



Dr. Békési Bertold¹ - Dr. Szegedi Péter²

NYITOTT VÍZSZINTES ALAPÚ INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

Jelen cikk a Repüléstudományi Közlemények 2008/1 és 2008/2 számaiban megjelent Inerciális navigációs rendszerek I és II. cikkek [1, 2] egyenleteit és ábráit felhasználva a nyitott vízszintes alapú inerciális navigációs rendszereket mutatja be.

Mint ismeretes a (4) egyenlet³, a nyitott inerciális navigációs rendszerben a gravitációs mező \bar{g} intenzivitásának vektora, amely majd a fedélzeten más műszerek segítségével lesz megmérve és az objektum koordinátáinak kiszámításánál vesszük figyelembe. Nézzük meg hogy, mihez vezet a \bar{g} vektor figyelembe vétele, ha a nyitott inerciális rendszer a vízszintes koordináta-rendszerben működik. A vízszintes koordináta-rendszerben⁴ g_x, g_y egyenlő nullával, ezért a vízszintesen elhelyezett axelerométerek mutatásaiba w_x és w_y -ba⁵ (lásd (24) és (25) egyenleteket) a \bar{g} vektor nem számít bele úgy, mint a földrajzinál valamint az azimutálisan szabad koordináta-rendszer esetében sem.

Következésképpen, ha a nyitott inerciális rendszer a vízszintes koordináta-rendszerben működik, akkor a \bar{g} vektor figyelembe vétele az alap stabilizálásához vezet a vízszintes síkban a fedélzeti műszerek segítségével — az axelerométerek mutatásait nem tartalmazzák —, amelyek az alapon vannak elhelyezve.

Mint azt már korábban említettük, a \bar{g} vektor figyelembe vétele az arányszám alapján a magasságmérő segítségével végezhető el, azokban az esetekben, amikor a függőleges csatorna hiányzik, vagy amikor a repülési magasság viszonylag nem nagy.

Ezután a megjegyzés után áttérünk a nyitott inerciális rendszerek közvetlen tanulmányozására vízszintes alapokkal.

VÍZSZINTES ALAPÚ AZIMUTÁLISAN SZABAD NYITOTT INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

Ilyen alapot akkor kapunk, ha stabilizáljuk a vízszintes síkban valamilyen fedélzeti műszer szerinti függőlegessel és az azimutban pedig azimutálisan szabad pörgettyű segítségével.

¹ okleveles mérnök alezredes, ZMNE BJKMK Repülő és Légvédelmi Intézet Fedélzeti Rendszerek Tanszék, egyetemi docens, tanszékvezető, 5008 Szolnok, Pf.: 1., Email: bekesi.bertold@zmne.hu

² okleveles mérnök őrnagy, ZMNE BJKMK Repülő és Légvédelmi Intézet Fedélzeti Rendszerek Tanszék, egyetemi docens, dékánhelyettes, 5008 Szolnok, Pf.: 1., Email: szegedi.peter@zmne.hu

³ A Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk alapján.

⁴ A Repüléstudományi Közlemények 2008/2 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek I. cikk 4. ábrája alapján.

⁵ Lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk (24) és (25) egyenleteit

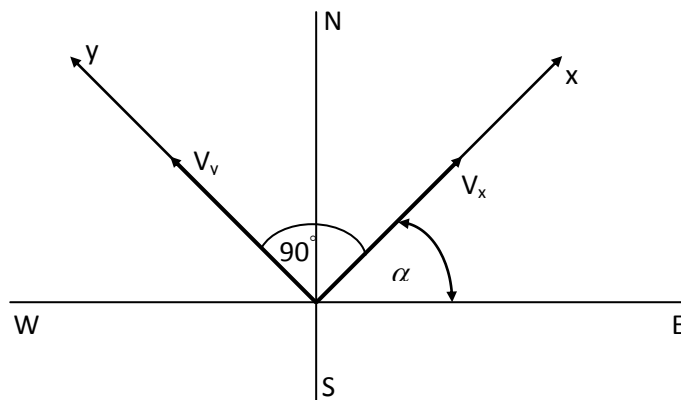
Ebben az esetben a vízszintes axelerométerek mutatói a (27) egyenlet⁶ alapján egyenlő \dot{V}_x és \dot{V}_y . Ha ezeket a mutatókat az időben integráljuk a kezdeti feltételek segítségével megkapjuk a V_x és V_y összetevőket a \bar{V} abszolút vízszintes sebesség x és y tengelyei mentén:

$$V_x = V_{x0} + \int_{t_0}^t \dot{V}_x(\tau) d\tau$$

$$V_y = V_{y0} + \int_{t_0}^t \dot{V}_y(\tau) d\tau$$

A $V_x(t)$ és $V_y(t)$ értékek alapján az objektum pillanatnyi koordinátáinak kiszámítását elvégezzük, bármilyen alkalmas koordináta-rendszerben, például: földrajziban.

Tételezzük fel, hogy az xyz azimutálisan szabad koordináta-rendszert nyissuk széjjel az NE (észak—kelet) rendszer szerint α -szögre. (1. ábra)



1. ábra. xyz azimutálisan szabad koordináta-rendszer az NE (észak—kelet) rendszer szerint α -szögre szétnyitva [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Továbbá a z tengelyhez képest az xy nem végez forgó mozgást, az EN földrajzi koordináta-rendszer

$\frac{V_E}{R} \operatorname{tg}\varphi$ szögsebességgel forog és kapjuk:

$$\dot{\alpha} = \frac{V_E}{R} \operatorname{tg}\varphi \quad (1)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \int_{t_0}^t \frac{V_E(\tau)}{R} \operatorname{tg}\varphi(\tau) d\tau \quad (2)$$

Így, ha a kezdeti szög $\alpha_0 = \alpha(t_0)$, akkor $\alpha(t)$ bármely időpillanatban számítható és az (1. ábra) alapján a repülési sebesség északi és keleti összetevői meghatározhatók:

⁶ Lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkben.

$$\begin{aligned} V_N &= V_x \sin \alpha + V_y \cos \alpha \\ V_E &= V_x \cos \alpha - V_y \sin \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Ha a repülőgép abszolút sebességének keleti irányú összetevőjéből V_E kivonjuk a Föld kerületi sebességét $R\omega_F \cos \varphi$, kiszámoljuk a repülőgép keleti és északi irányú útsebességét:

$$\begin{aligned} V_{NU} &= V_N \\ V_{EU} &= V_E - R\omega_F \cos \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

ahol:

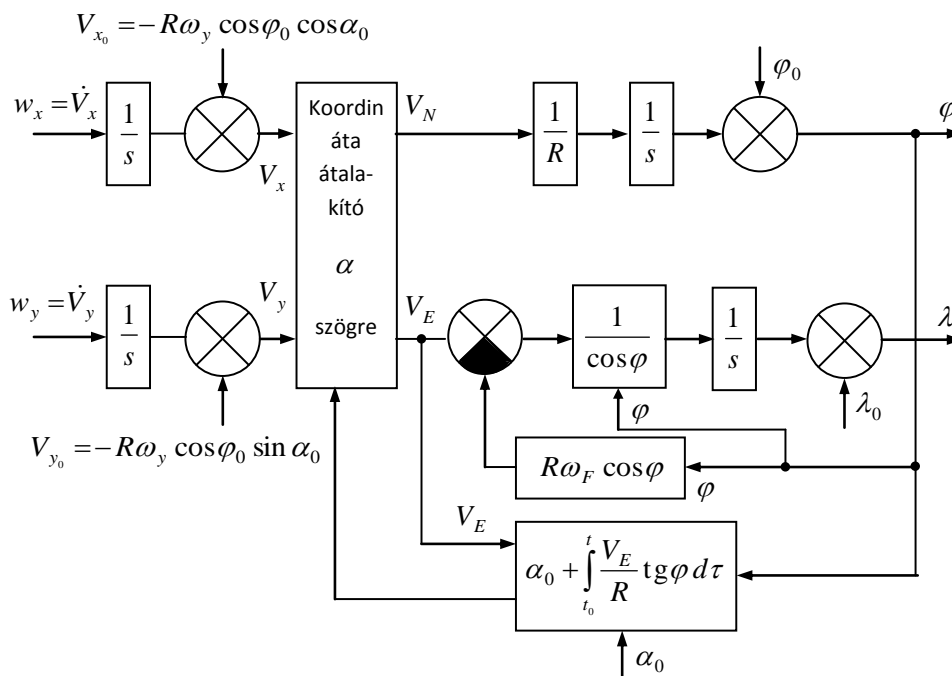
V_{NU} — északi útsebesség

V_{EU} — keleti útsebesség

Végül megkapjuk a repülőgép földrajzi koordinátáit:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{R} \int_{t_0}^t V_{NU}(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^t \frac{V_{EU}(\tau)}{R \cos \varphi(\tau)} d\tau \quad (6)$$



2. ábra. Nyitott vízszintes alapú azimutálisan szabad inerciális navigációs rendszer hatásvázlata [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Az (2)—(6) egyenletekből következik a nyitott vízszintes alapú azimutálisan szabad inerciális navigációs rendszer hatásvázlata (2. ábra), amely a repülőgép földrajzi koordinátáit határozza meg.

Az 1. ábrából nem nehéz megérteni, hogy a \vec{V} vektor kezdeti vetületei az x és y tengelyekre, a Föld (periférikus mozgásával) kerületi sebességével határozható meg az indulási pontban, amely egyenlő

$$\begin{aligned} V_{x0} &= R\omega_F \cos\varphi_0 \cos\alpha_0 \\ V_{y0} &= -R\omega_F \cos\varphi_0 \sin\alpha_0 \end{aligned} \quad (7)$$

mivel a kezdőpontban

$$\begin{aligned} V_{N_0} &= 0 \\ V_{E_0} &= R\omega_F \cos\varphi_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Tehát a nyitott navigációs rendszerek lehetőséget adnak a repülőgép tartózkodási helyének és sebességének pillanatnyi értékének meghatározására.

NYITOTT VÍZSZINTES FÖLDRAJZI ALAPPAL RENDELKEZŐ INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

A (24) egyenletből⁷ következik, hogy az axelerométerek jelzéseit közvetlenül integrálni az „északit” és a „keletit” a keleti és északi összetevők abszolút sebességének kiszámításakor tilos. Mielőtt elvégeznénk az integrálást az axelerométerek mutatásából, ki kell vonni az úgynevezett „módszeres hibákat”.

A hibák értéke:

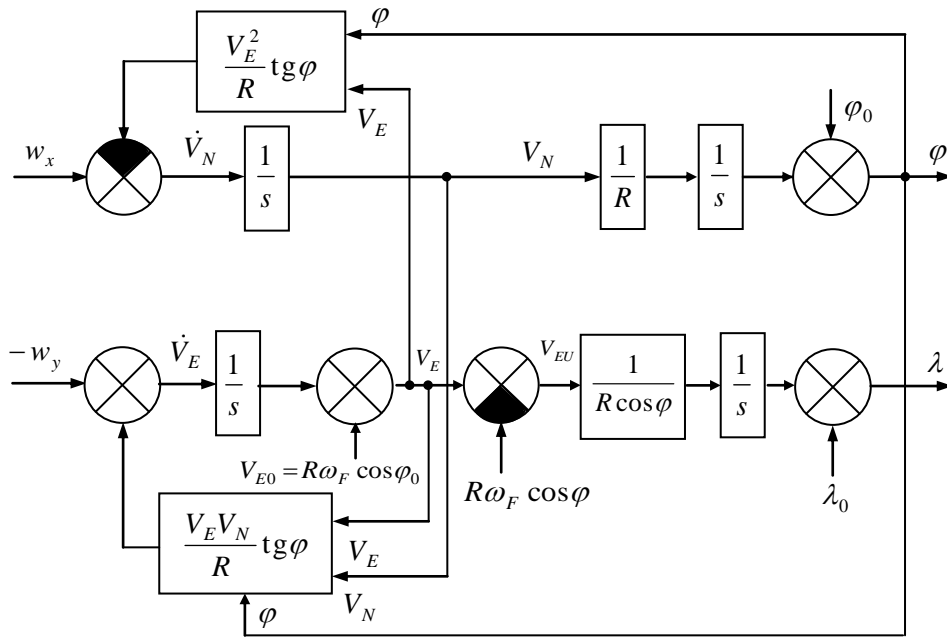
$$\frac{V_E^2}{R} \operatorname{tg}\varphi; \frac{V_E V_N}{R} \operatorname{tg}\varphi \quad (9)$$

Továbbá a vizsgált inerciális rendszer hatásvázlata (3. ábra), elvi értelemben nem különbözik a fentebb említettől. Érdeemes kiemelni, hogy az azimutálisan szabad kivételével valamennyi vízszintes alapú nyitott inerciális navigációs rendszer rendelkezik módszeres hibával a függőleges z tengely körüli forgás következtében⁸.

Ezeket a hibákat kompenzálni kell. Az azimutálisan szabad axelerométerekben a módszeres hiba hiánya az előnye ennek a rendszernek. A nyitott inerciális navigációs rendszereknek nagy hátránya van, amely leszűkíti az alkalmazását. Lényege, az, hogyha az alap nem pontosan van beállítva a kiválasztott koordináta-rendszer tengelyeire xyz , akkor a rendszer ebből eredő hibája az idővel gyorsan nő.

⁷ lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkében.

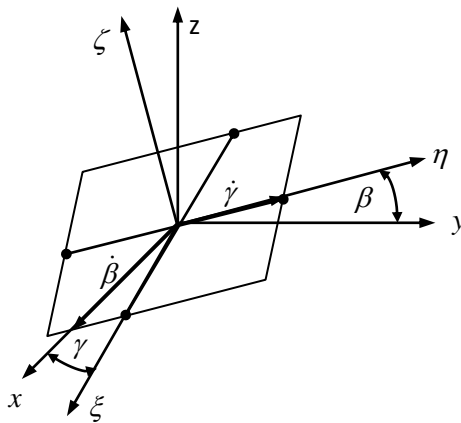
⁸ lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk (24) egyenletét).



3. ábra. Nyitott vízszintes földrajzi alappal rendelkező inerciális navigációs rendszer hatásvázlata [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Ezeknek a hibáknak a képződési folyamatát a vízszintesen azimutálisan szabad alapú inerciális navigációs rendszereken vizsgáljuk meg.

Legyen az ilyen alapú inerciális rendszer eltérítve az x és y vízszintesen azimutálisan szabad koordináta-rendszerben kis β és γ szögekre (4. ábra).



4. ábra. az x és y vízszintesen azimutálisan szabad koordináta-rendszer kis β és γ szögekre eltérítve [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Az alap ξ, η, ζ és az axelerométerek tengelyei egybeesnek. A w_x, w_y és w_z vektorokat a ξ és ζ tengelyekre levetítve kapjuk a w_ξ és w_ζ axelerométerek jelzéseit, amely az alapon van elhelyezve.

A 4. ábrából könnyen megkaphatjuk, ha a β és γ szögek kis értékűek, akkor:

$$w_\xi = w_x - w_z \gamma \quad (10)$$

$$w_{\xi} = w_y + w_z \beta \quad (11)$$

illetve figyelembe véve a (27) összefüggést⁹

$$w_{\xi} = \dot{V}_x - g' \gamma \quad (12)$$

$$w_{\eta} = \dot{V}_y + g' \beta \quad (13)$$

Következésképpen a w_{ξ} és w_{η} axelerométerek mutatása, eltér a w_x és w_y mutatásától $-g' \gamma$ és $g' \beta$ értékekre. Ebben az esetben V_x és V_y sebességek és az x és y mozgó objektum koordinátáinak kiszámítása hibákkal történik.

$$\delta V_x = - \int_{t_0}^t g' \gamma d\tau; \delta V_y = \int_{t_0}^t g' \beta d\tau \quad (14)$$

$$\delta x = - \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} g' \gamma d\tau d\tau_1; \delta y = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} g' \beta d\tau d\tau_1 \quad (15)$$

Tehát a nyitott inerciális rendszerek hibái az idővel nőnek. Ráadásul állandó hiba esetén az alap helyzetének a hibája a sebesség meghatározásában az idővel egyenes arányban, a koordináta meghatározási hibák az idővel négyzetes arányban nőnek. Hasonló jellegű lesz más koordináta-rendszerben stabilizált alapon elhelyezett axelerométerek hibája is.

Ha az alap helyzetének hibája az idővel arányosan nőne, akkor a sebesség meghatározásában a hiba az ő négyzetével arányosan nőne és a koordináták meghatározási hibája — a köbvel arányosan. Nem nehéz belátni, hogy a nyitott alapú inerciális navigációs rendszerek hibái, ha valamely más koordináta-rendszerhez képest vannak stabilizálva, mint a megvizsgált esetben, akkor azok hibái teljesen analógok lesznek a fentebb említettekkel.

A hibák gyors növekedése miatt a nyitott inerciális navigációs rendszereket csak olyan eszközökön alkalmazzák, ahol a repülési idő meglehetősen rövid. Például a nyitott inerciális navigációs rendszereket széles körben használják a ballisztikus rakéták sebesség és koordinátáinak meghatározására a repülés aktív szakaszában.

Felhasznált irodalom

- [1] Dr. Békési Bertold: Inerciális navigációs rendszerek I. Repüléstudományi Közlemények On-line folyóirat, Szolnok, 2008/2 szám. HU ISSN 1789-770X
- [2] Dr. Békési Bertold: Inerciális navigációs rendszerek II. Repüléstudományi Közlemények On-line folyóirat, Szolnok, 2008/3 szám. HU ISSN 1789-770X
- [3] О. А. Бабич, В. А. Боднер, М. С. Козлов, М. Д. Потапов, В. П. Селезнев: Авиационные приборы и навигационные системы. ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, Москва, 1969.

⁹ lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkében.