4,9409
$\frac{D}{2 D }$	1,6499	1,3135	0,9209	0,4804	0,0000
$\varphi(t)$ [°]	28,54	27,32	22,85	3,78	
K_t	0,2896	0,2598	0,3409	1,1666	
ω_c	1,1089	1,454	2,1115	3,9039	

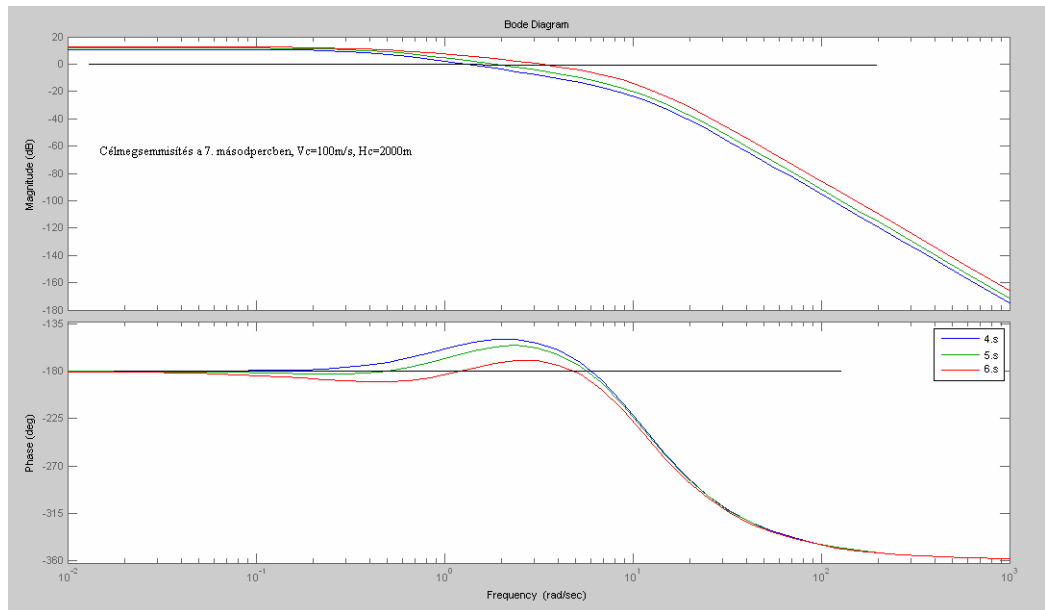


III-25. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 8. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100\text{ m/s}$, $H_c=1000\text{ m}$ esetén a rakéta repülési idő függvényében

A rakéta szabályozási kör vizsgálata a találkozási pont helyzete alapján a megsemmítési zónában, $t_{Rrep} = 7\text{s}$, $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ esetén

III-34. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ és $t_{Rrep}=7\text{ s}$ esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7
$v_{R\text{ pill}}$ (m/s)	703	621	558	506
D_{C-R} (m)	2026	1284	614	0
$\frac{K_a}{2 D }$	3,4706	3,8706	4,2535	4,6214
$\frac{D}{2 D }$	1,2877	0,9104	0,4785	0,0000
$\varphi(t)$ [°]	26,08	23,10	9,7128	
K_t	0,2881	0,3536	1,5358	
ω_c	1,2937	1,8462	3,2535	

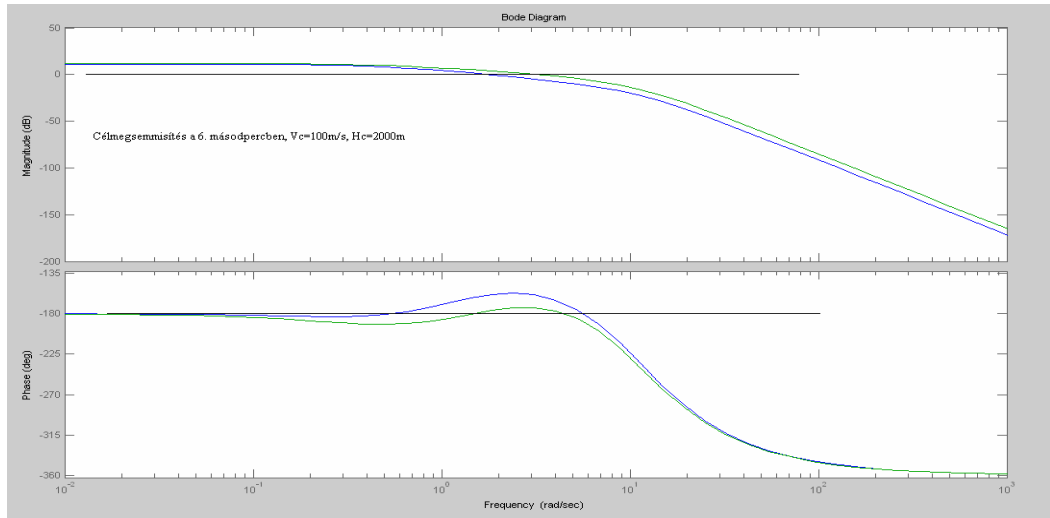


III-26. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 7. s -ban történő megsemmisítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a repülési idő függvényében

A rakéta szabályozási kör vizsgálata a találkozási pont helyzete alapján a megsemmisítési zónában 6s-os rakéta repülési idő, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén

III-35. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_R pill, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=6$ s esetén

t_{Rrep} (sec)	4	5	6
v_R (m/s)	703	621	558
D_{C-R} (m)	1396	662	0
$K_a/2D'$	3,5051	3,9130	4,3041
$D/2D'$	0,8965	0,4747	0,0000
fit (°)	20,56	5,87	
$k(t)$	0,421	1,3423	
ω_c	1,7712	3,3295	

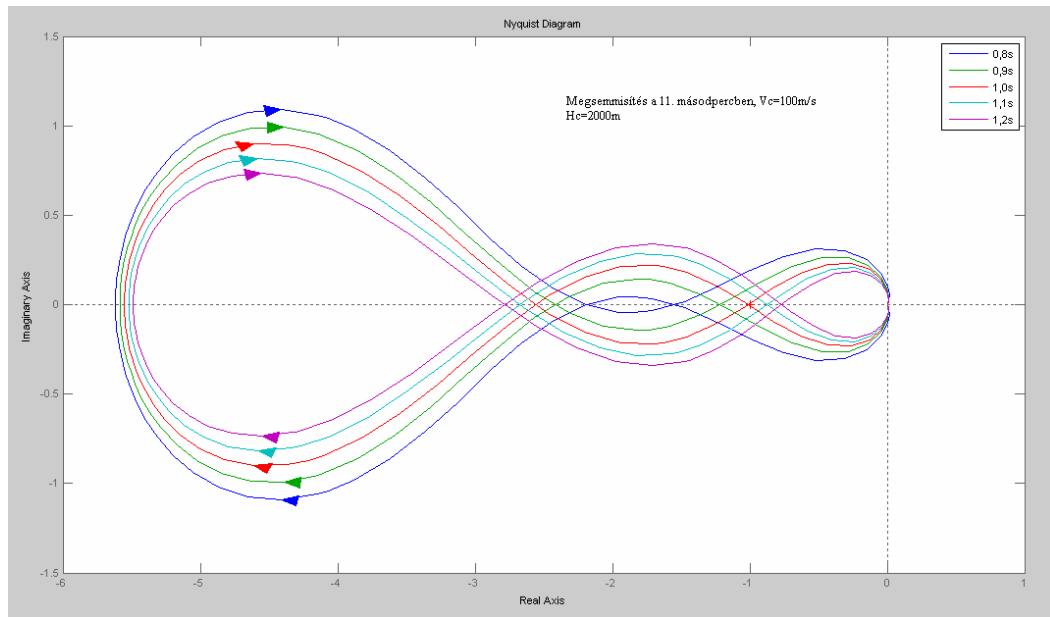


III-27. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja az indítástól számított 6. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a repülési idő függvényében

A stabilitás elvesztése pillanatának meghatározása $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=11$ s esetén

III-36. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=11$ s esetén

$t_{találk}$ (s)	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$v_{R\ pill}$ (m/s)	392	395	398	401	404
D_{C-R} (m)	380	429	478	527	577
$\frac{K_a}{2 D }$	5,6179	5,5855	5,5531	5,5205	5,4879
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	0,3913	0,4389	0,4862	0,5332	0,5799
$\varphi(t)$ [°]	-11,33	-5,4598	-0,4531	3,7755	7,3939
K_t	0,6479	0,8247	0,9834	1,1388	1,2947
ω_c [rad/s]	5,4423	5,0055	4,6269	4,2930	4,0001

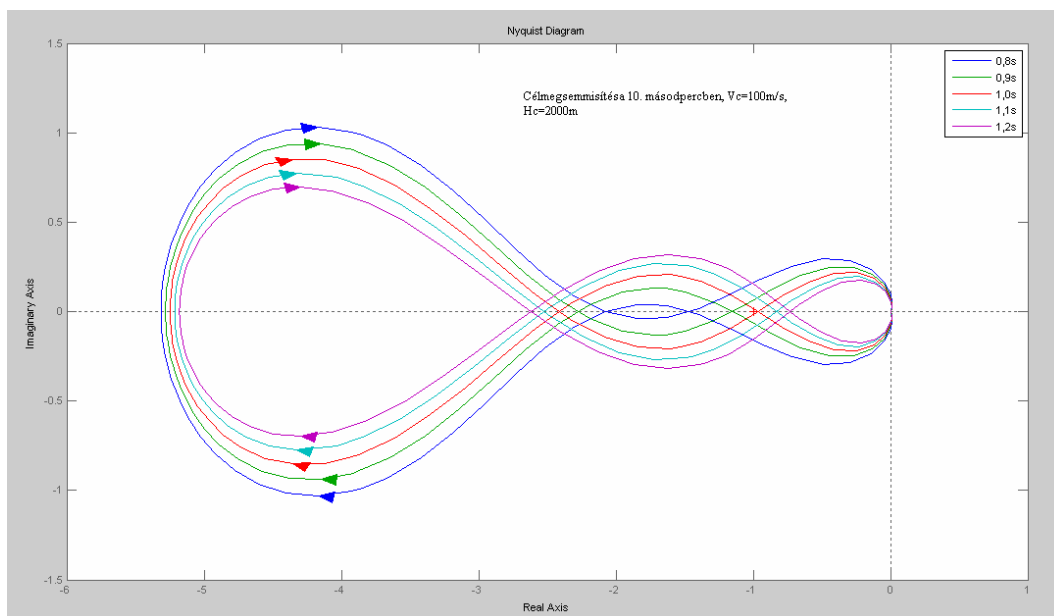


III-28. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja az indítástól számított 11. s -
ban történő megsemmisítés, $v_c=+100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a megsemmisítés
előtti másodpercben

*A stabilitás elvesztése pillanatának meghatározása $v_c=100$ m/s $H_c=2000$ m,
 $t_{Rrep}=10$ s esetén*

III-37. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=$
 100 m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=10$ s esetén

$t_{találk}$ (s)	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$V_{R\ pill}$ (m/s)	421	424	428	431	435
$\frac{K_a}{2 D }$	5,3137	5,2803	5,2468	5,2132	5,1795
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	0,3905	0,4379	0,4850	0,5317	0,5781
$\varphi(t)$ [°]	-9,5364	-3,8337	0,9767	5,0563	8,5558
K_t	0,6817	0,8687	1,0367	1,2009	1,3656
ω_c [rad/s]	5,2030	4,7734	4,4018	4,0794	3,7979

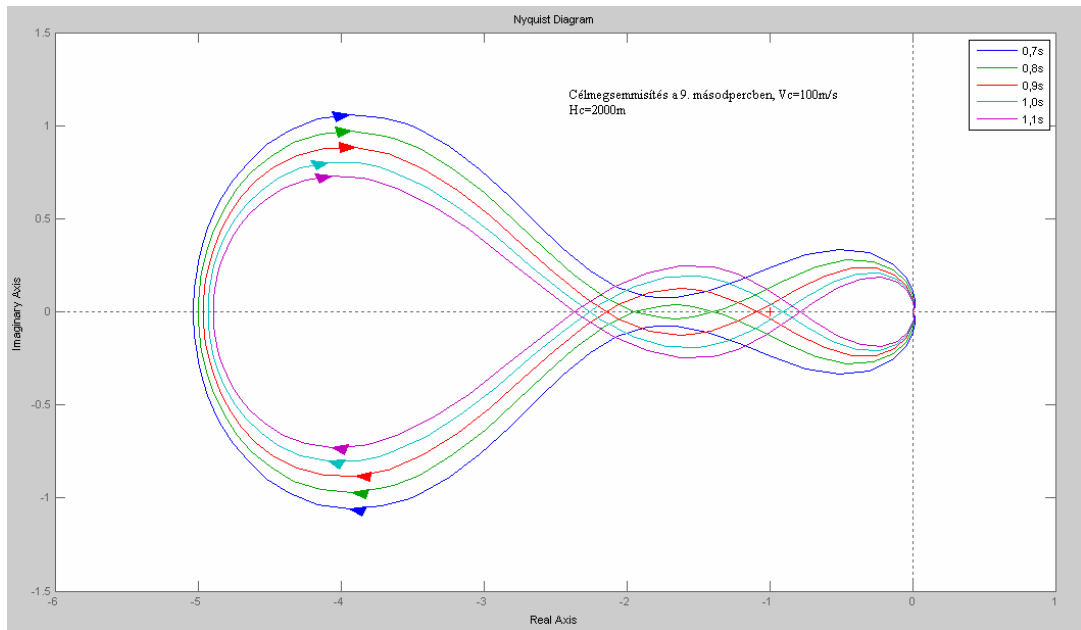


III-29. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja az indítástól számított 10. s -
ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a megsemmítés
előtti másodpercben

*A stabilitás elvesztése pillanatának meghatározása $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m,
 $t_{Rrep}=9$ s esetén*

III-38. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=$
 100 m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=9$ s esetén

$t_{találk}$ (s)	0,7	0,8	0,9	1	1,1
$v_{R\ pill}$ (m/s)	452	455	459	463	467
D_{C-R} (m)	371	426	481	536	591
$\frac{K_a}{2 D }$	5,0311	4,9967	4,9621	4,9275	4,8927
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	0,3421	0,3896	0,4367	0,4835	0,5299
$\varphi(t)$ [°]	-14,3124	-7,6810	-2,1656	2,4628	6,3714
K_t	0,1987	0,7210	0,9197	1,0983	1,2732
ω_c [rad/s]	5,4277	4,9388	4,5214	4,1621	3,8516



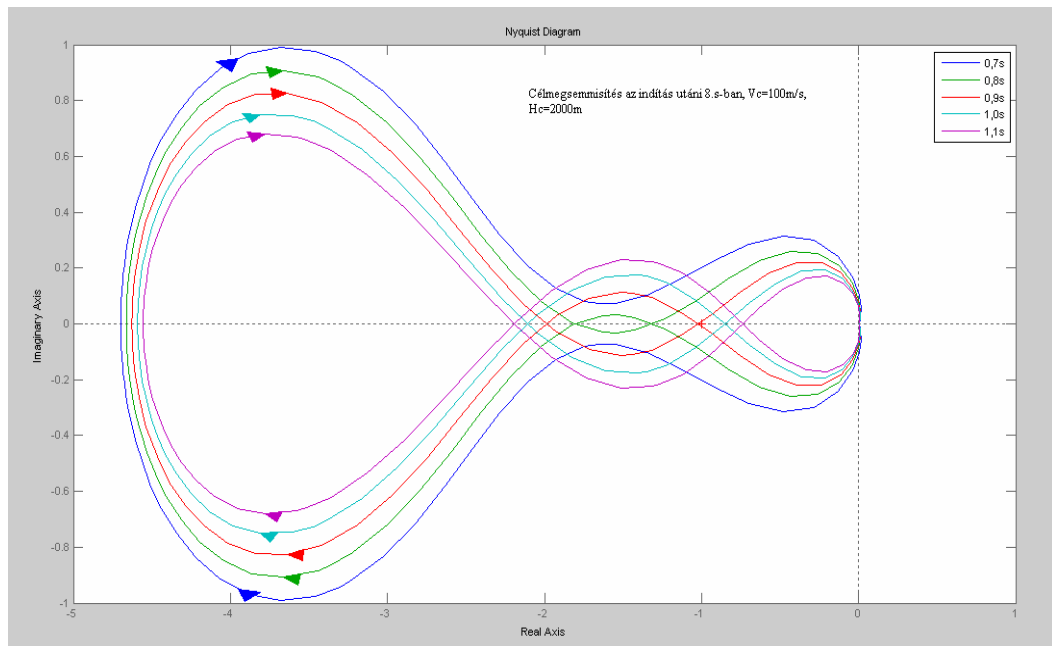
III-30. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja az indítástól számított 9. s -ban történő megsemmítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a megsemmítés előtti másodpercben

A stabilitás elvesztése pillanatának meghatározása. $v_c=100$ m/s $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=8$ s esetén

III-39. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=$

100m/s, $H_c= 2000$ m és $t_{Rrep}=8$ s esetén

$t_{találk}$ (s)	0,7	0,8	0,9	1	1,1
$V_{R\ pill}$ (m/s)	493	497	502	506	511
$\frac{K_a}{2 D }$	4,6987	4,6629	4,6270	4,5910	4,5550
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	0,3412	0,3884	0,4353	0,4817	0,5277
$\varphi(t)$ [°]	-12,1337	-5,7232	-0,4499	3,8899	7,4913
K_t	0,2128	0,7671	0,9803	1,1717	1,3592
ω_c [rad/s]	5,1252	4,6496	4,2436	3,8962	3,5969



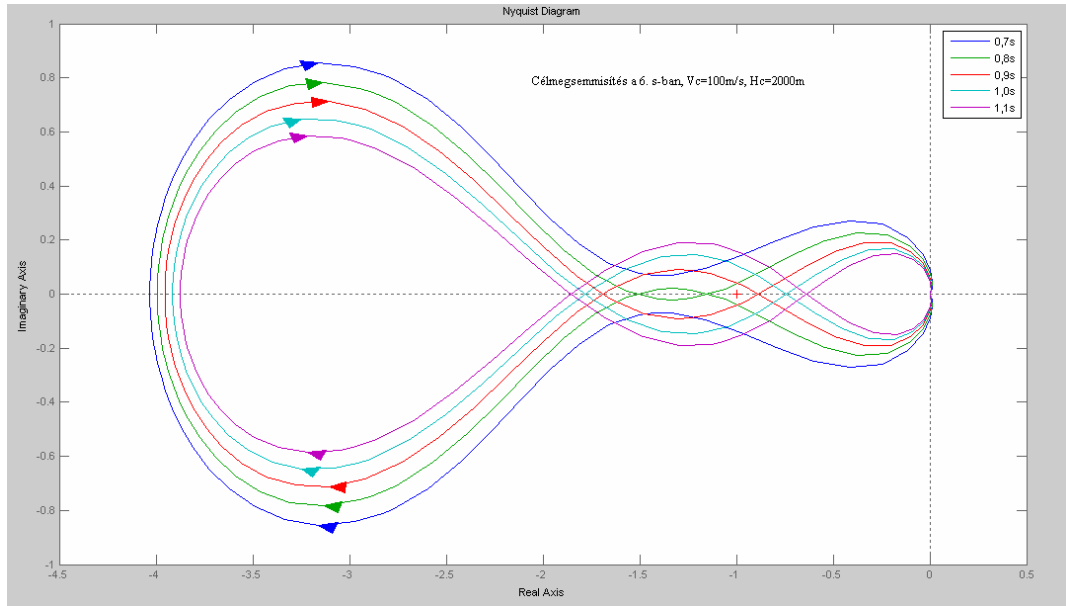
III-31. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja az indítástól számított 8. s -ban történő megsemmisítés, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a megsemmisítés előtti másodpercben

A stabilitás elvesztése pillanatának meghatározása $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m, $t_{Rrep}=6$ s esetén

III-40. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_R pill., D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=6$ s esetén

$t_{találk}$ (sec)	0,7	0,8	0,9	1	1,1
v_R (m/s)	601	607	614	621	628
D_{C-R} (m)	459	527	596	665	735
$K_a/2D'$	4,0322	3,9931	3,9538	3,9144	3,8748
$D/2D'$	0,3389	0,3854	0,4313	0,4768	0,5218
fit ($^\circ$)	-7,98	-2,25	2,32	6,01	9,00
k(t)	0,248	0,8742	1,1275	1,3515	1,5713

ω_c	4,4412	4,004	3,6316	3,3192	3,0532
------------	--------	-------	--------	--------	--------



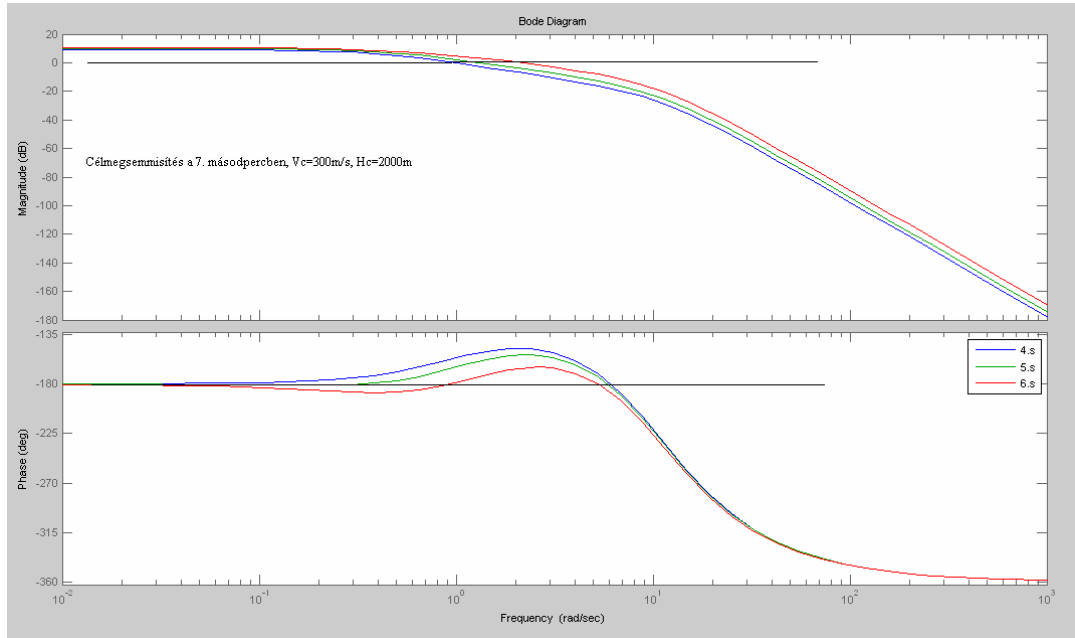
III-32. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja az indítástól számított 8. s -ban történő megsemmisítés, $v_c=+100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén a megsemmisítés előtti másodpercben

A rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán, a célsebesség függvényében, $H_c=2000$ m, $v_c=300$ m/s esetén, ha a cél megsemmisítése a 7. s-ban történik

III-41. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=300$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=7$ s esetén

$t_{Rrep}(s)$	4	5	6	7
v_R (m/s)	703	621	558	506
$D_{C-R}(m)$	2561	1642	794	0
$K_a/2D'$	2,8342	3,0911	3,3261	3,5422
$D/2D'$	1,3293	0,9297	0,4835	0,0000
fit ($^\circ$)	23,66	21,26	14,32	

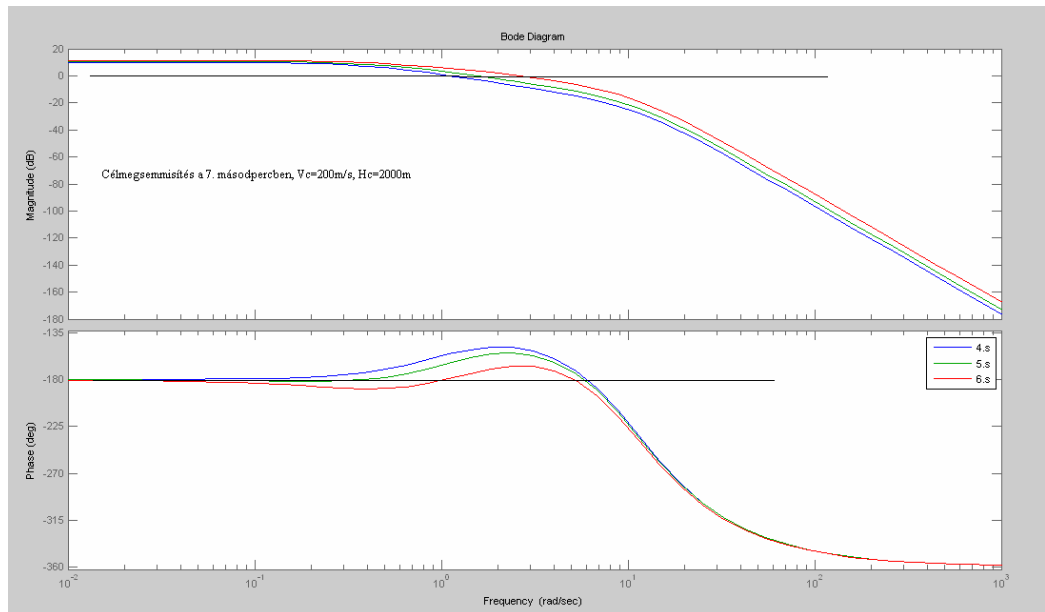
K_t	0,3527	0,3912	0,5529	
ω_c [rad/s]	0,9929	1,3405	2,1295	



III-33. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 7.s-ban, $v_c=300$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén, a rakéta repülési idő (3÷6s) függvényében

III-42. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=200$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=7$ s esetén

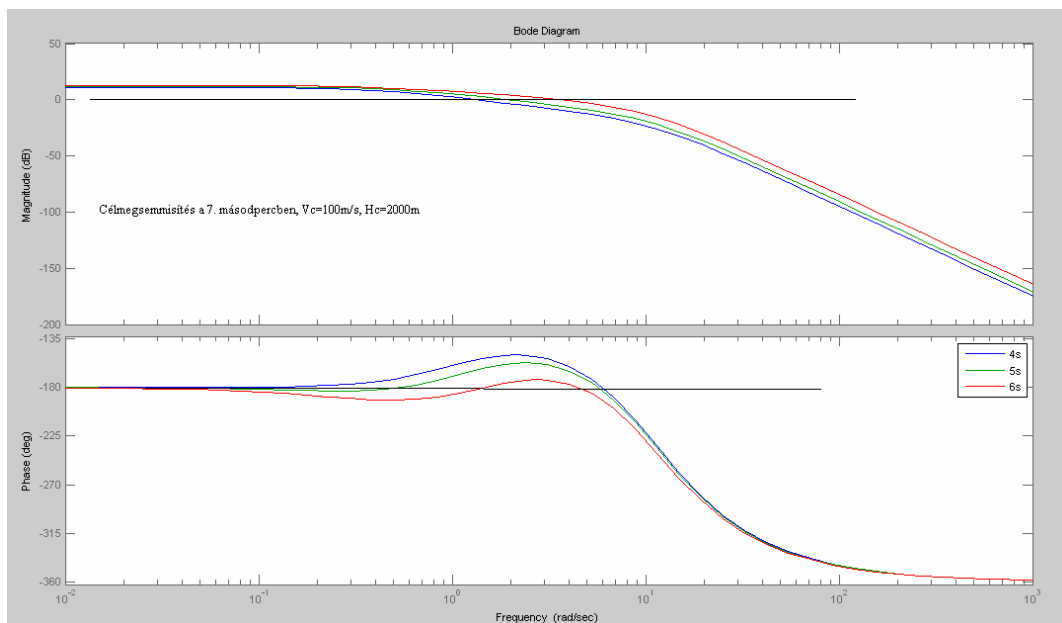
t_{Rrep} (s)	4	5	6	7
$v_{R\ pill}$ (m/s)	703	621	558	506
D_{C-R} (m)	2289	1460	703	0
$K_a/2D'$	3,1247	3,4430	3,7400	4,0187
$D/2D'$	1,3102	0,9209	0,4813	0,0000
fit (°)	24,94	22,47	13,33	
K_t	0,3199	0,3721	0,5137	
ω_c [rad/s]	1,1253	1,5568	2,5948	



III-34. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 7.s-ban, $v_c=200$ m/s, $H_c=2000$ m esetén rakéta repülési idő (3÷6s) függvényében

III-43. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=7$ s idő esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7
$v_{R pill}$ (m/s)	703	621	558	506
D_{C-R} (m)	2026	1284	614	0
$K_a/2D'$	3,4706	3,8706	4,2535	4,6214
$D/2D'$	1,2877	0,9104	0,4785	0,0000
fit (°)	25,54	21,98	5,00	
K_t	0,2881	0,3763	1,2510	
ω_c [rad/s]	1,3342	1,9448	3,6209	



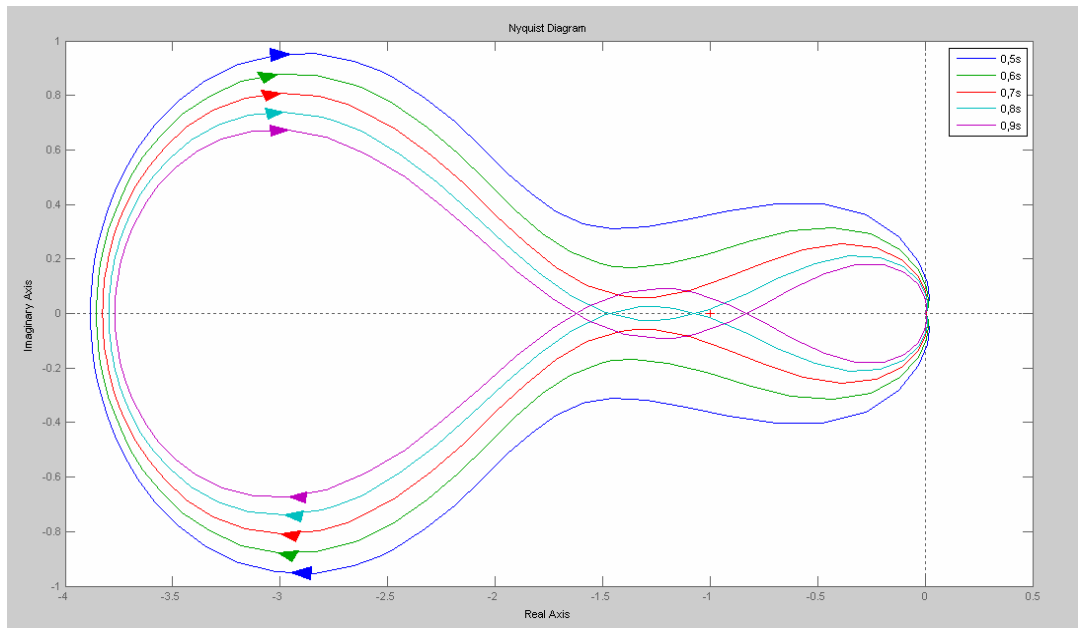
III-35. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 7.s-ban, $v_c=100$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén, a rakéta repülési idő (4÷6s) függvényében

A stabilitás elvesztése pillanatának és a cél távolságának meghatározása a cél repülési sebességének függvényében ($H_c=2000m$, $t_{Rrep}=7s$)

III-44. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=200m/s$, $H_c=2000m$ és $t_{Rrep}=7$ s esetén

$t_{találk}(s)$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$v_{R\ pill}$ (m/s)	531	536	541	546	552
D_{C-R} (m)	346	416	487	559	631
$K_a/2D'$	3,8824	3,8543	3,8261	3,7977	3,7692
$D/2D'$	0,2457	0,2938	0,3415	0,3888	0,4357
fit ($^\circ$)	-22,02	-13,19	-6,3223	-0,9281	3,3668
K_t	0,2575	0,2594	0,2613	0,9441	1,2055

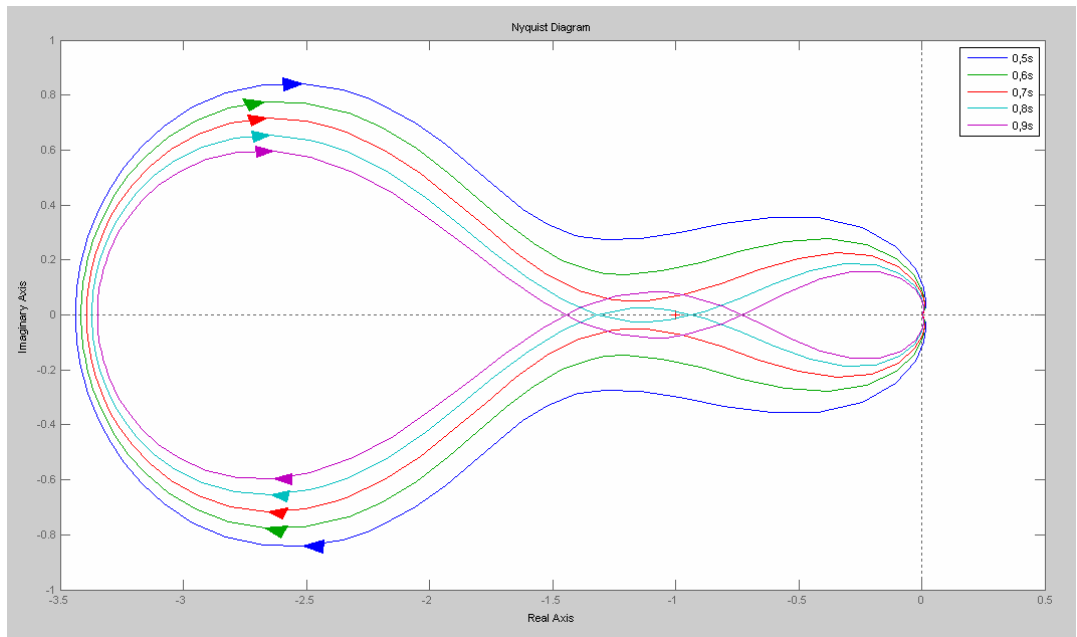
ω_c	5,3014	4,6864	4,1805	3,7626	3,4159
------------	--------	--------	--------	--------	--------



III-36. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja a találkozás előtti másodpercben $v_c=200\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$, $t_{\text{Rrep}}=7\text{s}$ esetén

III-45. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{találk}}, v_{R\text{ pill}}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=300\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ és $t_{\text{Rrep}}=7\text{s}$ esetén

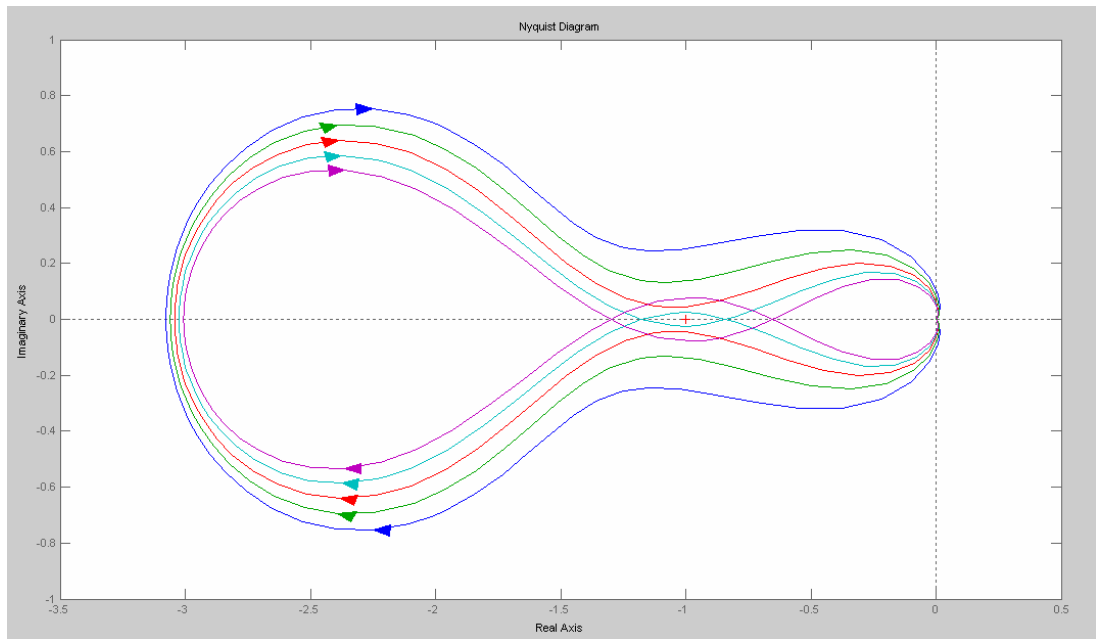
$t_{\text{találk}}$ (s)	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$v_{R\text{ pill}}$ (m/s)	531	536	541	546	552
D_{C-R} (m)	391	471	551	632	713
$K_a/2D'$	3,4370	3,4152	3,3933	3,3711	3,3489
$D/2D'$	0,2463	0,2946	0,3425	0,3901	0,4374
fit ($^\circ$)	-17,90	-9,9595	-3,9019	0,7830	4,4382
K_t	0,2909	0,2928	0,2946	1,072	1,3668
ω_c	4,6536	4,0824	3,6282	3,2600	2,9574



III-37. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja a találkozás előtti másodpercben. $v_c=300\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$, $t_{Rrep}=7\text{s}$

III-46. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{találk}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=400\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ és $t_{Rrep}=7\text{ s}$ esetén

$t_{találk}$ (s)	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$v_{R\ pill}$ (m/s)	531	536	541	546	552
D_{C-R} (m)	438	527	616	706	797
$K_a/2D'$	3,0766	3,0593	3,0419	3,0243	3,0065
$D/2D'$	0,2467	0,2952	0,3434	0,3912	0,4388
fit (°)	-24,16	-17,60	-10,02	-3,4834	1,0359
K_t	0,325	0,3268	0,3287	0,8456	0,7675
ω_c	4,0423	3,5381	3,1371	2,8179	2,5592



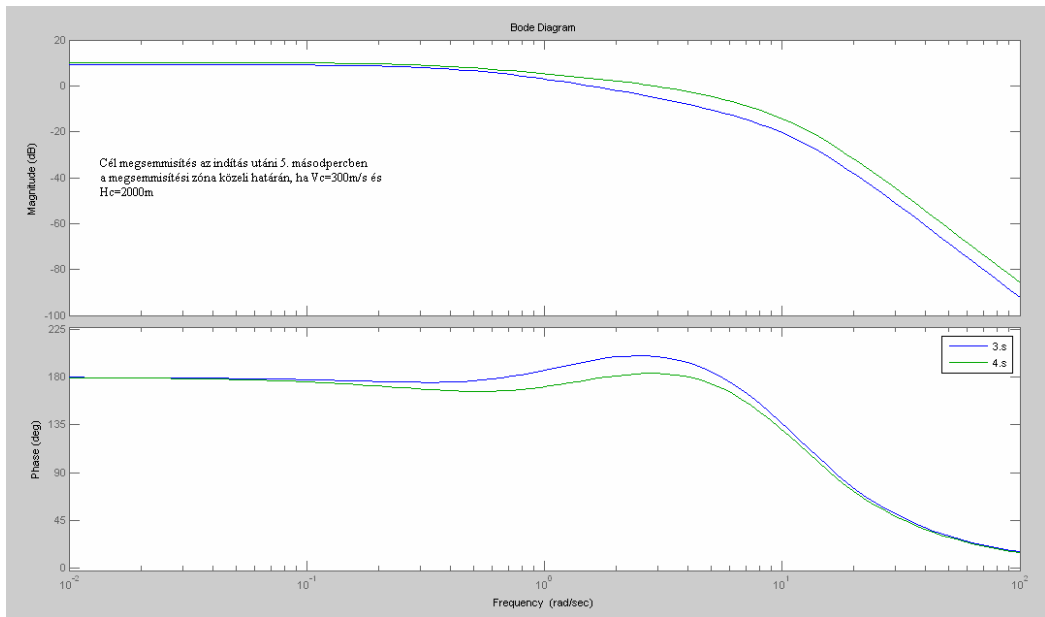
III-38. ábra. A szabályozási kör Nyquist diagramja a találkozás előtti másodpercben $v_c=400\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$, $t_{\text{Rrep}}=7\text{s}$ esetén

A rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán, $v_c=+300\text{ m/s}$, $H_c=2000\text{ m}$ esetén, ha a cél megsemmisítése a 5. s-ban történik

III-47. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{\text{Rrep}}, v_{R\text{ pill}}, D_{\text{ C-R}}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=300\text{m/s}$, $H_c=2000\text{m}$ és $t_{\text{Rrep}}=5\text{ s}$ esetén

t_{Rrep} (s)	3	4	5
$v_{R\text{ pill}}$ (m/s)	812	703	622
$D_{\text{ C-R}}$ (m)	1519	852	0
$K_a/2D'$	2,8809	3,0496	3,4669
$D/2D'$	0,8013	0,4760	0,0000

fit (°)	15,4	6,50	
---------	------	------	--

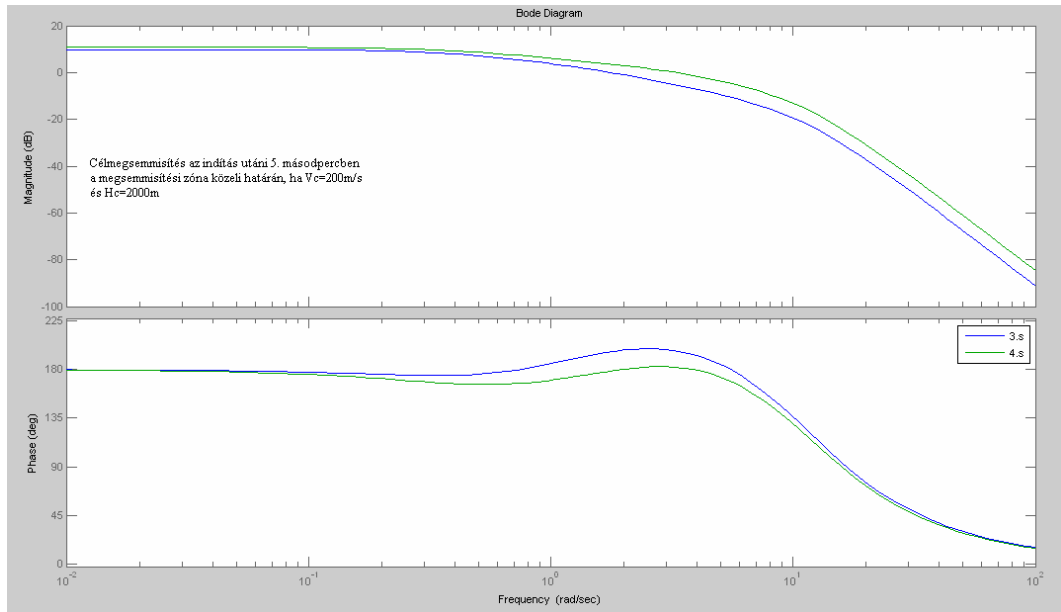


III-39. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 5.s-ban, $v_c=300$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén rakéta repülési idő (3÷4 s) függvényében.

A rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán, $v_c=200$ m/s, $H_c=2000$ m esetén, ha a cél megsemmisítése az 5. s -ban történik

III-48. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=200$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=5$ s esetén

t_{Rrep} (s)	3	4	5
$v_{R pill}$ (m/s)	812	703	622
D_{C-R} (m)	1685	780	0
$K_a/2D'$	3,1111	3,3131	3,8252
$D/2D'$	0,7674	0,4733	0,0000
fit (°)	16,2	6,67	

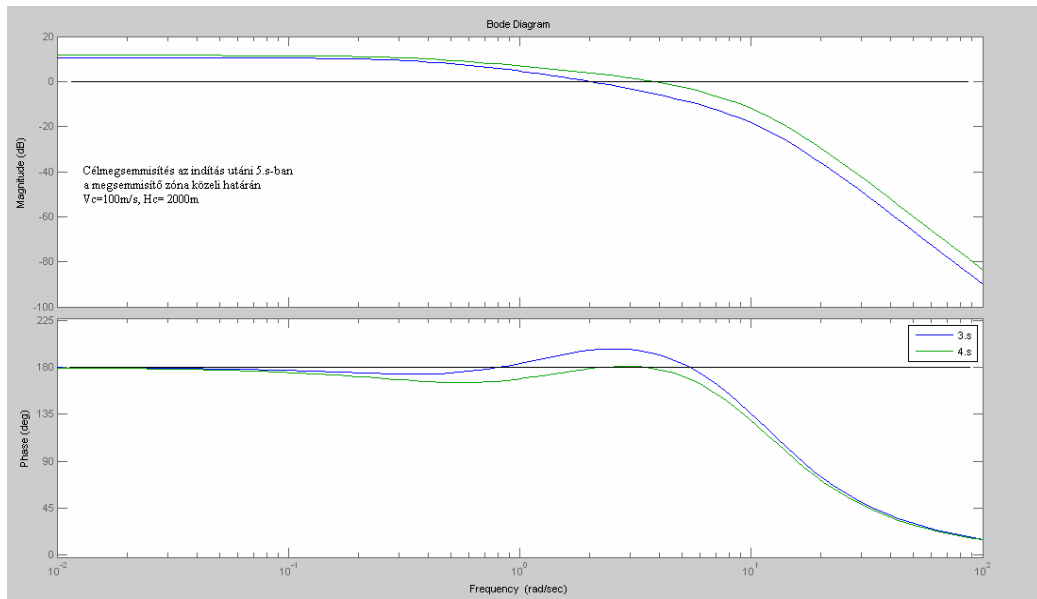


III-40. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 5.s-ban, $v_c=200$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén rakéta repülési idő (3÷4s) függvényében

A rakéta szabályozási kör stabilitás vizsgálata a megsemmisítési zóna közeli határán, $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m esetén, ha a cél megsemmisítése a 5.s-ban történik

III-49. táblázat. $[\varphi(t), K_t, \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ közeledő $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=5$ s esetén

t_{Rrep} (s)	3	4	5
$v_{R\ pill}$ (m/s)	812	703	622
D_{C-R} (m)	1565	715	0
$K_a/2D'$	3,3554	3,5952	4,2195
$D/2D'$	0,7275	0,4706	0,0000
fit (°)	16,4	6,30	

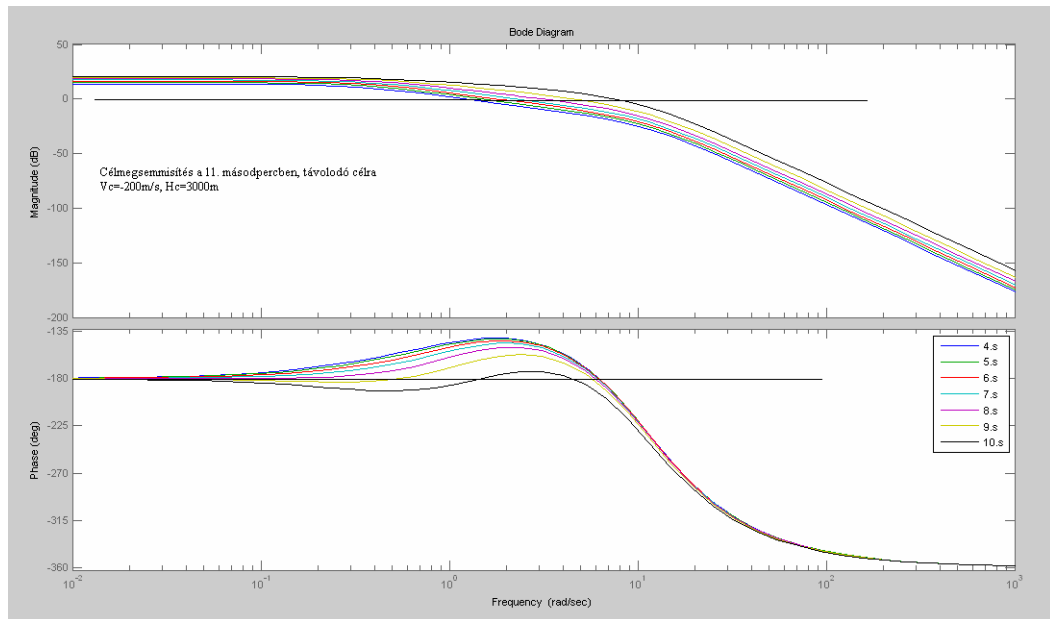


III-41. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja, a cél megsemmisítése a megsemmisítési zóna közeli határán az indítás utáni 5.s-ban, $v_c=100$ m/s, és $H_c=2000$ m esetén rakéta repülési idő (3÷4s) függvényében

A MISTRAL 2 légvédelmi rakéta szabályozási kör stabilitás (fázistartalék) vizsgálata távolodó célra a megsemmisítő zóna távoli határán történő tüzelés esetén

III-50. táblázat. $[\varphi(t), K(t), \omega_c] = f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ távolodó $v_c=200$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=11$ s esetén

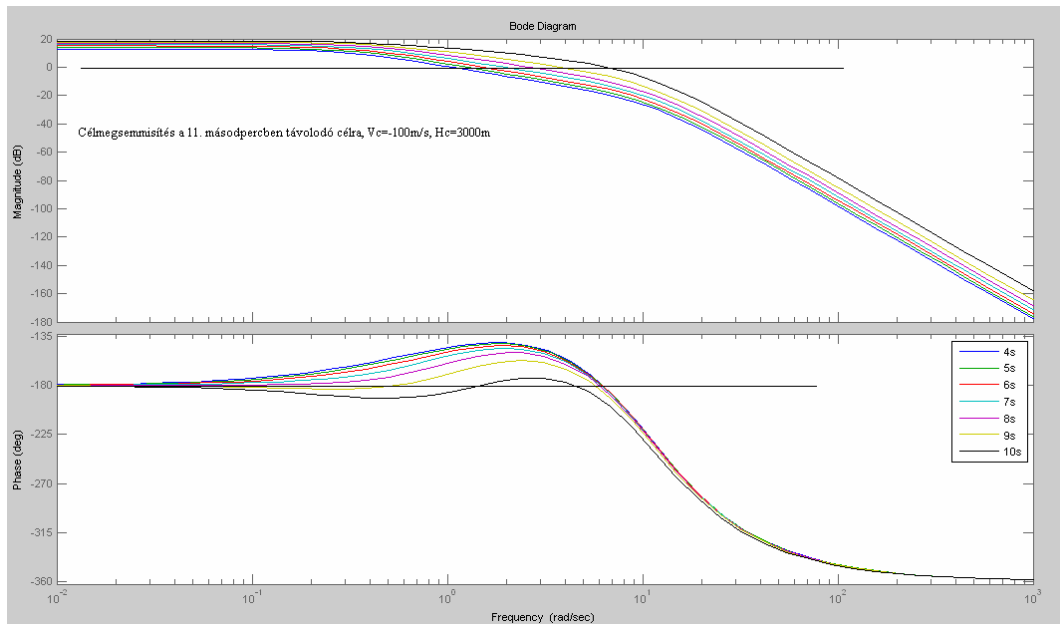
t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8	9	10
$v_{C-R\ pill}$ (m/s)	553	473	412	363	323	290	262
D_{C-R} (m)	2494	1988	1551	1168	828	524	250
$\frac{K_a}{2 D }$	4,9404	5,7702	6,6326	7,5284	8,4572	9,4168	10,403
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	2,2564	2,1011	1,8844	1,6107	1,2832	0,9042	0,4758
$\varphi(t)$ [°]	36,42	36,88	36,14	33,34	26,55	11,01	-25,06
$K(t)$	0,2023	0,1732	4,4804	3,3169	2,2796	1,3507	0,5068
ω_c (rad/s)	1,2102	1,4613	1,8016	2,2994	3,0962	4,5146	7,4199



III-42. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja távolodó célra történő tüzeléskor, $t_{Rrep}=11$ s, $H_c=3000$ m $v_c=-200$ m/s, a rakéta repülési idő (4÷10s) függvényében

III-51. táblázat. $[\varphi(t), K(t), \omega_c]=f(t_{Rrep}, v_{R\ pill}, D_{C-R}, \frac{K_a}{2|D|}, \frac{D}{2|D|})$ távolodó $v_c=100$ m/s, $H_c=2000$ m és $t_{Rrep}=11$ s esetén

t_{Rrep} (s)	4	5	6	7	8	9	10
$v_{C-R\ pill}$ (m/s)	553	473	412	363	323	290	262
D_{C-R} (m)	2956	2377	1869	1417	1011	644	308
$\frac{K_a}{2 D }$	4,3719	5,0253	5,6886	6,3639	7,0528	7,7563	8,4754
$\frac{D_{C-R}}{2 D }$	2,3670	2,1876	1,9470	1,6517	1,3063	0,9142	0,4782
$\varphi(t)$ [°]	35,72	36,27	35,93	34,13	29,32	16,98	-16,41
$K(t)$	0,2286	0,1989	5,4148	4,0357	2,7904	1,6621	0,6272
ω_c (rad/s)	1,0523	1,2571	1,5324	1,9342	2,5857	3,7979	6,4882



III-43. ábra. A szabályozási kör Bode diagramja távolodó célra történő tüzeléskor, $H_c=3000$ m $v_c=-100$ m/s, a rakéta repülési idő (4÷10s) függvényében

JELÖLÉSEK ÉS RÖVIDÍTÉSEK JEGYZÉKE

H_c - a légi cél magassága;

v_c - a légi cél sebessége;

G - a rakétára ható súlyerő;

R - a rakétára ható teljes aerodinamikai erő;

F_T - a rakéta hajtómű tolóereje;

ε - függőleges sík;

β - vízszintes sík;

\dot{D} - a rakéta és a cél közeledési sebessége;

v_R - a rakéta sebessége;

φ - a rakéta-cél vonal vízszintessel bezárt szöge;

η - a cél sebességvektor és a rakéta - cél vonal által bezárt szög;

φ_{et} - előre tartási szög;

$\dot{\psi}$ - a rakéta-cél vonal szögsebessége;

θ_R - a rakéta sebesség vektor vízszintessel bezárt szöge;

θ_C - a cél sebesség vektor vízszintessel bezárt tompa szöge;

W_n - rakéta normálgyorsulása;

t_{Rep} - rakéta repülési idő az indítás pillanatától számítva;

$v_{R\ pill}$ - rakéta pillanatnyi sebesség;

D_R - a rakéta által megtett távolság

D_{C-R} - cél-rakéta közötti távolság (m);

D_{R-TP} - rakéta a találkozási pont távolsága (m);

t_{talalk} - a találkozásig hátralévő idő (s);

$\varphi(t)$ - a szabályozási kör fázis tartaléka;

K_t - a szabályozási kör amplitúdó tartaléka;

ω_c - a szabályozási kör vágási körfrekvenciája;

A Bode diagram

A Bode diagramot két diagram együtteseként kell értelmezni: az egyik az erősítést decibelben a frekvencia függvényében log-log koordináta rendszerben ábrázolja, a másik a fázistolást fokban, a frekvencia függvényében lin-log koordináta rendszerben ábrázolja. Az A erősítés decibelben: $A^{[dB]} = 20 \log A$.

Az aszimptotikus amplitúdó jelleggörbe a valódi amplitúdó görbe aszimptótáiból áll. Ennek közelítő felrajzolása számolás nélkül elvégezhető az átviteli függvény alapján. A rendszer viselkedése frekvenciatartományban akkor adható meg teljesen, amikor az ω körfrekvencia 0 és ∞ között változik [20e,22b].

Legyen $x_{be}(t) = X_{be} e^{j\omega t + \varphi_{be}}$ és $x_{ki}(t) = X_{ki} e^{j\omega t + \varphi_{ki}}$.

Az $Y(j\omega)$ frekvenciafüggvény a kimenő x_{ki} és bemenő x_{be} komplex számok hányadosa:

$$Y(j\omega) = \frac{X_{ki}(j\omega)}{X_{be}(j\omega)} = |Y(j\omega)| e^{j \arctan \frac{\text{Im}(Y(j\omega))}{\text{Re}(Y(j\omega))}} = |Y(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

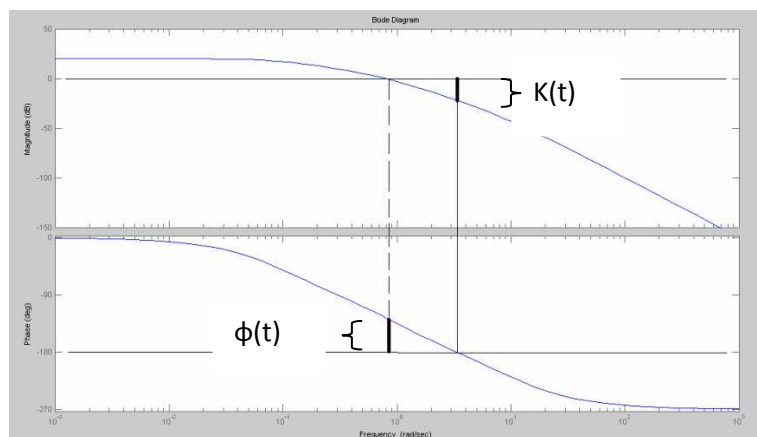
$$\varphi(\omega) = \varphi_{ki}(\omega) - \varphi_{be}(\omega) \quad (3.12)$$

Az 1.33 kifejezés abszolút értéke $|Y(j\omega)| = A(j\omega)$ megmutatja, hogy a vizsgált rendszer hányszorosára növeli valamely ω körfrekvenciájú egységnyi amplitúdójú jel nagyságát; argumentuma $\arctan Y(j\omega) = \varphi(\omega)$ azt fejezi ki, hogy a kimenő jel fázisban mennyire van eltolva a bemenőjelhez képest. A frekvencia függvény az 1.33 szerint:

$$\lg Y(j\omega) = \lg A(\omega) + j\varphi(\omega) \lg(\omega) \quad (3.13)$$

A $\lg A(\omega)$ az amplitúdót, a $j\varphi(\omega) \lg(\omega)$ a fázisszöveget írja le. A módszernél külön ábrázoljuk az $A(\omega)$ logaritmusát és a φ fázisszöveget. Ennek eredményként egyszerűen megszerkeszthető görbéket kapunk. A módszer előnye, hogy egy bonyolult átviteli függvény ezzel a módszerrel öt féle építő elemre bontható (tipizálható) és az eredő átviteli függvényt ezen építőelemek átviteli függvényének matematikai összegeként kapjuk meg. A másik előnye, hogy a logaritmusos léptékek alkalmazása miatt a törésponti frekvenciák alapján jó közelítéssel, egyenes szakaszokkal megrajzolhatók a tipizált építőelemek görbéi. Az eredő aszimptotikus BODE diagramokat a tipizált építő elemek tört vonalas átviteli függvényeinek összegeként írhatjuk fel [5d]. Az átviteli függvény leggyakrabban két komplex feszültség függvény hányadosa és ennek az ábrázolásnál a logaritmus 20-szorosát használjuk egységként (decibel, [dB]):

$$A(\omega) = 20 \log |Y(j\omega)| \quad (3.14)$$



III-44. ábra. „0” típusú proporcionális három tárolós (PT3) szabályozási rendszer BODE diagramja

ahol $K(t)$ - erősítési tartalék [dB];
 $\varphi(t)$ - fázistartalék [°].

A 1.35 kifejezésben szereplő $\varphi(j\omega)$ a fázis-körfrekvencia jelleggörbe, kifejezése:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(j\omega)}{\text{Re}(j\omega)} \quad (3.15)$$

Az I-4. ábrán bemutatott BODE diagramon egy „0” típusú²¹, proporcionális három tárolós (PT3) átviteli függvény, valamint annak erősítési tartaléka és fázistartaléka látható.

Nyquist diagram

A Nyquist diagramon a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényét ($W_0(j\omega)$) ábrázoljuk a komplex számsíkon. Az algebrai alakban megadott átviteli függvény reális részét a vízszintes tengelyen, a képzetes részét a függőleges tengelyen ábrázoljuk a frekvencia függvényében. Az így kapott görbéből következtetünk a zárt szabályozási kör stabilitására. A Nyquist diagramnál kiemelkedően fontos szerep jut a $-1+0j$ pontnak a komplex számsíkon. Ennek a magyarázatát a zárt szabályozás nevezője adja [20d, 21d, 22a,]:

$$W_e(j\omega) = \frac{W_0(j\omega)}{1 + W_0(j\omega)} \quad (3.16)$$

A zárt szabályozás akkor válik instabillá, amikor a nevező nulla értéket vesz fel, azaz a felnyitott kör átviteli függvénye érinti, vagy körbe öleli a $-1+0j$ pontot. A Nyquist stabilitási kritérium használatánál először meg kell határoznunk a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényének stabilitását. A felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye akkor tekinthető stabilnak, amikor a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye nem tartalmaz negatív pólusokat, azaz egyetlen pólusa sem negatív. Ekkor az egyszerűsített Nyquist stabilitási

²¹ A szabályozás típus számát az integráló tagok száma határozza meg. Jelen esetben a szabályozás nem tartalmaz integráló tagot.

kritériumot kell használnunk, míg ha a felnyitott szabályozási kör nem stabil állapotú, akkor az általánosított Nyquist stabilitási kritérium alapján kell következtetnünk a zárt szabályozási kör stabilitására [20f, 21d, 24a].

Az egyszerűsített Nyquist stabilitási kritérium alapján a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényéből következtetünk a zárt szabályozási kör stabilitására. Akkor használható, amikor a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye stabil, azaz nincs negatív pólusa. Ha a felnyitott szabályozási kör stabil, a zárt szabályozás akkor lesz stabil, ha a felnyitott szabályozási kör átviteli függvény Nyquist diagramja nem öleli körbe a $-1+0j$ pontot [14b, 15, 21d, 22b].

Az általánosított Nyquist stabilitási kritérium alapján a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényéből következtetünk a zárt szabályozási kör stabilitására. Abban az esetben használható, amikor a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye nem stabil, azaz van legalább egy negatív pólusa. Ha a felnyitott szabályozási kör nem stabil, attól még a zárt szabályozás lehet stabil, amennyiben a felnyitott szabályozási kör átviteli függvény Nyquist diagramja annyiszor öleli körbe a $-1+0j$ pontot az óra mutató járásával ellentétes irányban, ahány negatív pólusa van.

Amikor a szabályozási rendszer stabilitásáról beszélünk, akkor a szabályozási rendszer lehet strukturálisan stabilis, illetve feltételesen stabilis. Strukturálisan stabilis a szabályozás akkor, amikor minden paramétere (erősítés - k , időállandók - T) pozitív. Feltételesen stabilis, ha bizonyos paraméter értékeknél már elveszti stabilisát. Ennek a vizsgálatok az erősítés paraméter értékét változtatjuk [15,21d].

A stabilitási kritériumok

Alapvető kritérium a szabályozás stabilitása, ennek a meghatározása a stabilitási kritériumok alapján történik. A szakirodalom a stabilitások vizsgálatának több módszerét ismeri, mint például a pólus-zérus ábra alapján, Bode diagram, Nyquist diagram, Nicols diagram alapján, valamint a Ruth-Hurwitz módszer alapján végzett stabilitás vizsgálat [11, 14, 15, 20f, 21d, 23, 24b]. A sokoldalúan használható stabilitási kritériumokat Bode és Nyquist fogalmazta meg, ezért vizsgálataimat ezek alapján végeztem el.

A Bode diagramon a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényét ábrázoljuk. Az exponenciális alakú komplex függvény abszolút értékét log-log, fázis forgatását lin-log koordináta rendszerben, külön-külön diagramon ábrázoljuk a frekvencia függvényében. A Nyquist diagramon a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényét ábrázoljuk a komplex számsíkon lin-lin koordináta rendszerben. A Bode és Nyquist stabilitási kritériumokból: az egyszerűsített stabilitási kritériumokat és az általánosított stabilitási kritériumokat említi a szakirodalom [14a, 14b, 22a, 22b].

Az egyszerűsített Bode stabilitási kritérium esetén a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényéből következtetünk a zárt szabályozási kör stabilitására. Amennyiben a logaritmusos amplitúdó-frekvencia karakterisztikának a vágási körfrekvenciához tartozó meredeksége [5d, 14c, 21d]:

- 20dB/dekád, a szabályozás általában stabil;
- 40dB/dekád, a szabályozás valószínűleg stabil;
- 60dB/dekád, a szabályozás már instabil.

Az egyszerűsített Bode stabilitási kritérium csak a logaritmusos amplitúdó-frekvencia karakterisztikából következtet a szabályozás stabilitására, ugyanakkor nem veszi figyelembe, hogy a rendszer holtidős tagokat is tartalmazhat, amelyeknek hatása a logaritmusos amplitúdó-frekvencia karakterisztikában nem jelenik meg, ugyanakkor a fázis forgatása és ezáltal a stabilitásra gyakorolt hatása jelentős lehet. Ezért ebből pontos, megbízható következtetéseket levonni a szabályozás stabilitásáról csak akkor lehet, ha biztosan tudjuk azt, hogy nincs holtidős tag a szabályozási körben [21e].

Az általánosított Bode stabilitási kritérium esetén a felnyitott szabályozási kör átviteli függvényéből következtetünk a zárt szabályozási kör stabilitására. Stabillnak kell tekinteni azt a szabályozást, amelyiknél a felnyitott szabályozási körnek a vágási körfrekvenciáján van fázis tartaléka, azaz a fázis forgatása kisebb, mint 180° . Ugyanakkor, ha a fázis tartalék kis értékű ($\varphi(t) < 30^\circ$), akkor az a szabályozás lengési hajlamát növeli. Minél kisebb a fázis tartalék annál lengőbbé válik a szabályozás. A fázis tartalék növekedésével ($\varphi(t) > 30^\circ$) a lengési hajlam csökken ($\varphi(t) = 60^\circ$) esetén megszűnik.

